(эти формулы верны при любом расположении прямой относительно координатных осей).

Как видно из уравнения (3, 4), $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ и искомые координаты основания перпендикуляра равны

$$x = -\frac{1}{3}, \quad y = \frac{2}{3}.$$

ЧЕТВЕРТОЕ ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ

Содержание: Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Определение точки пересечения двух прямых.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

1. Уравнение прямой, проходящей через данную точку $A(x_1, y_1)$ в данном направлении, определяемом угловым коэффициентом k,

$$y - y_1 = k(x - x_1). \tag{4, 1}$$

Это уравнение определяет пучок прямых, проходящих через точку $A(x_1, y_1)$, которая называется центром пучка.

2. Уравнение прямой, проходящей через две точки: $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, записывается так:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}. \tag{4, 2}$$

Угловой коэффициент прямой, проходящей через две данные точки, определяется по формуле

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \tag{4, 3}$$

3. Углом между прямыми a и b называется угол, на который надо повернуть первую прямую a вокруг точки пересечения этих прямых против движения часовой стрелки до совпадения ее со второй прямой b.

Если две прямые заданы уравнениями с угловым коэффициентом

$$y = k_1 x + b_1,$$

$$y = k_2 x + b_2, \tag{4, 4}$$

то угол между ними θ определится по формуле

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}. \tag{4, 5}$$

Следует обратить внимание на то, что в числителе дроби из углового коэффициента второй прямой вычитается угловой коэффициент первой прямой.

Если уравнения прямых заданы в общем виде

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$
$$A_2x + B_2y + C_2 = 0, \tag{4, 6}$$

угол между ними определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{A_1B_2 - A_2B_1}{A_1A_2 + B_1B_2}. \tag{4, 7}$$

4. Условия параллельности двух прямых:

а) Если прямые заданы уравнениями (4, 4) с угловым коэффициентом, то необходимое и достаточное условие их параллельности состоит в равенстве их угловых коэффициентов:

$$k_1 = k_2. \tag{4, 8}$$

б) Для случая, когда прямые заданы уравнениями в общем виде (4, 6), необходимое и достаточное условие их параллельности состоит в том, что коэффициенты при соответствующих текущих координатах в их уравнениях пропорциональны, т. е.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}. \tag{4, 9}$$

5. Условия перпендикулярности двух прямых:

а) В случае, когда прямые заданы уравнениями (4, 4) с угловым коэффициентом, необходимое и достаточное условие их перпендикулярности заключается в том, что их угловые коэффициенты обратны по величине и противоположны по знаку, т. е.

$$k_2 = -\frac{1}{k_1}. \tag{4, 10}$$

Это условие может быть записано также в виде

$$k_1k_2 = -1. \tag{4, 11}$$

б) Если уравнения прямых заданы в общем виде (4, 6), то условие их перпендикулярности (необходимое и достаточное) заключается в выполнении равенства

$$A_1A_2 + B_1B_2 = 0. \tag{4, 12}$$

6. Координаты точки пересечения двух прямых находят, решая систему уравнений (4, 6). Прямые (4, 6) пересекаются в том и только в том случае, когда

$$A_1B_2 - A_2B_1 \neq 0.$$

Задача 4, 1. Найти уравнение прямой, проходящей через две точки: $(-1, 2)$ и $(2, 1)$.

Решение. По уравнению (4, 2), полагая в нем* $x_1 = -1$, $y_1 = 2$, $x_2 = 2$, $y_2 = 1$, получим

$$\frac{y-2}{1-2} = \frac{x+1}{2+1}, \qquad \text{или} \qquad \frac{y-2}{-1} = \frac{x+1}{3};$$

после упрощений получаем окончательно искомое уравнение в виде

$$x + 3y - 5 = 0.$$

Задача 4, 2. Найти уравнение прямой, проходящей через точки $A(2,\ 1)$ и $B(-5,\ 1)$.

Решение. Эта задача не отличается от предыдущей. Подставляя координаты точек A и B в уравнение (4, 2), получаем

$$\frac{x-2}{-5-2} = \frac{y-1}{1-1},$$

или $\frac{x-2}{-7} = \frac{y-1}{0}$, а отсюда заключаем, что $y - 1 = 0$, или $y = 1$ (см. объяснения в учебнике И. И. Привалова «Аналитическая геометрия». 1957, гл. III, § 12).

