

## ПЕРВАЯ ГЛАВА

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МАТЕМАТИКИ XVIII ВЕКА

#### Век просвещения

XVIII в. в Европе был веком дальнейшего укрепления капиталистического строя, технической революции и перехода от мануфактурного производства к фабричному. В ведущей стране того времени Англии после буржуазной революции XVII в. власть феодального дворянства была окончательно подорвана. Аграрный переворот в середине XVIII в. и промышленный переворот в конце XVIII и начале XIX в. еще более укрепили английскую буржуазию и ее роль в политическом руководстве страной. В это же время Англия завоевывает Индию, Канаду и многие другие колонии, вытесняя из них Францию, Испанию и Португалию. В XVIII в. колониальная империя Англия терпит только одно серьезное поражение — в войне с ее северо-американскими колониями, объявившими себя независимыми Соединенными Штатами.

На европейском континенте буржуазия, экономическая мощь которой также быстро возрастала, еще не получила политической власти. В отличие от Англии, где власть фактически принадлежала парламенту, страны континентальной Европы представляли собой абсолютные дворянские монархии. Наиболее крупными из них были Франция, Австро-Венгрия (до 1806 г. еще именовавшаяся «Священной римской империей германской нации») и Россия. Сильнее всего буржуазия была во Франции, где назрела и в 1789 г. произошла Великая Французская революция. Идеологической подготовкой революции была деятельность французских просветителей Вольтера, Руссо и др., определившая одно из названий XVIII столетия — «век просвещения». Крупнейшим событием духовной жизни страны явилось издание «Энциклопедии или Толкового словаря наук, искусств и ремесел» (*Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, Paris, 1751—1772) — 28 томов. «Энциклопедия» была проникнута материалистическим и демократическим духом; ее издание наряду с философом Дени Дидро некоторое время возглавлял математик и механик Даламбер. Революция значительно ускорила развитие науки во Франции. Выдающиеся значение имело, в частности, создание высших учебных заведений нового типа, — об этом нам еще придется говорить.

Влияние французских идеологов «века просвещения» в той или иной степени сказывалось на всех странах континента. Даже абсолютизм во многих государствах принимал форму «просвещенного абсолютизма», и такие монархи, как прусский король Фридрих II и русская императрица

Екатерина II, оказывали, иногда вопреки своим личным желаниям, поддержку различным мероприятиям в области образования и науки.

Германия и Италия в рассматриваемое время были раздроблены на большое количество соперничавших государств, крупнейшим из которых было Прусское королевство, но среди которых имелись и княжества в несколько квадратных километров. Политической и экономической отсталостью Германии и Италии в значительной степени объясняется, что в XVIII в. они выдвинули меньше крупных ученых, чем Англия и Франция. Голландия, потерпевшая военное поражение от Англии в XVIII в. и потерявшая большую часть своих колоний (в том числе Новые Нидерланды с Новым Амстердамом — нынешним Нью-Йорком), в XVIII в. отошла на второй план.

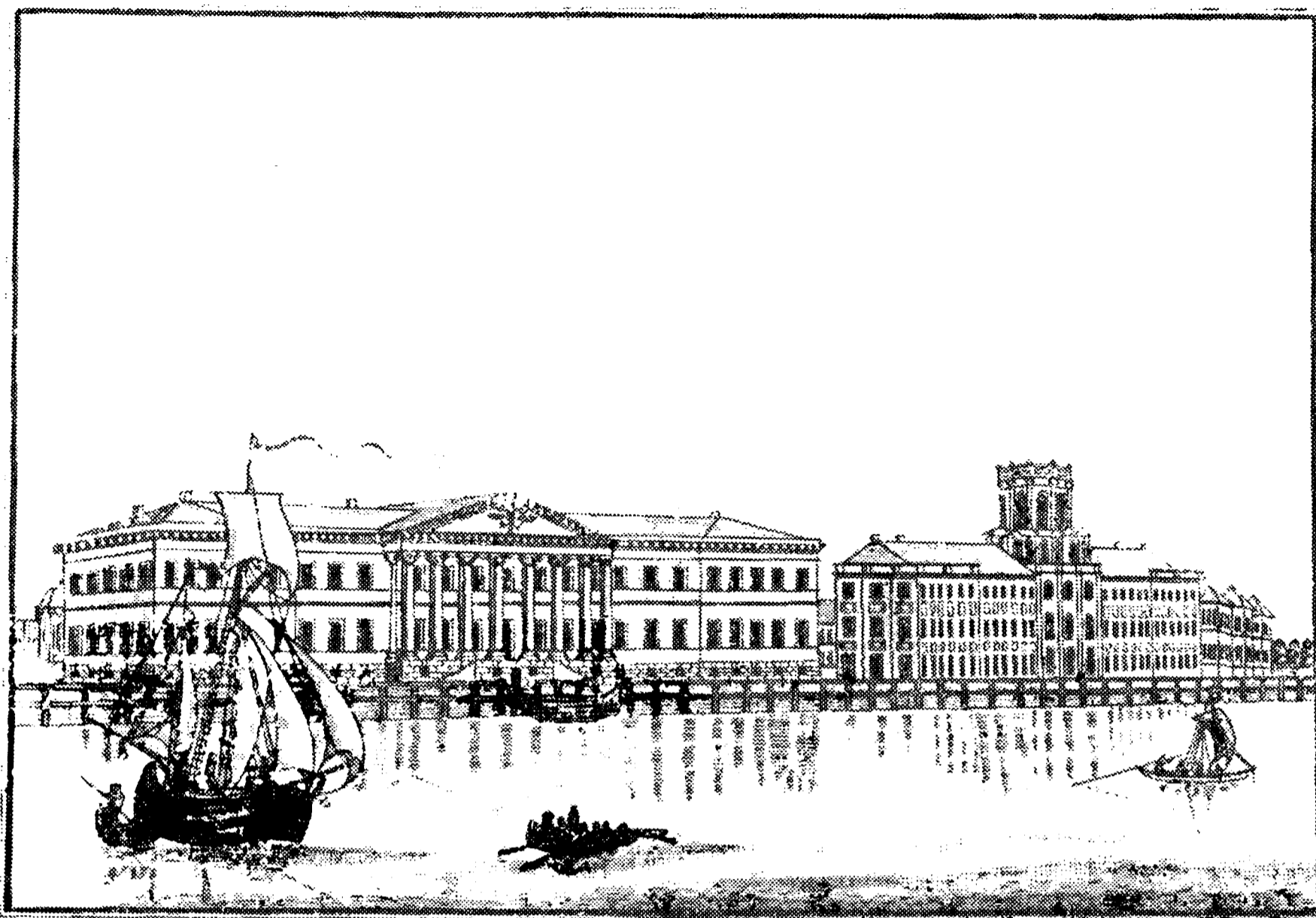
В конце XVII и в первой четверти XVIII в. реформы Петра I коренным образом преобразовали ранее отсталую Русь, которая вступила в число великих держав. Важную роль сыграли перемены в системе образования, создание сети чисто светских школ, где преподавалась и математика, а также издание учебной литературы. Впервые в широких масштабах началась подготовка технических и научных специалистов высокой квалификации. В 1703 г., одновременно с основанием новой столицы России — Санкт-Петербурга выходит в свет книга преподавателя Московской школы математических и навигационных наук Леонтия Филипповича Магницкого (1669—1739) «Арифметика, сиречь наука числительная» (Москва, 1703). Во II томе мы неоднократно цитировали эту книгу, являющуюся учебником не только арифметики, но и алгебры, геометрии и тригонометрии, изложенных применительно к потребностям русских читателей того времени. Венцом научных преобразований была организация по указу Петра в 1725 г. Петербургской академии наук, сразу же занявшей одно из ведущих мест в Европе.

Трагично сложилась в XVIII в. судьба Польши. Раздираемая внутренними неурядицами, эта страна, выдвинувшая ряд блестящих деятелей культуры, к концу века потеряла политическую независимость, оказавшись разделенной между Россией, Австрией и Пруссией. Югославия оставалась подвластной Турции и частично Австрии; важнейшим центром югославской культуры в XVIII в. была Дубровницкая республика, тесно связанная с Венецианской республикой.

Во втором томе мы говорили о возникновении и развитии в XVII в. механистической картины физического мира. В XVIII в. механистическая концепция получила дальнейшее развитие и распространение. Этому способствовали успехи как отдельных наук, так и материалистической философии, яркими представителями которой были Дидро, Гельвеций, Гольбах во Франции, Толанд в Англии, Ломоносов в России и многие другие выдающиеся мыслители. Маркс писал: «*Механистический французский материализм примкнул к физике Декарта в противоположность его метафизике*»<sup>1</sup>. Если Декарт уподобил машине животных, но еще не человека, то Ламеттри, полагая, что различие между человеком и животным только количественное, одно из своих сочинений озаглавил «Человек — машина» (*L'homme-machine. La Haye, 1747*).

В физических науках механистическая концепция господствовала почти безраздельно, и ее придерживались даже ученые, мировоззрение которых в целом не было материалистическим. С особенной яркостью

<sup>1</sup> К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения, т. 2. Изд-е 2. Госполитиздат, 1955, стр. 140.