Задача 4, 3 (для самостоятельного решения). Найти уравнения сторон треугольника, вершины которого $A(1, -1)$; $B(3,\ 5)$, $C(-7,\ 11)$.

Указание. Эта задача решается точно так же, как и две предыдущие. Используя формулу (4, 2), получим уравнения сторон:

$$(AB) \quad 3x - y - 4 = 0,$$
$$(BC) \quad 3x + 5y - 34 = 0,$$
$$(AC) \quad 3x + 2y - 1 = 0.$$

Задача 4, 4. Стороны треугольника заданы уравнениями:

$$(AB) \quad 2x + 4y + 1 = 0,$$
$$(AC) \quad x - y + 2 = 0,$$
$$(BC) \quad 3x + 4y - 12 = 0.$$

Найти координаты вершин треугольника.

Решение. Координаты вершины A найдем, решая систему, составленную из уравнений сторон AB и AC:

$$\left.\begin{aligned} 2x + 4y + 1 &= 0 \\ x - y + 2 &= 0 \end{aligned}\right\}.$$

Систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными решаем способами, известными из элементарной алгебры, и получаем

$$x = -\frac{3}{2}, \quad y = \frac{1}{2}.$$

---

* Безразлично, какую точку считать первой, а какую — второй.

Вершина A имеет координаты

$$A\left(-\frac{3}{2},\ \frac{1}{2}\right).$$

Координаты вершины B найдем, решая систему из уравнений сторон AB и BC:

$$\left.\begin{aligned} 2x+4y+\ \ 1=0 \\ 3x+4y-12=0 \end{aligned}\right\};$$

получаем $x=13$; $y=-\frac{27}{4}$; $B\left(13,\ -\frac{27}{4}\right)$.

Координаты вершины C получим, решая систему из уравнений сторон BC и AC:

$$\left.\begin{aligned} 3x+4y-12=0 \\ x-\ y+\ 2=0 \end{aligned}\right\}.$$

Вершина C имеет координаты $C\left(\frac{4}{7},\ \frac{18}{7}\right)$.

Задача 4, 5 (для самостоятельного решения). Найти координаты вершин треугольника, стороны которого заданы уравнениями:

$$\begin{aligned} &(AB)\ \ x+\ y-\ 5=0, \\ &(BC)\ 2x-\ y+\ 4=0, \\ &(AC)\ 5x-3y+14=0. \end{aligned}$$

Ответ. $A\left(\frac{1}{8},\ \frac{39}{8}\right)$; $B\left(\frac{1}{3},\ \frac{14}{3}\right)$; $C(2,\ 8)$.

Задача 4, 6 (для самостоятельного решения). Найти координаты вершин треугольника, стороны которого заданы уравнениями.

$$\begin{aligned} &(AB)\ 2x+\ y-\ 5=0, \\ &(BC)\ 2x-\ y+\ 4=0, \\ &(AC)\ 5x-8y+14=0. \end{aligned}$$

Ответ. $A\left(\frac{26}{21},\ \frac{53}{21}\right)$; $B\left(\frac{1}{4},\ \frac{9}{2}\right)$; $C\left(-\frac{18}{11},\ \frac{8}{11}\right)$.

Задача 4, 7. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(2,\ 5)$ параллельно прямой $3x-4y+15=0$.

Решение. Докажем, что если две прямые параллельны, то их уравнения всегда можно представить в таком виде, что они будут отличаться только свободными членами. Действительно, из условия (4, 9) параллельности двух прямых следует, что $\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}$.

Обозначим через t общую величину этих отношений. Тогда

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=t,$$

а отсюда следует, что

$$A_1=A_2t, \quad B_1=B_2t. \tag{4, 13}$$

Если две прямые

$$A_1x+B_1y+C_1=0$$
и
$$A_2x+B_2y+C_2=0$$

параллельны, условия (4, 13) выполняются, и, заменяя в первом из этих уравнений A_1 и B_1 по формулам (4, 13), будем иметь

$$A_2tx+B_2ty+C_1=0,$$

или, разделив обе части уравнения на $t \neq 0$, получим

$$A_2x+B_2y+\frac{C_1}{t}=0. \tag{4, 14}$$

Сравнивая полученное уравнение с уравнением второй прямой $A_2x+B_2y+C_2=0$, мы замечаем, что эти уравнения отличаются только свободным членом; тем самым мы доказали требуемое. Теперь приступим к решению задачи. Уравнение искомой прямой запишем так, что оно будет отличаться от уравнения данной прямой только свободным членом: первые два слагаемые в искомом уравнении возьмем из данного уравнения, а его свободный член обозначим через C. Тогда искомое уравнение запишется в виде

$$3x-4y+C=0, \tag{4, 15}$$

и определению подлежит C.

Придавая в уравнении (4, 15) величине C всевозможные действительные значения, мы получим множество прямых, параллельных данной. Таким образом, уравнение (4, 15) представляет собой уравнение не одной прямой, а целого семейства прямых, параллельных данной прямой $3x-4y+15=0$. Из этого семейства прямых нам следует выделить ту, которая проходит через точку $A(2, 5)$.

Если прямая проходит через точку, то координаты этой точки должны удовлетворять уравнению прямой. А поэтому мы определим C, если в (4, 15) подставим вместо текущих координат x и y координаты точки A, т. е. $x=2$, $y=5$. Получаем $3\cdot 2-4\cdot 5+C=0$ и $C=14$.

Найденное значение C подставляем в (4, 15), и искомое уравнение запишется так:

$$3x-4y+14=0.$$

Ту же задачу можно решить и иначе. Так как угловые коэффициенты параллельных прямых между собою равны, а для данной прямой $3x-4y+15=0$ угловой коэффициент $k=\frac{3}{4}$, $\left(k=-\frac{A}{B}\right)$, то и угловой коэффициент искомой прямой также равен $\frac{3}{4}$.

Теперь используем уравнение (4, 1) пучка прямых. Точка $A(2, 5)$, через которую проходит прямая, нам известна, а потому, подставив в уравнение пучка прямых $y-y_1=k(x-x_1)$ значения $k=\frac{3}{4}$; $x_1=2$; $y_1=5$,

получим

$$y-5=\frac{3}{4}(x-2); \quad 4y-20=3x-6,$$

или после упрощений

$$3x-4y+14=0,$$

т. е. то же, что и раньше.

Задача 4, 8 (для самостоятельного решения). Найти уравнение прямой, проходящей через точку $(3, -4)$ параллельно прямой $2x+5y-7=0$.

Указание. Задача решается так же, как и предыдущая. Решение проведите двумя способами.

Ответ. $2x+5y+14=0$.

Задача 4, 9. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(5, -1)$ перпендикулярно к прямой $3x-7y+14=0$.

Решение. Мы знаем, что если две прямые

$$A_1x+B_1y+C_1=0,$$
$$A_2x+B_2y+C_2=0$$

перпендикулярны, то выполняется равенство (4, 12)

$$A_1A_2+B_1B_2=0,$$

или что то же,

$$A_1A_2=-B_1B_2,$$

а отсюда следует, что

$$\frac{A_2}{B_1}=-\frac{B_2}{A_1}.$$

Общее значение этих отношений обозначим через t.

Тогда
$$\frac{A_2}{B_1}=-\frac{B_2}{A_1}=t,$$

откуда следует, что

$$A_2=B_1t, \quad B_2=-A_1t.$$

Подставляя эти значения A_2 и B_2 в уравнение второй прямой, получим

$$B_1tx - A_1ty + C_2 = 0,$$

или, деля на t обе части равенства, будем иметь

$$B_1x - A_1y + \frac{C_2}{t} = 0.$$

Сравнивая полученное уравнение с уравнением первой прямой

$$A_1x + B_1y + C_1 = 0,$$

замечаем, что у них коэффициенты при x и y поменялись местами, а знак между первым и вторым слагаемым переменился на противоположный, свободные же члены различны.