Петербургская Академия наук и Кунсткамера  
(с гравюры конца XVIII в. Архив АН СССР, Ленинград)

концепцию универсальной механики выразил в начале XIX в. Лаплас в предисловии к своему «Опыту философии теории вероятностей» (*Essai philosophique sur les probabilités*, 1814): «Ум, которому были бы известны для какого-либо данного момента все силы, одушевляющие природу, и относительное положение всех ее составных частей, если бы вдобавок он оказался настолько обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движение величайших тел вселенной наравне с движениями легчайших атомов: не осталось бы ничего, что было бы для него недостоверно, и будущее, так же, как прошедшее, предстало бы перед его взором»<sup>1</sup>. Ньютон еще допускал бога в качестве творца мира, сообщившего ему первый толчок; для Лапласа мир извечно развивается уже по собственным законам. Поэтому, излагая картину мира в своей пятитомной «Небесной механике» (*Mécanique céleste*, Paris, 1799—1825), Лаплас ни разу не упоминает о боге. Говорят, что на замечание Наполеона по этому поводу Лаплас ответил: «Государь, я не нуждался в этой гипотезе».

### Ведущая роль механики

В приведенных словах из «Опыта» Лапласа нашли выражение то господствующее положение, которое продолжала занимать в системе естественных наук механика, и, вместе с тем, перемены, которые произошли в самой механике. Всеобъемлющей формулой, которая в принципе заключает в себе все законы движения материи, ничего не оставляя на долю случая, должна была быть некоторая система дифференциальных уравне-

<sup>1</sup> П. С. Лаплас. Опыт философии теории вероятностей. Перевод А. К. Власова, М., 1908, стр. 11.

ний с соответствующими данными начальными условиями и ее интегралы — какое-то гигантское обобщение законов механики, установленных на протяжении XVII—XVIII вв.

Развитие механики в рассматриваемое время происходило в непосредственном переплетении с прогрессом математического анализа, гораздо более тесном, чем ранее. В XVII в. задачи механики оказывали мощное влияние на математику, и к их решению постоянно привлекались различные инфинитезимальные приемы. Однако, как говорилось во II томе, новое исчисление бесконечно малых не было еще положено в основу великой системы механики, разработанной Ньютоном. Только в XVIII в., и притом со второй трети его, структура анализа, именно дифференциального и интегрального исчисления Лейбница, переносится в механику Ньютона. Впервые в широком объеме этот перенос был осуществлен в 1736 г. Эйлером в двухтомной «Механике, или науке о движении, изложенной аналитическим методом» (*Mechanica, sive motus scientia analytice exposita, Petropoli, 1736*).

Предисловие к этому классическому труду ярко выражает положение дел в механике, как оно рисовалось ученым, владевшим исчислением бесконечно малых, и мы приведем из него несколько выдержек.

Кратко охарактеризовав математические методы, примененные в «Математических началах натуральной философии» Ньютона и в одном (впрочем, малозначительном) сочинении Я. Германа (1716), Эйлер писал: «Однако, если анализ где-либо и необходим, так это особенно относится к механике. Хотя читатель и убеждается в истине выставленных предложений, но он не получает достаточно ясного и точного их понимания, так что, если чуть-чуть изменить те же самые вопросы, он едва ли будет в состоянии разрешить их самостоятельно, если не прибегнет сам к анализу и те же предложения не разрешит аналитическим методом»<sup>1</sup>. Это случилось и с самим Эйлером, и он решил «выделить анализ из этого синтетического метода», благодаря чему «нашел много новых методов», обогативших и механику, и анализ. «Таким образом и возникло это сочинение о движении, в котором я изложил аналитическим методом и в удобном порядке как то, что я нашел у других в их работах о движении тел, так и то, что я получил в результате своих размышлений»<sup>2</sup>.

После того как Эйлер аналитически разработал в цитированном труде динамику точки, новые методы быстро становятся преобладающими во всех областях механики. За исключением Маклорена, следовавшего в решении некоторых вопросов за Ньютоном, все крупные механики — они же математики — того времени (Клеро, Даламбер, Лагранж и Лаплас), а за ними и другие применяли анализ бесконечно малых Лейбница. Рамки теоретической механики при этом чрезвычайно раздвинулись. Эйлер, помимо динамики точки, разработал систему динамики твердого тела (1765); Д. Бернулли внес крупный вклад в гидраулику и гидродинамику (1738), основные дифференциальные уравнения которой для идеальной жидкости дал Эйлер (1757); Маклорен (1742), Клеро (1743) и Даламбер исследовали первые задачи теории фигур равновесия вращающейся тяжелой жидкой массы, а Лежандр и Лаплас с начала 80-х годов далеко продвинули вперед теорию потенциала... Перечисление успехов теоретической

<sup>1</sup> Л. Эйлер. Основы динамики точки. Перевод В. С. Гохмана и С. П. Кондратьева под редакцией В. П. Егоршина. М.—Л., 1938, стр. 33—34.

<sup>2</sup> Там же, стр. 34.

механики можно было бы продолжить далеко. Мы упомянем по крайней мере такое выдающееся достижение механики упругих и гибких тел, как решения задачи о колебаниях струны, т. е. решения волнового уравнения, предложенные Даламбером, Эйлером и Д. Бернулли (1747—1755), а также огромный цикл работ по небесной механике Клеро, Даламбера, Эйлера и Лапласа, укрепивших систему Ньютона и подтвердивших предложенный им закон всемирного тяготения, которому, казалось, противоречили видимое движение Луны, фигура Земли и некоторые другие факты. Все эти исследования сопровождалось поисками общих принципов, позволяющих дедуктивно строить систему механики, исходя из немногих начал. Вехами на пути этих поисков, которые вели еще Стевин, Галилей, Я. Бернулли, Герман и другие ученые, были принцип Даламбера (1743), сводящий динамические задачи к статическим, и принцип наименьшего действия, высказанный Мопертюи и в более удачной форме Эйлером (1744). Дальнейшее развитие и, главное, современную трактовку принципов механики получили у Лагранжа, который дал своему основополагающему в этой области труду характерное название «Аналитическая механика» (*Mécanique analytique*. Paris, 1788). В предисловии к этому сочинению Лагранж подчеркивал, что в нем «совершенно отсутствуют какие бы то ни было чертежи. Излагаемые мною методы не требуют ни построений, ни геометрических или механических рассуждений; они требуют только алгебраических операций, подчиненных планомерному и однообразному ходу. Все любящие анализ с удовольствием убедятся в том, что механика становится новой отраслью анализа, и будут мне благодарны за то, что этим путем я расширил область его применения»<sup>1</sup>.

Многие трудные задачи общей и небесной механики были тесно связаны с практическими работами. Такова была давно поставленная проблема определения долготы в открытом море. Еще в 1733 г. английский парламент назначил премию в 20 000 фунтов стерлингов за удовлетворительное решение этой проблемы, хотя бы с точностью до полградуса (впоследствии требования к точности повысились). Одним из способов здесь могло служить достаточно точное знание местоположения Луны относительно Солнца или неподвижных звезд. Однако определение движения Луны, в котором требовалось учитывать совместное действие притяжения Солнца и Земли (это частный случай «задачи трех тел»), оказывалось более трудным, чем анализ движения планет. Еще в конце XVII в. ошибка в предсказании лунных затмений достигала часа и даже более. На аналогичные трудности наталкивалось использование таблиц движения спутников Юпитера. Когда гёттингенский астроном Тобиас Майер (1723—1762), используя методы Эйлера и свои личные наблюдения, составил новые лунные таблицы (1753), они получили высокую оценку прославившегося открытием аберрации света и нутации земной оси Джемса Брадлея (1693—1762) и затем Невиля Маскелайна (1732—1811). В 1765 г., уже после смерти Майера, его труды были премированы суммой в 3000 ф. ст., Эйлеру было присуждено 300 ф. ст., а 10 000 ф. ст. получил замечательный конструктор Джон Гаррисон (1693—1776), хронометр которого с маятником, почти не подверженным температурным влияниям, отличался удивительной точностью; за месяц путешествия его ошибка была меньше полминуты. Но и лунные таблицы широко применялись мореплавателями

<sup>1</sup> Ж. Лагранж. Аналитическая механика, т. I. Перевод В. С. Гохмана, под редакцией Л. Г. Лойцянского и А. И. Лурье. М.—Л., 1950, стр. 9—10.

еще более ста лет и с 1767 до 1915 г. включались в морские справочники, — после этого их полностью вытеснили радиосигналы, позволяющие всегда знать точное время на корабле и при посредственном хронометре.

Академии наук специально поощряли исследования по прикладной математике, организуя международные конкурсы и назначая высокие премии за лучшие работы. Таковы были многочисленные конкурсы по теории движения планет и комет, неоднократно объявлявшиеся Парижской и Петербургской академиями, конкурс Парижской академии по теории морских приливов и отливов 1740 г., целый ряд конкурсов по вопросам кораблестроения и кораблевождения, компасному делу, оптической технике и т. д.

Математиков привлекали и непосредственно, как экспертов, к решению различных технических вопросов, что, разумеется, в той или иной мере направляло их теоретические интересы. Укажем, для примера, на многолетние занятия Эйлера в 30-е и 40-е годы проблемами «морской науки» по поручению Петербургской академии, а в 40-е и 50-е годы — баллистикой и каналостроением по поручению короля Фридриха; добавим к этому работы Эйлера по конструированию и расчету реактивных водяных турбин, которыми он заинтересовался в ходе переписки с И. А. Зегнером, профессором естествознания и математики в Иене, Гёттингене и Галле, имя которого известно и сейчас каждому школьнику («Зегнерово колесо»). Глубокие исследования Эйлера по гидродинамике приходится на то же время, что и по гидротехнике, и это не случайно. Другое дело, что здесь, как и во многих других случаях, практическое применение теории оказывалось возможным далеко не сразу, частично потому, что теория сперва строилась для слишком упрощенных физических моделей, частично потому, что требовалось время для преодоления чисто математических трудностей.