Приступим теперь к решению задачи. Желая написать уравнение прямой, перпендикулярной к прямой $3x - 7y + 14 = 0$, мы на основании только что сделанного заключения поступим так: поменяем местами коэффициенты при x и y, а знак минус между ними заменим знаком плюс, свободный член обозначим буквой C. Получим $7x + 3y + C = 0$. Это уравнение есть уравнение семейства прямых, перпендикулярных прямой $3x - 7y + 14 = 0$. Мы определим C из условия, что искомая прямая проходит через точку $A\ (5, -1)$. Известно, что если прямая проходит через точку, то координаты этой точки должны удовлетворять уравнению прямой. Подставляя в последнее уравнение 5 вместо x и -1 вместо y, получим

$$7 \cdot 5 + 3 \cdot (-1) + C = 0;$$

$$C = -32.$$

Это значение C подставим в последнее уравнение и получим

$$7x + 3y - 32 = 0.$$

Решим ту же задачу другим способом, использовав для этого уравнение (4, 1) пучка прямых

$$y - y_1 = k(x - x_1).$$

Угловой коэффициент искомой прямой мы найдем из условия (4, 10), т. е. он должен быть обратен по абсолютной величине и противоположен по знаку угловому коэффициенту данной прямой.

Угловой коэффициент данной прямой $3x - 7y + 14 = 0$

$$k_1 = \frac{3}{7};$$

тогда угловой коэффициент прямой, ей перпендикулярной,

$$k_2 = -\frac{7}{3}.$$

Подставив в уравнение пучка прямых $k_2 = -\frac{7}{3}$, а вместо x_1 и y_1 координаты данной точки $A(5, -1)$, найдем $y-(-1) = -\frac{7}{3}(x-5)$, или $3y+3=-7x+35$, и окончательно $7x+3y-32=0$, т. е. то же, что и раньше.

Задача 4, 10 (для самостоятельного решения). Через точку $A(-3, 2)$ провести прямую, перпендикулярную прямой $7x+4y-11=0$*.

Ответ. $4x-7y+26=0$.

Задача 4, 11 (для самостоятельного решения). Через точку пересечения прямых

$$x+y-1=0 \text{ и } 2x+3y+4=0$$

провести прямую. 1) перпендикулярно прямой $3x-y+7=0$; 2) параллельно этой прямой.

Ответ. 1) $x+3y+11=0$; 2) $3x-y-27=0$.

Задача 4, 12 (для самостоятельного решения). Сторонами треугольника являются координатные оси и прямая, проходящая через точку $A(3, 4)$. Найти уравнение этой прямой при условии, что площадь треугольника равна 9 кв. ед.

Указание. 1. Написать уравнение пучка прямых, проходящих через точку $A(3, 4)$.

2. Найти величины отрезков, отсекаемых этой прямой на координатных осях. Получится

$$a = \frac{3k-4}{k}, \quad b = 4-3k.$$

3. Использовать формулу для определения площади прямоугольного треугольника $S = \pm\frac{1}{2}ab$, где a и b — катеты, и для определения k получатся уравнения

$$9k^2-42k+16=0 \text{ и } 9k^2-6k+16=0.$$

Корни второго уравнения комплексны и должны быть отброшены. Подставляя найденные из первого уравнения значения k в уравнение пучка прямых, полученное в п. 1, окончательно найдем, что требованию задачи удовлетворяют две прямые:

$$1)\ y = \frac{7+\sqrt{33}}{3}(x-3)+4 \text{ и } 2)\ y = \frac{7-\sqrt{33}}{3}(x-3)+4.$$

Задача 4, 13. Даны две противоположные вершины квадрата $A(2, 1)$ и $C(4, 5)$. Найти две другие (фиг. 4, 1).

Решение. Обозначим буквами B и D искомые вершины: $B(x_2, y_2)$ и $D(x_4, y_4)$. Надо найти числа x_2, y_2 и x_4, y_4. Для

---

* Это условие следует понимать так же, как и условие задачи 4, 9.

определения каждой пары этих чисел необходимы два уравнения, связывающие их.

Первое из них мы найдем, определив расстояние AB и приравняв его к расстоянию BC ($AB = BC$, так как стороны квадрата равны между собой):

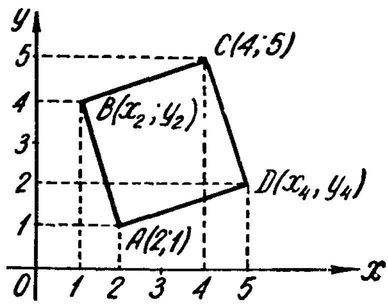
$$AB = \sqrt{(x_2-2)^2 + (y_2-1)^2}, \quad BC = \sqrt{(x_2-4)^2 + (y_2-5)^2}.$$

Отсюда следует, что

$$\sqrt{(x_2-2)^2 + (y_2-1)^2} = \sqrt{(x_2-4)^2 + (y_2-5)^2}.$$

Возводя обе части этого равенства в квадрат, после упрощений получим первое уравнение, связывающее x_2 и y_2,

$$x_2 + 2y_2 = 9.$$



Фиг. 4,1.