Заметим, что столь популярная в XVIII в. паровая машина еще не возбудила тогда математических исследований, так как учение о теплоте находилось еще в совершенно неразвитом состоянии. Однако уже в самом начале следующего столетия одна из сторон этого учения — теория теплопроводности — была подвергнута глубокой аналитической разработке Фурье.

### Основные направления математики

Если механика оставалась в XVIII в. ведущей среди наук о природе, то в математике доминирующее положение продолжал занимать анализ, который — опять-таки подобно механике — разделялся на несколько относительно самостоятельных дисциплин. Эта дифференциация была обусловлена как внутренними потребностями самой математики, так и запросами естествознания, более всего механики, контакт с которой особенно усилился после придания ей аналитической структуры. Собственно дифференциальное и интегральное исчисление распространяется на функции многих переменных; впервые вводятся элементарные функции комплексного переменного, причем методы теории аналитических функций вскоре находят применения в решении уравнений с частными производными и в картографии, которая поставила перед математикой несколько важных и трудных задач. В недрах интегрального исчисления, отчасти в связи с интерполированием последовательностей и с решением дифференциальных уравнений математической физики, а отчасти в развитие ранее

поставленных геометрических задач, выделяется учение об определенных интегралах и специальных функциях — эллиптических интегралах, цилиндрических функциях, функциях В и Г, интегральном логарифме и других (знаменитая  $\zeta$ -функция появляется в другой ситуации). В середине XVIII в. выделяется, как новая отрасль анализа, теория дифференциальных уравнений, разделяющаяся на две ветви — обыкновенных уравнений и уравнений с частными производными; механика поставляет при этом все новые и новые классы уравнений и их систем, для решения которых приходится прибегать к бесконечным рядам — степенным, обобщенным степенным, тригонометрическим и некоторым другим разложениям по ортогональным функциям. В самой теории рядов возникают новые направления: асимптотические разложения и суммирование расходящихся рядов. Так же в середине XVIII в. оформляется в самостоятельную дисциплину вариационное исчисление. Наконец, тогда же велась большая и плодотворная работа в области оснований анализа, нередко в форме острых дискуссий о понятиях бесконечно малой величины и предела, о допустимом объеме понятия функции и о допустимости расходящихся рядов и т. д. И если механика становилась наукой аналитической, то анализ постепенно все более выходил из-под господства геометрических или механических представлений, и мышление аналитиков приобретало специфический алгебраико-арифметический характер. Исследования по основаниям анализа предвещали его близкую реформу, произведенную в первой половине следующего века.

Успехи анализа в немалой степени отразились на развитии других математических наук, и его методы проникали в теорию чисел, алгебру, учение о конечных разностях, теорию вероятностей, геометрию. В алгебре принципиально новые идеи были порождены в ходе изучения вопроса о разрешимости уравнений в радикалах, как и вопроса о приводимости уравнений; здесь зарождалось уже теоретико-групповое мышление. Теория чисел, эта кузнечная мастерская, в которой издавна выковывались и оттачивались многие методы общего значения, получает значительное развитие и с тех пор привлекает к себе внимание многих крупнейших математиков. В теории вероятностей важнейшим событием была посмертная публикация закона больших чисел Я. Бернулли, о чем уже говорилось, но и впоследствии имелись немалые достижения — установление центральной предельной теоремы, теоремы о вероятностях гипотезы, работы по теории ошибок, приложения к статистике народонаселения и страховому делу.

В геометрии, наряду с дальнейшим прогрессом аналитической и особенно дифференциальной геометрии пространственных кривых и поверхностей, а также с применением некоторых новых важных преобразований, следует особо отметить два обстоятельства. Одним из них было тесно связанное с задачами строительства и фортификации развитие новых методов начертательной геометрии, подготовлявшее почву прежде всего для проективной геометрии, возродившейся в начале XIX в. (идеи Дезарга к тому времени были забыты). Другим явился резкий подъем в исследованиях по теории параллельных линий, за которыми естественно последовало, уже в начале XIX в. открытие неевклидовой геометрии.

Дифференциация математики не влекла за собой утраты единства этой науки. Напротив, по мере возникновения новых ее отделов усиливались внутренние связи между ними, понятия и методы одних областей плодотворно применялись в других. Математика развивалась как единое целое.

## Научные центры

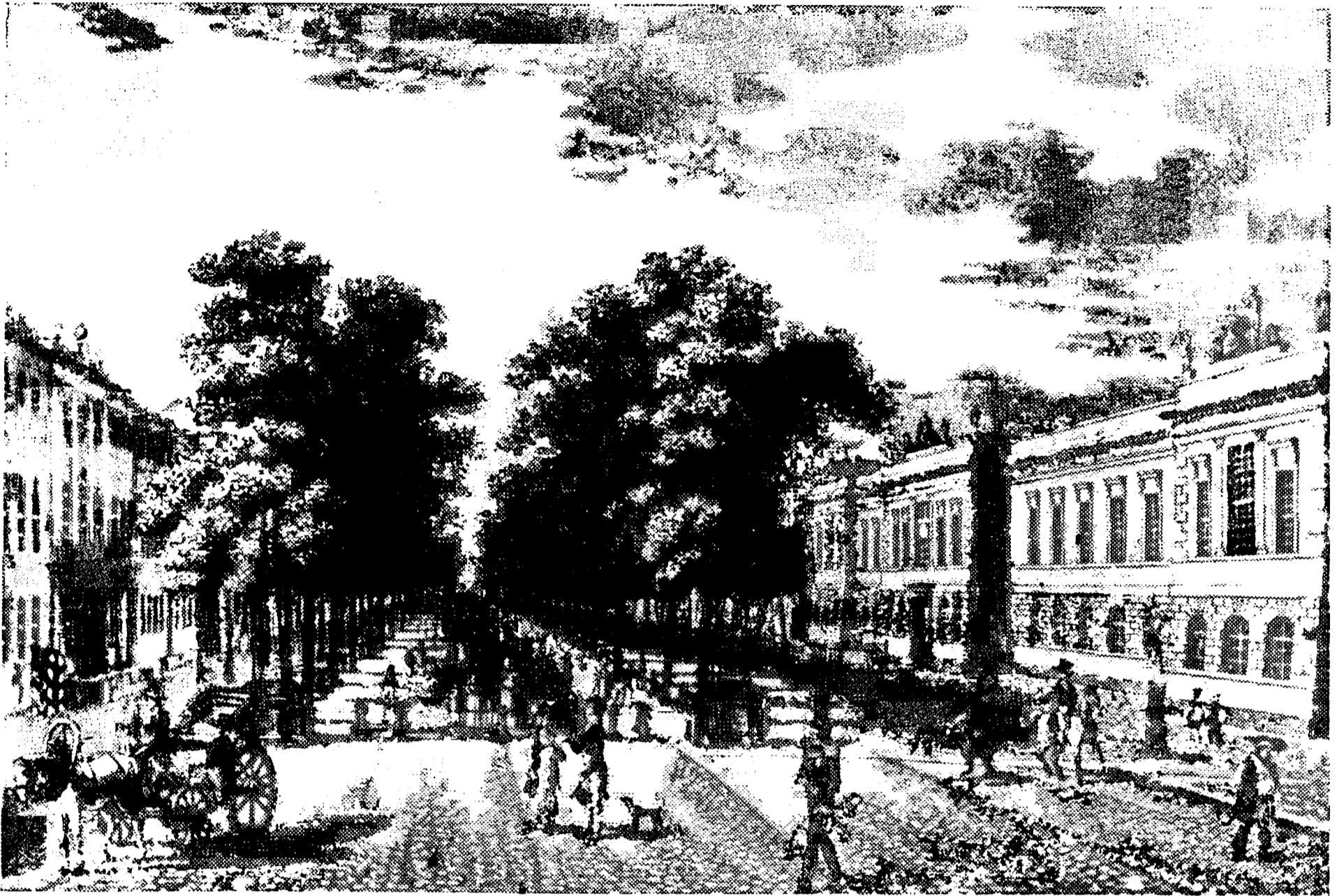
Основными центрами развития математики, как и всей науки в XVIII в., остаются академии наук, при которых работали крупнейшие ученые. По большей части — наиболее видным исключением являлось Лондонское королевское общество — это были государственные учреждения, деятельность которых субсидировалась, контролировалась и в некоторой степени направлялась правительствами. Значение университетов в научном исследовании было еще невелико, если не считать опять-таки Англию и те страны, где академий не имелось, как, например, Швейцарию или отдельные немецкие княжества. Ведущими академиями в XVIII в. были Парижская, Берлинская, особенно после ее реорганизации в 1745 г., и Петербургская; из многих других мы назовем только две, игравшие некоторое время заметную роль в прогрессе математики. — Туринскую академию, основанную в 1757 г., и Мюнхенскую, созданную двумя годами позднее, в 1759 г.

Помимо организации чисто теоретических исследований, академии снаряжали географические экспедиции, составляли карты, вели астрономические и метеорологические наблюдения, изучали флору, фауну и недра земли; им нередко поручалось также решение насущных задач техники, мореплавания и военного дела; академические конкурсы стимулировали разработку широкого круга научных и технических вопросов. Некоторые академии, как Петербургская, имели в своем составе учебные заведения, где велась подготовка научных кадров, а также вспомогательного персонала обсерваторий и лабораторий, механических и оптических мастерских, учителей и переводчиков и т. д. Математики принимали во всем этом деятельное участие. Одной из важнейших функций академий являлся обмен научной информацией и прежде всего издание журналов и монографий.