Для получения второй связи между x_2 и y_2 найдем угловые коэффициенты прямых AB и BC. Так как эти прямые перпендикулярны, то произведение их угловых коэффициентов равно -1 (см. формулу (4, 11)).

Угловой коэффициент прямой, проходящей через две данные точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2), определяется по формуле

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

В нашем случае $x_1 = 2$, $y_1 = 1$. Для прямой AB угловой коэффициент

$$k = \frac{y_2 - 1}{x_2 - 2}.$$

Для прямой BC угловой коэффициент, учитывая координаты точки C, будет равен

$$k_1 = \frac{y_2 - 5}{x_2 - 4}.$$

Из условия перпендикулярности двух прямых (4, 11) следует, что

$$\frac{y_2 - 1}{x_2 - 2} \cdot \frac{y_2 - 5}{x_2 - 4} = -1.$$

Умножая обе части этого равенства на $(x_2 - 2) \cdot (x_2 - 4)$, получим

$$(y_2 - 1)(y_2 - 5) = -(x_2 - 2)(x_2 - 4),$$

или $(y_2 - 1)(y_2 - 5) + (x_2 - 2)(x_2 - 4) = 0;$

раскрывая скобки, будем иметь

$$x_2^2 + y_2^2 - 6x_2 - 6y_2 + 13 = 0.$$

Это второе уравнение, связывающее x_2 и y_2.

Его можно получить и проще. 1) координаты точки E пересечения диагоналей квадрата найдутся, как координаты средины диагонали AC: $E(3, 3)$. Из условия $BE = AE$ получаем предыдущее уравнение. Таким образом, для определения x_2 и y_2 мы имеем такую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} x_2 + 2y_2 = 9 \\ x_2^2 + y_2^2 - 6x_2 - 6y_2 + 13 = 0 \end{aligned}\right\}.$$

Из первого уравнения находим, что $x_2 = 9 - 2y_2$. Подставляем это значение во второе уравнение и, решая относительно y_2 полученное квадратное уравнение, найдем, что

$$(y_2)_1 = 4, \quad (y_2)_2 = 2,$$

$$\text{а } (x_2)_1 = 1, \quad (x_2)_2 = 5.$$

Значит, вершиной B могут служить точки с координатами (1, 4) и (5, 2). Проделайте самостоятельно точно такую же работу относительно второй искомой вершины; полу́чите

$$(x_4)_1 = 5; \quad (y_4)_1 = 2;$$

$$(x_4)_2 = 1; \quad (y_4)_2 = 4.$$

Следовательно, вершина D имеет координаты (5, 2) или (1, 4).

Задача **4, 14**. Найти угол между двумя прямыми

$$y = 2x + 4;$$

$$y = 3x - 1.$$

Решение. Поставим перед собой задачу найти острый угол между данными прямыми. Воспользуемся формулой (4, 5), так как прямые заданы уравнениями с угловым коэффициентом, причем поскольку нас интересует острый угол, правую часть формулы (4, 5) возьмем по абсолютной величине:

$$\operatorname{tg}\theta = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|.$$

У нас

$$k_1 = 2; \quad k_2 = 3;$$

$$\operatorname{tg}\theta = \left|\frac{3-2}{1+3\cdot 2}\right|; \quad \operatorname{tg}\theta = \frac{1}{7}.$$

По таблицам тригонометрических функций находим, что $\theta = 8°8'$.

Задача **4, 15** (для самостоятельного решения).

Найти угол между прямыми

$$y = -2x + 3 \text{ и } y = 3x + 5.$$

Ответ. $\theta = 135°$.

Задача 4, 16. Найти угол между прямыми

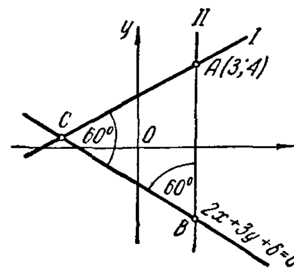
$$3x+4y-7=0 \text{ и}$$
$$4x-3y+8=0.$$

Решение. Воспользуемся формулой (4, 7), так как уравнения прямых заданы в общем виде.