По сравнению с XVII в. значительно увеличился выпуск периодической литературы. Здесь академиям принадлежало первое место. Специальные математические журналы начали появляться только в самом конце рассматриваемого столетия, так что статьи по математике печатались вместе с другими в общих академических записках. Эти записки обычно выходили ежегодно, но нередко с опозданием (на один-два года и даже более); поэтому в дальнейшем мы указываем две даты: в скобках официальный год тома и затем фактический год издания. Вот некоторые наиболее важные периодические издания, которые появились в XVIII в. в дополнение к выходящим с 1665 г. «Philosophical Transactions» Лондонского королевского общества, к лейпцигским «Acta Eruditorum» (1682—1731), продолжением которых явились «Nova Acta Eruditorum» (1732—1795), и к парижскому «Journal des Savants» (1665—1792). С 1699 г. начался выпуск ежегодников «Histoire et mémoires de l'Académie des sciences de Paris»<sup>1</sup>, прекратившийся после 1790 г. в связи с закрытием в 1793 г. Парижской академии наук, вместо которой в 1795 г. был создан I класс Национального института наук и искусств, вновь переименованный в Академию наук Института Франции в 1816 г. Помимо того, с 1750 по 1786 гг. Парижская академия издавала «Mémoires de mathématique et de physique, présentés à l'Académie des sciences par divers savants», т. е. сочинения, представлявшиеся ей посторонними учеными. Берлинская академия издала в 1710—1743 гг.

<sup>1</sup> Далее цитируется сокращенно: Mém. Ac. Paris.





Старое здание Берлинской Академии наук на улице Unter den Linden (со старинной гравюры, Центральный архив Германской Академии наук в Берлине)

семь томов «Miscellanea Berolinensia», т. е. «Берлинских сборников», а после преобразования приступила к регулярной публикации на французском языке «Histoire et mémoires de l'Académie des sciences de Berlin», (1745) 1746—(1769) 1771<sup>1</sup>, продолжением которых явились «Nouveaux mémoires de l'Académie des sciences de Berlin» (1770—1786). Наконец, Петербургская академия последовательно издавала «Записки» — *Commentarii Academiae Petropolitanae*, (1726) 1728— (1744—1746) 1751, «Новые записки» — *Novi Commentarii Academiae Petropolitanae* (1747—1748) 1750— (1775) 1778, «Труды» — *Acta Academiae Petropolitanae*, (1777) 1778— (1782) 1786 и «Новые труды» — *Nova Acta Academiae Petropolitanae*, (1783) 1787 — (1799—1802) 1806 — в общей сложности 55 томов в 61 книге<sup>2</sup>. О месте петербургских записок в мировой научной периодике можно судить по словам Д. Бернулли в одном письме 1734 г. к Эйлеру, посланном из Базеля в русскую столицу: «Не могу Вам довольно объяснить, с какой жадностью повсюду спрашивают о Петербургских Мемуарах... Желательно, чтобы их печатание было ускорено»<sup>3</sup>. А ведь к этому времени успели выйти лишь три тома «Записок». Всего в изданиях Петербургской академии было опубликовано в течение XVIII в. более 700 ста-

<sup>1</sup> Далее цитируется: *Mém. Ac. Berlin*.

<sup>2</sup> Эти издания в дальнейшем называются соответственно: *Commentarii*, *Novi Commentarii*, *Acta*, *Nova Acta*.

<sup>3</sup> «Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII<sup>e</sup> siècle», publiée par P.—H. Fuss, t. II. St.-Pétersbourg, 1843, p. 415—416.

тей и книг по математике — число, которое при нынешних масштабах кажется скромным, но в те времена было очень большим. Издания некоторых других академий и научных обществ будут названы далее. В последней четверти XVIII в. возникают первые периодические издания математического профиля. Такими были немецкие журналы «чистой и прикладной математики» «Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik» (1786—1788) и его продолжение «Archiv für reine und angewandte Mathematik» (1795—1800), — французский и латинский языки стали еще несколько ранее исчезать в Германии из научного обихода, хотя и в первой половине XIX в. многие труды издавались на латыни. Впрочем, как видно, оба эти издания оказались недолговечными. Преимущественно математике был посвящен французский «Journal de l'École Polytechnique»,

Титульный лист  
второго издания трудов Парижской Академии наук за 1700 г.

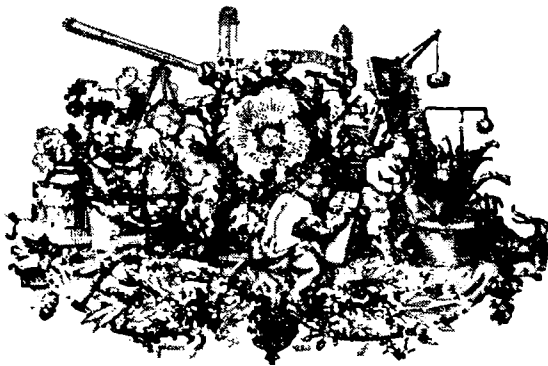
HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES.

Année M. DCC.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique,  
pour la même Année.

*Tirez des Registres de cette Academie.*

Seconde Edition, revue, corrigée & augmentée.



A PARIS,  
Chez CHARLES-ESTIENNE HOCHEREAU,  
Quay des Augustins, au Phenix.  
M. DCC. XIX

издающийся с 1795 г. до сих пор. Записки Петербургской академии наук выходили в XVIII в. на латыни и только в начале XIX в. предприняты были успешные попытки издания научных работ по математике на русском языке, в частности, в академических «Умозрительных исследованиях» (5 томов, 1808—1819).

Академии наук поддерживали между собой постоянную научную связь, обменивались литературой и письменной научной информацией. Переписку вели по должности непременные секретари, а также корреспонденты академий: первоначально это звание обычно присваивалось тем иностранным или иногородним ученым, которые обязывались письменно сообщать научные новости. Огромную роль продолжала играть частная переписка ученых: письма, нередко превращавшиеся в небольшие научные

Титульный лист  
первого тома «Записок» Берлинской академии наук (1710)

MISCELLANEA  
BEROLINENSIA  
AD  
INCREMENTUM SCIENTIA-  
RUM,  
EX SCRIPTIS  
SOCIETATI REGIÆ  
SCIENTIARUM  
EXHIBITIS  
EDITA,  
CVM FIGVRIS AENEIS ET INDICE  
MATERIARUM.

•••••

BEROLINI,

*Sumptibus*

JOHAN. CHRIST. PAPENII,  
*Bibliopola Regii & Societatis Privilegiati.*

A. MDC CX.

статьи, служили более скорым и регулярным средством научного общения, чем печатные издания. Мы упоминали о задержках с выходом академических записок; еще более, случалось по нескольку лет, дожидались издания монографии, — так было, например, со знаменитыми «Введением в анализ бесконечных» (1748), «Дифференциальным исчислением» (1755) и «Теорией движения твердых тел» (1765) Эйлера.

При всех этих трудностях развитие наук все более ускорялось и приобретало международный характер.

Однако на международных научных связях и распространении новых учений иногда отрицательно отражались националистические тенденции. Так, во Франции приверженцы Декарта некоторое время препятствовали проникновению как механики Ньютона, так и исчисления бесконечно ма-

Титульный лист  
первого тома «Записок» Петербургской Академии наук за 1726 г.

# COMMENTARII

ACADEMIAE

SCIENTIARUM

# IMPERIALIS

PETROPOLITANAE

---

TOMVS I.

AD ANNVM *cl* lxxx xxvi.

---

PETROPOLI  
TYPIS ACADEMIAE

*cl* lxxx xxviii.

лых Лейбница. В Англии верные последователи Ньютона отказывались применять исчисление Лейбница и пользовались почти исключительно теорией флюксий. Все же лучшие умы Европы стремились преодолеть подобные настроения и синтезировали результаты национальных школ XVII — начала XVIII в. Благодаря Л. Эйлеру, А. К. Клеро, Ж. Даламберу, Ж. Л. Лагранжу и другим ученым и механика Ньютона, и дифференциальное и интегральное исчисление Лейбница стали в XVIII в. основой развития физико-математических наук во всех странах Европы.

Если в XVII в. многие важнейшие открытия в математике были сделаны Непером, Ферма, Декартом, Паскалем, Лейбницем и целым рядом других лиц, для которых математика не была профессией, а иногда не являлась и главным делом, то в XVIII в. математики становятся профессионалами и притом государственными служащими — академиками или преподавателями; математики-любители, игравшие столь видную роль в предыдущем столетии, почти исчезают со сцены. Подчеркнем еще раз факт, уже неоднократно упоминавшийся: наиболее крупные математики XVIII в. занимались также механикой, физикой, а иногда и вопросами техники.

Только что отмеченное изменение в социальном положении большинства математиков было обусловлено, прежде всего, значительно возросшей ролью математики в разработке многочисленных проблем, первостепенное значение которых не вызывало сомнений ни у ведущих идеологов, руководивших общественным мнением, ни у крупнейших государственных деятелей, определявших научную и образовательную политику. Польза математики реально подтверждалась ее применением к решению все ширившегося круга практических вопросов; еще большего ожидали от нее в будущем, через посредство механики и других наук. Однако было немало сомневающихся в полезности отвлеченных исследований, и, чтобы рассеять такие сомнения, ученые XVIII в. напечатали немало статей и произнесли немало речей, примером которых может служить выступление на торжественном собрании Петербургской академии в 1761 г. ее сочлена С. К. Котельникова (1723—1806), давшего яркий исторический обзор достижений и приложений математики от древности до середины XVIII в. и призывавшего, вслед за М. В. Ломоносовым (1751), к объединению творческих усилий теоретиков и практиков. О роли абстрактных математических идей С. К. Котельников говорил: «И понеже математики рассуждают вообще о всех вещах, ничего не называя своим именем, или поколику они (вещи. — *Ред.*) в рассуждении их величины или количества их свойств переменяются, яко тягости, твердости, движения, теплоты, упругости и прочих качеств; то можно оные рассуждения их во всех употреблять науках, глядя по обстоятельствам случающихся в телах перемен. Ибо к полезному оных в других науках употреблению почти ничего больше не надобно, как каждое количество назвать своим именем, которых уже свойства и их перемены исследованы и включены в формулы аналитические»<sup>1</sup>. Конечно, С. К. Котельников, как семьдесятю годами ранее Лейбниц (см. т. II, стр. 252), переоценивал возможности современной ему математики. Ж. Б. Фурье выразил в общем виде ту же мысль, заявив шестьдесят лет спустя, что математический анализ столь же обширен, как природа.

<sup>1</sup> С. К. Котельников. Слово о пользе упражнения в чистых математических рассуждениях. СПб., 1761, стр. 17.

Научное развитие в отдельных странах Европы, как и хозяйственное, так и политическое, было неравномерным.

После Ньютона, продолжавшего оказывать личное влияние еще всю первую четверть XVIII в., Англия не дала математиков, сравнимых с ним. Наиболее крупными английскими математиками XVIII в., помимо Ньютона, были А. де Муавр, Р. Коутс, Б. Тейлор, Дж. Стирлинг, К. Маклорен и Э. Варинг. Все они успешно работали в области математического анализа, а некоторым принадлежат также важные результаты в алгебре, теории вероятностей, теории чисел, теории конечных разностей и геометрии.

Из крупных французских математиков XVIII в., кроме не раз уже упомянутых нами Клеро, Даламбера, Лагранжа и Лапласа, внесших особенно значительный вклад в развитие математического анализа, алгебры

Начальный лист объявления о лекциях петербургских академиков на 1726 г. (Архив АН СССР, Ленинград)

# АКАДЕМІА наукъ россійская ЧИТАТЕЛЮ ЗАРАВІЕ.

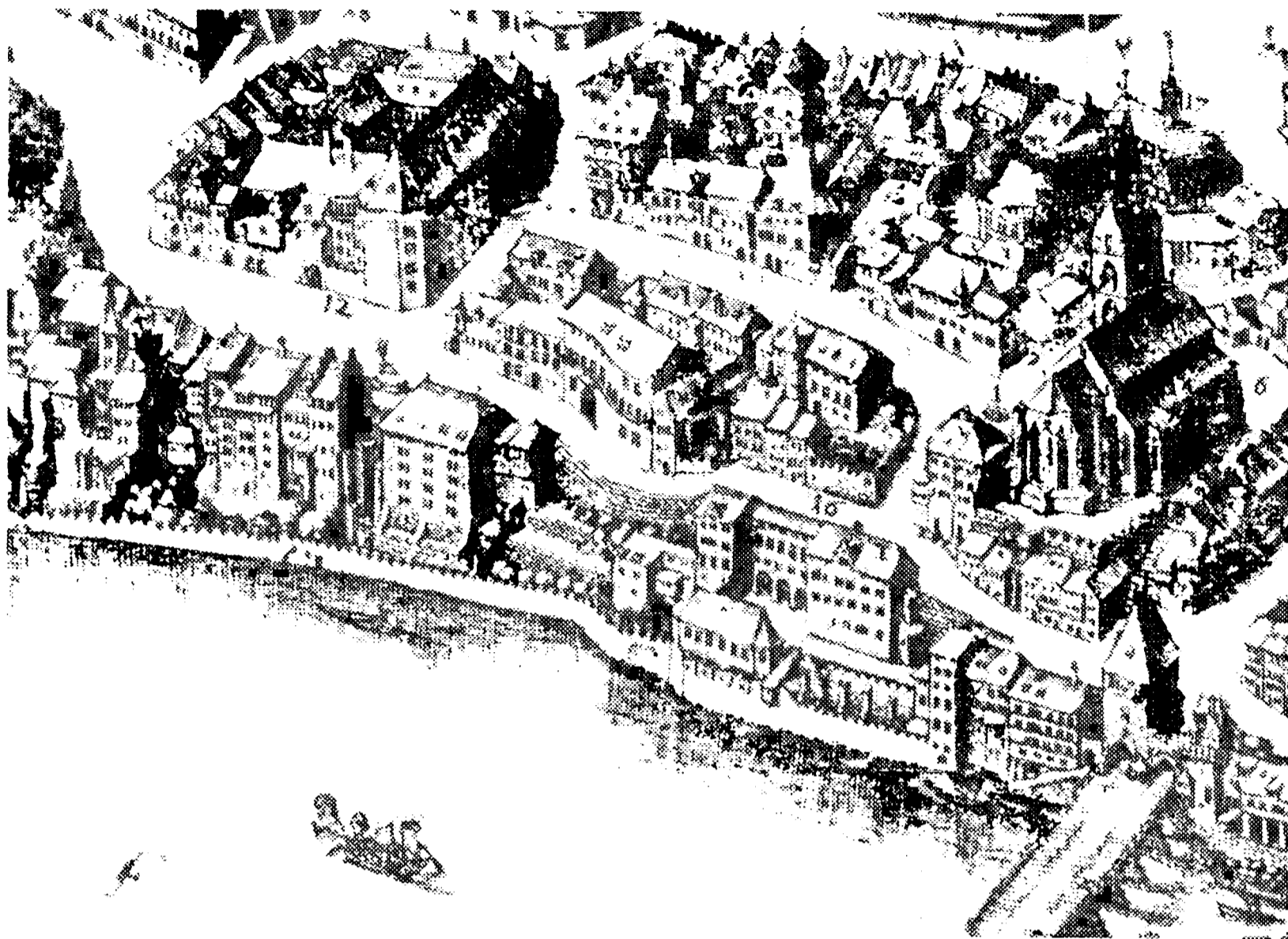
**А**кадемію, намяренную ПЕТРА Великаго определенную, и нѣкими образомъ зачатую, а нечаяемыми благочестивѣишаго Императора преславленіемъ гораздо ослабленную, Августѣйшая Императрица ЕКАТЕРІНА, пресудрымъ своимъ промышленіемъ, хотя и многие члены, изъ разныхъ Европеецкѣхъ странъ въ Столицу сию на по призваны были, выше членитъ уставляла, изъ совершенство привела

Должность же въ сей Академіи собраніемъ двоина будеть: Какъ въ шциани и умноженіи нѣкими оубрѣженіями наукъ, а наипаче Медицины, Физики, Математики и прочіихъ свободныхъ наукъ, такъ и въ ученіи россійскихъ юношѣ, да они сѣмъ образомъ по дѣрвоу должности своей Академіамъ наукъ, Парляской, Лондонской, Берлинской, какъ въ публичныхъ собраніяхъ пріяды повелѣдню будущѣхъ, [оубъ нѣже первое не давно Его Высочества Корольскаго Герцога Голштейнскаго присутствіемъ просвѣтлося] такъ и совѣтованіемъ приватнымъ дважды по всякомъ недѣли, а именно, во Вторникѣ и Пятокѣ, будущимъ подражанію. А по другой своей должности о пользѣ собственной тѣхъ юношей, которые изъ пространной Россіи для ученія и свободныхъ наукъ соберутся, поощрятся будеть. Того ради конца Профессоры сей Академіи, сего 1726 году, въ будущи 24 день мѣсяца Генваря чисненіями учите свое публичное начнутъ, во дни, Понедѣльникѣ, Среду, Четвертокѣ и Субботу, и врьдѣ такѣмъ опредѣленіемъ и учрежденіемъ поступать будуть, о кономъ асѣмъ любительсѣмъ добрыхъ наукъ, а наипаче рачислямъ къ ученію, сѣмъ для извѣстія объявляется.

**ДАНІИЛЪ БЕРНУАЛИ.** Физіологій Профессорѣ, начала Математическія къ Теоріи Медіцеской поощренія, да пріятность ихъ къ Физіологій научитѣ. предъбы отъ часа до 8.

**ЕОФИЛЪ СІГФРИДЪ БАЕРЪ,** Антиквитетовѣ Профессорѣ древности Греескіе, Манеты и достопамятныя вещи лѣтскаго Рима изъяснитѣ.

**НИКОЛАИ БЕРНУАЛИ.** Математики Профессорѣ, о тѣхъ части Математики, которые къ Физикѣ прѣвязаны, и особливо о Механикѣ читать будеть. съ 9 до 9.



Здание Базельского университета в XVI—XVIII вв. по городскому плану М. Мериана, 1615 г.; № 12 — верхняя коллегия, под № 16 — нижняя коллегия (Архив г. Базель)

и теоретической механики, следует назвать Г. Монжа и А. М. Лежандра, которые наряду с вопросами анализа много занимались геометрией, а последний так же, как и Лагранж, еще теорией чисел.

Меньше математиков, чем другие страны, выдвинула в XVIII в. Германия, однако среди них были такие колоссы, как Лейбниц, активно работавший еще в начале века, и К. Ф. Гаусс, выступивший в самом конце его. В течение 25 лет в Германии работал приехавший из России и вернувшийся туда же Эйлер, в течение 20 лет — Лагранж, который прибыл в Германию из Италии, а затем переселился во Францию. В области теории чисел, анализа и геометрии здесь работал также эльзасец И. Г. Ламберт.

В Швейцарии еще до середины XVIII в. трудился Иоганн Бернулли, но ни дети его Даниил и Николай, ни его ученик Эйлер не смогли (как ранее Я. Герман) найти применение своим силам на родине, где было слишком мало университетских ставок по точным наукам<sup>1</sup>.