У нас $A_1=3$; $B_1=4$; $A_2=4$; $B_2=-3$;

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{-9-16}{12-12}, \quad \operatorname{tg}\theta=\frac{-25}{0};$$

и так как деление на нуль невозможно, то $\operatorname{tg}\theta$ не существует. Угол $\theta=90°$, т. е. прямые перпендикулярны. Их перпендикулярность можно было усмотреть и сразу, составив выражение (4, 12) $A_1A_2+B_1B_2$ и убедившись, что оно равно нулю.



Фиг. 4,2.

Задача 4, 17 (для самостоятельного решения).

Найти острый угол между прямыми

$$3x+5y-7=0 \text{ и } x-y+5=0.$$

Ответ. $\operatorname{tg}\theta=4$; $\theta=75°58'$.

Указание. Для определения угла θ воспользуйтесь таблицами тригонометрических функций.

Задача 4, 18. Найти уравнения прямых, проходящих через точку A (3, 4) под углом в 60° к прямой $2x+3y+6=0$.

Решение. Для решения задачи нам следует определить угловые коэффициенты прямых I и II (фиг. 4, 2). Обозначим эти коэффициенты соответственно через k_1 и k_2, а угловой коэффициент данной прямой — через k. Очевидно, что $k=-\frac{2}{3}$.

На основании определения угла между двумя прямыми (стр. 35) при определении угла между данной прямой и прямой I следует в числителе дроби в формуле (4, 5) вычесть угловой коэффициент данной прямой, так как ее нужно повернуть против часовой стрелки вокруг точки C до совпадения с прямой I.

Учитывая, что $\operatorname{tg}60°=\sqrt{3}$, получаем

$$\operatorname{tg}60°=\frac{k_1-\left(-\frac{2}{3}\right)}{1+\left(-\frac{2}{3}\right)k_1}; \quad \sqrt{3}=\frac{k_1+\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}k_1}; \quad k_1=\frac{24-13\sqrt{3}}{3}.$$

Определяя же угол между прямой II и данной прямой, следует в числителе той же дроби вычесть угловой коэффициент прямой II, т. е. k_2, так как прямую II следует повернуть против часовой стрелки вокруг точки B до совпадения ее с данной прямой:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{-\frac{2}{3} - k_2}{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)k_2}; \quad \sqrt{3} = \frac{-\frac{2}{3} - k_2}{1 - \frac{2}{3}k_2}; \quad k_2 = \frac{24 + 13\sqrt{3}}{3}.$$

Задача 4, 19. Через центр тяжести треугольника, вершины которого $A(2, 3)$, $B(-1, 4)$, $C(5, 5)$, провести прямую, параллельную стороне AC, и прямую, перпендикулярную стороне AB.

Решение. Прежде всего определим координаты центра тяжести M треугольника. Известно, что каждая координата центра тяжести площади треугольника есть средняя арифметическая одноименных координат его вершин. Значит, если вершины треугольника имеют координаты (x_1, y_1), (x_2, y_2) и (x_3, y_3), то координаты его центра тяжести x_C и y_C будут

$$x_C = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \quad y_C = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}.$$

В нашем случае

$$x_C = \frac{2 + (-1) + 5}{3} = 2,$$

$$y_C = \frac{3 + 4 + 5}{3} = 4.$$

Центр тяжести треугольника M имеет координаты $(2, 4)$. Уравнение стороны AB будет $x + 3y - 11 = 0$; уравнение стороны AC будет $2x - 3y + 5 = 0$ (мы нашли эти уравнения, воспользовавшись уравнением прямой, проходящей через две точки).

Теперь так же, как в задачах 4, 7 и 4, 9, определим уравнение прямой, проходящей через точку M параллельно стороне AC и перпендикулярно стороне AB. Получим соответственно

$$2x - 3y + 8 = 0 \text{ и } 3x - y - 2 = 0.$$

ПЯТОЕ ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ

Содержание: Расстояние от даниой точки до данной прямой.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Расстояние точки A (x_1, y_1) до прямой $Ax + By + C = 0$ есть длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на прямую. Она определяется по формуле

$$d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|. \qquad (5, 1)$$