Создание в 1725 г. Петербургской академии сразу вывело Россию на одно из ведущих мест в мировой науке. При основании академии к работе в ней были привлечены такие первоклассные европейские математики, как только что упомянутые Я. Герман и Д. и Н. Бернулли. По поводу переезда своих сыновей в Россию И. Бернулли писал: «Лучше несколько потерпеть от сурового климата страны льдов, в которой приветствуют муз, чем умереть от голода в стране с умеренным климатом, в которой муз оби-

<sup>1</sup> Впоследствии для Д. Бернулли все же нашлось место профессора в Базельском университете (см. стр. 77).

жают и презирают»<sup>1</sup>. Два года спустя к ним присоединился Леонард Эйлер, сыгравший особенно большую роль в том, что Петербургская академия стала одним из главных центров научных исследований. С первых же лет существования Петербургская академия занялась и подготовкой национальных кадров. Наиболее крупным из ученых, воспитанных Академией, был великий М. В. Ломоносов (1711—1765). Из числа непосредственных учеников Эйлера назовем его сына И. А. Эйлера, С. К. Котельникова, С. Я. Румовского, М. Е. Головина и швейцарца Н. И. Фусса. В конце столетия в академии работали также А. И. Лексель, Ф. И. Шуберт и С. Е. Гурьев.

Итальянскую математику в первой половине XVIII в. представляли аналитики Дж. и В. Риккати и Дж. Фаньяно, а также геометр Дж. Саккери; во второй половине — геометр Л. Маскерони и, на рубеже XVIII и XIX вв., алгебраист П. Руффини. Упомянем еще Марию Гаэтану Анъези, первую в Европе Нового времени женщину, получившую известность благодаря заслугам на поприще математики, более всего благодаря двухтомным «Основаниям анализа для употребления итальянского юношества» (1748; франц. перевод 2-го тома, 1775; англ. перевод, 1801).

В Италии же в середине XVIII в. работал разносторонний югославский ученый из Дубровника Руджер Иосип Бошквич. К концу XVIII в. и особенно началу XIX в. относится деятельность польского математика Юзефа Гёне-Вронского, которому принадлежит ряд исследований по анализу и алгебре, и чешского математика Бернарда Больцано, одного из участников реформы оснований анализа.

Отметим еще, что в XVII—XVIII вв. начался подъем исследований в отдельных направлениях теории определителей и исчисления бесконечно малых в Японии.

### Математическое образование

XVIII в. характеризуется значительным прогрессом математического образования. Хотя в университетах физико-математические факультеты еще не были выделены из философских, но элементарно-математические курсы, читавшиеся в ряде университетов Западной Европы, теперь в ряде случаев дополняются начальными разделами аналитической геометрии и анализа; впрочем, слушатели этих лекций насчитывались единицами. Такие курсы читались, например, в Германии Х. Вольфом и А. Г. Кестнером, в России — академиками для студентов университета, организованного при академии.

Во Франции, да и в других странах, важную роль в подготовке ученых в XVIII в. играли военные, военно-инженерные, морские школы, математические программы которых нередко превосходили по содержанию и объему университетские курсы. Во время революции в 1794 г. были организованы высшие учебные заведения нового типа — Политехническая и Нормальная школы. Политехническая школа давала чрезвычайно высокую теоретическую подготовку будущим инженерам; обучение в ней продолжалось два года, после чего ее питомцы проходили еще двухлетний специальный курс в других военных или гражданских технических учеб-

---

<sup>1</sup> L. G. du Pasquier. Léonard Euler et ses amis. Paris, 1927, p. 9.



ных заведениях. В этих последних можно было начать обучение с самого начала, но к высшим государственным техническим должностям заранее готовили студентов Политехнической школы. Поступающие в нее отбирались по жесточайшему конкурсу. Нормальная школа должна была готовить высококвалифицированных педагогов. К преподаванию в обеих школах были привлечены лучшие ученые Франции, среди них: Монж, который принял особенно деятельное участие в создании Политехнической школы и руководстве ею, Лагранж, Лаплас, Лакруа и Фурье. На долю Политехнической школы выпала крупная роль в развитии физико-математических наук, особенно в первой половине XIX в.; из нее вышли такие выдающиеся математики, как О. Коши, С. Пуассон, Ж. В. Понселе, М. Шаль, А. Пуанкаре, Ж. Адамар (учившийся также в Нормальной школе) и другие. Пример обеих школ вскоре оказал плодотворное влияние на организацию высшего физико-математического и инженерного образования и в других странах, в том числе в России.

В XVIII в. происходит и реформа учебной литературы по математике. В 1710 г. в Галле вышло первое издание четырехтомных «Первых оснований всех математических наук» (*Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften*) последователя Лейбница и Чирнгауза, профессора в Галле Христиана фон Вольфа (1679—1754); сокращенное изложение этого курса выдержало затем не менее десяти изданий, начиная с 1717 г. Если изложение в учебных руководствах прежних веков носило, как правило, догматический характер и ограничивалось рецептами и примерами построений и вычислений, то главной отличительной чертой курсов Вольфа и целого ряда его последователей было желание пропитать обучение духом математического метода и поставить во главу всего воспитание математического мышления, добиваясь от учащихся не только запоминания, но и понимания предложений и правил. Однако это, по общей тенденции прогрессивное, направление педагогической мысли страдало переоценкой формальной и на деле часто иллюзорной строгости в ущерб наглядности и понятности изложения; начальные отделы учебников загромождались многочисленными аксиомами, постулатами и определениями, не получившими затем применения; во многом оставляла желать лучшего структура курсов. Несколько позже в Германии стали появляться руководства, в большей мере удовлетворявшие все возраставшей потребности соединить научность и доступность изложения и к тому же учитывавшие новые достижения математики. Таковы были, например, курсы А.-Г. Кестнера (1 изд. 1758 г.). Заметим, что «Сокращение первых оснований математики» (*Auszug aus den Anfangsgründen aller mathematischen Wissenschaften*) Вольфа вышло на русском языке с дополнениями переводчика — С. К. Котельникова, использовавшего и труды Эйлера по анализу (два тома, СПб., 1770—1771). Был также издан на русском языке двухтомный учебник Кестнера (см. стр. 50).

Во Франции в 1741 и 1746 гг. вышли «Начала геометрии» и «Начала алгебры» А. К. Клеро, в значительной степени реформировавшие преподавание этих дисциплин; об обеих книгах мы будем говорить ниже. Кроме курса алгебры Клеро, выдающиеся руководства по этой дисциплине были написаны Маклореном («Трактат по алгебре в трех частях», опубликованный посмертно в 1748 г.) и Эйлером (в русском переводе «Универсальная арифметика», вышедшая в 1768—1769 гг., в немецком оригинале «Полное введение в алгебру», вышедшее в 1770 г.); Эйлером же были написаны две части «Руководства к арифметике», также опубликован -

ные на немецком (СПб., 1738—1740) и русском языках (СПб., 1740—1760)<sup>1</sup>.

Если англичане в преподавании геометрии и в XVIII в. в основном следовали «Началам» Евклида, то французская методика этой дисциплины существенно отходит от принципов Евклида. Клеро в этом отношении не был первым: корни «антиевклидова» построения курса геометрии восходят здесь еще в XVI в. к П. Рапе (см. т. I, стр. 307). В статье «Геометрия» (*Géométrie*) в «Энциклопедии» (1757) Даламбер изложил свои идеи по этому вопросу. По мнению Даламбера, преподавание геометрии не должно идти по пятам за Евклидом, оно должно быть различным для начального обучения, для более серьезного обучения и для подготовки людей, имеющих склонность к специальным занятиям этой наукой. Даламбер выступает против «химической» точности, на которую претендовали некоторые комментаторы Евклида, в соответствии с чем полагает, что курс геометрии не следует начинать с аксиом. Строгой точности Даламбер предпочитает доступность, и сложные истины он рекомендует сводить к простым, доступным и очевидным, не считаясь с их числом и не пытаясь дать их полный перечень. В противоположность Евклиду, Даламбер выдвигает на первое место метрическую геометрию, советуя систематически пользоваться движением. Даламбер отвергает евклидову теорию пропорций, а при вычислении длин кривых, площадей плоских фигур и объемов тел призывает обращаться к исчислению бесконечно малых. Даламберовские идеи начального обучения были отчасти реализованы Э. Безу в 6-м томе его «Курса математики для гардемарин» (*Cours de mathématiques à l'usage des gardes du pavillon et de la marine*, v. 1—6, Paris, 1764—1769). Рекомендации, относившиеся к более серьезному курсу, нашли осуществление в замечательных «Началах геометрии» А. М. Лежандра (*Éléments de géométrie*. 1<sup>e</sup> éd., Paris, 1794), а лица, стремящиеся к специальным занятиям, обрели подходящее руководство в «Началах геометрии» (*Éléments de géométrie*. Paris, 1803) С. Ф. Лакруа.

Мы не можем здесь подробно рассмотреть учебную литературу XVIII в. и ограничиваемся наиболее широко распространенными или наиболее важными для последующего развития сочинениями. К числу таких книг относятся, помимо уже упомянутой «Универсальной арифметики» Эйлера, и его основоположные руководства по аналитической геометрии и анализу, а именно «Введение в анализ бесконечных» (1748 — 2 тома), «Дифференциальное исчисление» (1755) и «Интегральное исчисление» (1768—1769 — 3 тома). Все они долгое время вдохновляли поколения математиков; мы еще не раз вернемся к ним в последующем.

Большая роль в создании передовой учебной литературы выпала на долю профессоров Политехнической и Нормальной школ, в частности, члена Парижской академии Сильвестра Франсуа Лакруа (1765—1843), автора многочисленных руководств по элементарной и высшей математике, получивших распространение и за пределами Франции. Среди учебников Лакруа, отличавшихся высоким научным уровнем и педагогическим мастерством, мы назовем посвященный преимущественно аналитической геометрии «Элементарный курс прямоугольной и сферической тригонометрии и приложения алгебры к геометрии» (*Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'application de l'algèbre à*

<sup>1</sup> Эйлер не закончил этот труд; изданные им части содержат действия над целыми, дробными и именованными числами.

la géométrie. Paris, год VII, т. е. 1798—1799; изд. 25, 1897) и весьма содержательный, хотя и эклектический в вопросах обоснования, трехтомный «Трактат по дифференциальному и интегральному исчислению» (Traité du calcul différentiel et intégral. Paris, 1797—1802; 2<sup>e</sup> éd., 1814—1819). Но особенное значение имело издание на рубеже XVIII и XIX вв. лекций Г. Можа по начертательной и дифференциальной геометрии и Лагранжа по теории аналитических функций, о которых нам еще придется подробно говорить в пятой и седьмой главах. И позднее многие книги, изданные на основе курсов, читанных в Политехнической и Нормальной школах, являли собой высокие образцы нового, удивительно изящного, обобщенного и сжатого стиля изложения как классических результатов, так и оригинальных открытий лектора. Классическими в этом отно-

Страница из «Математического лексикона» Х. Вольфа  
(Лейпциг, 1716)

| 863   | Matte | Mathe  | Mathematica | 864 |
|---|-------|--|-------------|-----|
| metria der mittlere Stern auf der linken Hand des Herkulis.   |       | gend ist; so bringet uns die Mathematick zu der vollkommensten Erkenntnis aller möglichen Dinge in der Welt. Da nun ferner diese Erkenntnis uns geschicht machet die Kräfte der Natur nach unserm Gefallen zu unserm Nutzen in dem Grade anzuwenden, den wir verlangen; so erlangen wir durch die Mathematick die Herrschafft über die Natur. Es ist aber aus dieser Erklärung der Mathematick zugleich zuertsehen, daß sie eigentlich nur aus der Geometrie, Arithmetick und Algebra besteht, als auf welchem Wissenschaften alles Ausmessen beruhet. Und solcher gestalt sind die übrigen Theile der Mathematick nichts anderes als aus anderen Wissenschaften entlehnete Stücke, die man durch die Mathematick ausgearbeitet oder zu ihrer Vollkommenheit gebracht. |             |     |
| <p><b>Matte, die eigenthümliche Materie,</b></p> <p>Wird in der Mechanica diejenigen genennet, welche sich mit dem Körper zugleich beweget, und auch zugleich mit ihm weget. Denn daß bloß die Materie sich mit dem Körper bewege, die mit ihm weget, habe ich in meinen Element. Mechan. §. 98 erwiesen. Im allerersten hat dieses der Herr Newton gefunden und auf eine andere Art, als von mir gesehen, durch Hülfse mit pendulis angestellter experimentorum in seinen Principiis Mathematicis lib. 2 Prop. 24. Cor. 7. p. 273 &amp; seqq erwiesen.</p>   |       | <p>So haben wir aus der Physick die Mechanick, Statick, Hydrostatick, Hydraulick, Optick, Catoptrick, Dioptrick, Perspectiv, Acustick, Aerometrie, Astronomie, Geographie, Hydrographie; aus der Metaphysick oder vielmehr der Ontologie die Chronologie und Synchronick; aus der Politick die Festungs- und Bürgerliche Baukunst bekommen. Den Nutzen der Mathematick habe ich in der Vorrede meiner Elementorum Mathematicorum vorgestellet. Der Herr von Rohrt hat A. 1771 einen besondern ausführlichen Tractat davon in Halle drucken lassen. Das Vornehmste, was man von ihr</p>   |             |     |
| <p><b>Mathematica seu Mathesis, die Mathematick,</b></p> <p>Ist eine Wissenschaft alles auszumessen, was sich ausmessen läßt. Insgemein beschreibet man sie per scientiam quantitatum, durch eine Wissenschaft der Größen, das heißt, aller dergleichen Dinge die sich vergrößern oder verkleinern lassen. Da nun alle endliche Dinge sich ausmessen lassen in allem demjenigen was sie endliches an sich haben, das ist, was sie sind; so ist nichts in der Wele, dabey die Mathematick nicht könnte angebracht werden. Ja weil man keine genauere Erkenntnis haben kan, als wenn man die Eigenschaften der Dinge auszumessen vermö-</p> |       |  |             |     |

шении являются знаменитые курсы О. Коши «Алгебраический анализ» (*Analyse algébrique*. Paris, 1824) и «Резюме лекций... по исчислению бесконечно малых» (*Résumé des leçons... sur le calcul infinitésimal*. Paris, 1823).

В конце XVIII и начале XIX в. появляются и сочинения по методике, из которых следует отметить «Опыт о усовершеннии элементов геометрии» (1798) С. Е. Гурьева, а также «Опыт о преподавании вообще и преподавании математики в частности» (*Essai sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier*. Paris, 1805) С. Ф. Лакруа.

Распространению математических знаний содействовали различные энциклопедии, как специальные, так и общего характера. Такие труды издавались не раз в Англии, Германии, Франции. Укажем хотя бы «Математический лексикон» (*Mathematisches Lexicon*. Leipzig, 1716) Х. Вольфа и замечательные математические статьи в «Энциклопедии» Дидро, изданные отдельно в «Методической энциклопедии, расположенной по порядку вопросов» (*Encyclopédie méthodique par ordre des matières*. Paris, 1784—1789). В математических энциклопедиях сообщались сведения и по истории математики.

### История математики

В XVIII в. были достигнуты значительные успехи в истории математики, которой, как особой дисциплины, мы до сих пор не касались. Исследования по истории наук восходят, по-видимому, к Аристотелю и его школе. Перипатетики придавали большое значение истории философской и научной мысли. Труды самого Аристотеля изобилуют историческими экскурсами, иногда весьма подробными; они служили либо для полемики, либо для пояснения собственных взглядов автора. Преемник Аристотеля по руководству школой, Теофраст, и другой ученик его, Евдем Родосский, написали сочинения по истории математики и астрономии, до нас не дошедшие, но мы знаем, что из них щедро черпали позднейшие греки, как например, Прокл (см. т. I, стр. 65). Био-библиографические изыскания проводились в странах ислама. Так, сведения о жизни и трудах многих ученых содержатся в книгах багдадца Абу-л-Фараджа Мухаммеда ан-Надима (ум. 995) и египтянина Абу-л-Хасана Али ал-Кифти (1172—1248).

В Европе возрождение интереса к истории наук и, в частности, математики началось в XV в. Своему курсу математики (т. I, стр. 307) П. Раме предпослал «Математическое введение в трех книгах» (*Prooemium mathematicum in tres libros distributum*. Ed. 1, 1567), где привел краткие сведения о трех периодах в развитии математики: халдейском — от Адама до Авраама, принесшего с собой эту науку в Египет, египетском (всего 4 страницы) и греческом — от Фалеса до Теона Александрийского (34 страницы). Нового периода Раме не затронул. Аббат Бернардино Бальди (1553—1617), ученик Ф. Коммандино, в «Хронике математиков» (*Cronica de' Matematici*. Urbino, 1707) довел изложение до своих современников, но его книга увидела свет более чем через сто лет после того, как была написана. И Раме, и Бальди располагали небогатым и часто неточным материалом, а их описания не содержали анализа идей и методов.

Вслед за Раме и другие авторы стали включать в учебные руководства исторические очерки. Так поступил, например, в «Началах плоской и пространственной геометрии» (*Elementa geometriae planae et solidae*.

Antwerpiae, 1654) А. Таке, многое заимствовавший у Раме. Заметим, что это сочинение в сокращенной обработке было издано на русском языке и в нем русский читатель впервые получил систематический, хотя и весьма сжатый, обзор — почти только перечисление — некоторых важнейших фактов истории математики. Здесь можно было узнать про Фалеса, Пифагора, Демокрита — «дивного философа и мафематика», труды которого пропали «от зависти Аристотелеса, который желал, чтобы только его книги читали», про Евдокса и Евклида, про Архимеда — «главнейшего и совершеннейшего и субтелнейшего мафематика», про Аполлония и Диофанта, изобретшего алгебру, «которую совершили Визта и Картезий». В заключение подчеркивалось, что математика и философия суть «двойни, которых кто разлучить хочет, береги, чтобы не повредить природного согласия: понеже обыкновенно случается, когда одного не будет, тогда и другому худо»<sup>1</sup>.

Некоторые ученые стремились использовать исторические материалы в занимавших столь видное место спорах о приоритете. Примером может служить «Исторический и практический трактат по алгебре» (1685) Дж. Валлиса, который преувеличивал заслуги английских алгебраистов, умаляя достижения французских. Литература, порожденная спором о приоритете между Ньютоном и Лейбницем, полна исторических справок, частью точных, частью искажающих действительность.

В XVIII в. работы по истории наук приобрели официальную поддержку, так как стали в некоторой мере обязанностью академий наук, которые должны были отчитываться о своей научной деятельности за те или иные сроки. Непременные секретари многих академий писали историю науки, так сказать, в лицах, поскольку стало обычаем публиковать в виде «похвальных слов» биографии умерших академиков. Замечательные литературные образцы таких научных биографий оставили секретари Парижской академии наук Бернар де Фонтенель (1657—1757), Даламбер и Антуан Никола де Кондорсе (1743—1794), даровитый математик, сотрудник великой «Энциклопедии» Дидро, а в годы Французской революции — выдающийся политический деятель, близкий к жирондистам. В 1792 г. он разработал пронизанный передовыми идеями проект организации народного образования. История человеческой мысли живо увлекла Кондорсе. Незадолго до смерти (он покончил с собой в тюрьме при господстве якобинцев) он написал незаконченный «Эскиз исторической картины прогресса человеческого разума» (*Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain*, 1794). Движущей силой общественного развития Кондорсе считал прогресс разума, наук и образования; именно этот прогресс, вместе с полным уравниванием в гражданских и политических правах всех мужчин и женщин, должен обеспечить бесконечное совершенствование человечества. Понимание идейной и просветительной ценности истории наук содействовало ее успехам еще более, чем необходимость писать биографии покойных академиков и отчеты о достижениях академий. Сама

<sup>1</sup> Эвклидовы элементы. СПб., 1739, стр. 1—7. Это издание было подготовлено работавшим в России шотландцем, воспитанником университета в Абердине, Андреем Даниловичем Фархварсоном (ум. 1739) и переведено сотрудником Петербургской академии лекарем Иваном Сатаровым. Фархварсон преподавал в Навигационной школе в Москве с ее основания в 1701 г., а с 1715 г. был профессором петербургской Морской академии. Его перу принадлежит еще «Книжца о сочинении и описании сектора, скал плоской и гунтерской со употреблением оных инструментов в решении различных математических проблем» (СПб., 1739).



Ж. Э. Моитюкла  
(с гравюры П. Виеля)

идеология века разума благоприятствовала историко-научным исследованиям.

Еще Лейбниц, с его всеобъемлющими интересами и глубиной проникновения в психологию научного творчества, придавал истории науки большое значение для «искусства открытий». При этом он имел в виду, разумеется, не простую хронологию событий и каталоги имен и трудов, преобладавшие в прежних исторических описаниях, но историю идей. В таком же духе высказывался П. де Монмор (см. о нем стр. 127), писавший Николаю I Бернулли: «Было бы весьма желательно, чтобы кто-нибудь взял на себя труд рассказать нам, как и в каком порядке следовали одни за другими математические открытия, и кому мы ими обязаны. Писали историю живописи, музыки, медицины; хорошая история математики была бы трудом, гораздо более любопытным и более полезным. Какое удовольствие доставило бы узнать связь между методами, переплетение новых теорий, начиная с первых времен до нашего»<sup>1</sup>. Монмор, видимо, собирался подготовить подобный труд, но не выполнил своего намерения. Его требованиям не удовлетворяла и объемистая «История математики от сот-

---

<sup>1</sup> *P. de Montmort. Essay d'analyse sur les jeux de hazard. 2<sup>e</sup> éd., Paris, 1713, p. 399.*



А. Г. Кестнер  
(с портрета, хранящегося в художественном собрании  
Гёттингенского университета)

ворения мира до XVI в. по р. X., содержащая биографии, учения, а также сведения о сочинениях и рукописях главнейших математиков» (*Historia matheseos universae a mundo condito ad saeculum p. C. n. XVI praecipuorum mathematicorum vitas, dogmata, scripta et manuscripta complexa. Lipsiae, 1742*) лейпцигского преподавателя Иоганна Кристофа Гейльброннера (1706—1747). Реализация такого плана впервые удалась французскому ученому Жану Этьену Монтюкла (1725—1799). Монтюкла, сын лионского купца, в молодые годы оставил адвокатуру, чтоб целиком отдаться изучению прогресса математических наук.

В истории математики Монтюкла выступил сперва с «Историей исследований о квадратуре круга» (*Histoire des recherches sur la quadrature du cercle. Paris, 1754*), а за нею вскоре последовала двухтомная «История математики, в которой описан ее прогресс от ее возникновения до наших дней; где изложена картина и развитие главных открытий во всех частях математики, споры, возникавшие между математиками, и главные моменты жизни наиболее знаменитых» (*Histoire des mathématiques, dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours; où l'on expose le tableau et le développement des principales découvertes dans toutes les parties des mathématiques, les contestations qui se sont élevées entre les mathématiciens, et les principaux traits de la vie des plus célèbres*).

Несмотря на недостатки, связанные как с тогдашним уровнем исторических знаний, так и с тем, что в некоторых случаях автор черпал сведения из вторых рук, несмотря на заметное пристрастие его к соотечественникам, труд Монтьюкла являлся выдающимся произведением. В нем история математических наук была поднята на новую ступень и из перечня разрозненных фактов биографического, библиографического и научного характера превратилась в целостную историю идей в их связях и взаимодействии, анализируемых с позиций современной автору науки. Рассмотрение таких взаимосвязей было тем более естественным, что Монтьюкла, в духе своего времени, понимал под математикой — *les mathématiques* — весь комплекс точных наук, включая в него не только механику, астрономию и многие отделы физики, но еще и навигацию, географию и т. д.

В первом издании книги Монтьюкла довел изложение до начала XVIII в. Увлекательно и в значительной части доступно написанная книга имела успех. В конце жизни Монтьюкла подготовлял второе издание своего труда, которое должно было охватить XVIII в. Он успел выпустить в переработанном виде первые два тома (Париж, 1799), но смерть застала его, когда он завершал работу лишь над третьим из намеченных четырех. До конца довел этот том и составил четвертый (Париж, 1802) астроном Жозеф Жером де Лаланд (1732—1807). Ученый мир высоко оценил заслуги Монтьюкла как историка математики. Об этом свидетельствует его избрание, по предложению Мопертюи и Эйлера, иностранным членом Берлинской академии наук в 1755 г. и членом Парижской академии наук (тогда — I класса Национального института) в 1796 г. Книга Монтьюкла, хотя далеко не полностью, вышла и в России. Русский перевод, доведенный почти до начала XVII в., печатался под названием «Истории о математике» в «Академических известиях» на протяжении 1779—1781 гг., правда, без указания автора, так что в свое время книгу приписывали переводчику Петру Богдановичу, писателю и издателю. Почему Богданович не закончил перевода — неизвестно.

Еще больший успех выпал на долю «Опыта общей истории математики» (*Essai sur l'histoire générale des mathématiques*, Paris, 1802, 2 тома) преподавателя Политехнической школы и парижского академика Шарля Боссю (1730—1814) — книги, выросшей из его же вступительной статьи, напечатанной в «Математическом словаре» (*Dictionnaire mathématique*, 1784), входившем в состав «Методической энциклопедии» (см. стр. 26). В значительной части этот успех был связан с тем, что книга Боссю имела гораздо меньший объем, чем огромный четырехтомник Монтьюкла. Она была переиздана в 1810 г. и еще ранее вышла в итальянском (1802), английском (1803) и немецком (1806) переводах. Упомянем еще незавершенную «Историю математики от возрождения наук до конца восемнадцатого столетия» (*Geschichte der Mathematik seit der Wiederherstellung der Wissenschaften bis an das Ende des achtzehnten Jahrhunderts*. Leipzig — Göttingen, 1796—1800) профессора университета в Гёттингене Абраама Готтильфа Кестнера (1719—1800), содержащую полезные сведения обо многих редких сочинениях, которые автор всегда стремился изучить весьма обстоятельно.

Наряду с такими общими трудами начали появляться исторические обзоры отдельных дисциплин и проблем. Мы упомянули подобную книгу о квадратуре круга Монтьюкла. Назовем еще «Обзор важнейших попыток доказательства теории о параллельных линиях» (*Conatum praecipuorum theoriæ parallelarum demonstrandi recensio*. Göttingen, 1763) ученика



Кестнера профессора Георга Симона Кюгеля, а также «Критическую историю происхождения, распространения в Италии и первых успехов в ней алгебры» (*Storia critica dell'origine, trasporto in Italia e primi progressi in essa dell'algebra*, Parma, 1779) профессора университетов в Парме и Падуе Пьетро Коссали (1748—1815). Некоторые выдающиеся математики, не занимаясь специально историей своей науки, отводили в своих сочинениях место критическим обзорам развития рассматриваемых проблем. Таковы, например, блестящие исторические резюме в классических «Аналитической механике» (1788) и «Теории аналитических функций» (1797) Лагранжа.

Отметим в заключение популярные статьи и публичные выступления математиков, в которых история науки использовалась для объяснения места науки в общественной жизни. В XVIII в. наука не без труда завоевывала признание у широкой публики, претендовавшей на образованность, и, как говорилось, популяризация наук и доказательство их практической полезности являлись предметом особых забот ученых; этой цели служили специальные журналы, книги и речи. Примеры из истории науки и ее приложений были одним из средств опровергнуть предубеждение, что занятия ученых высокими и, казалось бы, отвлеченными вопросами «на деле в общем житии к пользе человеческого общества не способствуют». Мы привели только что слова из статьи двух петербургских академиков — астронома А. Н. Гришова (1726—1760) и механика И. Э. Цейгера (1720—1784) — под названием «О пользе высшей математики в общем житии»<sup>1</sup>. Необходимость заставляла время от времени возвращаться к этому вопросу: через четыре года ученик Эйлера академик С. К. Котельников произнес в публичном собрании Академии наук уже упоминавшееся «Слово о пользе упражнения в чистых математических рассуждениях». В этой превосходной речи, как и в только что упомянутой статье, аргументация основана в значительной мере на обширном и искусно подобранном историческом материале. К подобной защите «чистой науки» нередко прибегали тогда и в России, и в других странах.

---

<sup>1</sup> «Ежемесячные сочинения», август, 1757, стр. 161.