щение еще не дошло. В момент $t=\frac{d}{a}$ в точку M придет передний фронт волны. Для значений $t>\frac{D}{a}$, где D — наибольшее расстояние от M до контура l, круг C_{at} будет содержать внутри себя всю область B и мы получим

$$u(x, y, t)=\frac{1}{2\pi a}\frac{\partial}{\partial t}\iint\limits_{B}\frac{\varphi_0(\xi, \eta)\,d\xi\,d\eta}{\sqrt{a^2t^2-(\xi-x)^2-(\eta-y)^2}}+ \\ +\frac{1}{2\pi a}\iint\limits_{B}\frac{\varphi_1(\xi, \eta)\,d\xi\,d\eta}{\sqrt{a^2t^2-(\xi-x)^2-(\eta-y)^2}}. \qquad (15)$$

В данном случае после момента времени $t=\frac{D}{a}$ функция $u(x, y, t)$ не обращается в нуль, как в случае трехмерного пространства. Но ввиду присутствия члена a^2t^2 в знаменателе можно утверждать, что $u(x, y, t)\to 0$ при $t\to\infty$. Таким образом, начальное возмущение, локализованное на плоскости, не локализовано во времени. В этом случае возникает волна, которая имеет передний фронт волны, но не имеет заднего фронта (принцип Гюйгенса не имеет места). В трехмерном пространстве уравнению (12) соответствуют так называемые *цилиндрические волны*.

§ 3. Непрерывная зависимость решения от начальных данных

Все выведенные формулы, дающие решение задачи Коши для волнового уравнения, содержат интегралы от начальных функций, умноженных на определенные функции, и производные по времени от таких интегралов. Поэтому если изменить начальные функции φ_0 и φ_1 так, чтобы при этом они сами и их первые производные достаточно мало изменились, то при этом мало изменится и функция u, дающая решение задачи Коши, т. е. решение задачи Коши непрерывно зависит от начальных данных. При этом предполагается, конечно, что рассматриваются только ограниченные значения t, если область, на которой задаются начальные функции, бесконечна.

§ 4. Теорема единственности

Докажем единственность решения волнового уравнения при заданных начальных условиях. Для простоты записи будем считать $a=1$, чего можно достигнуть, заменяя в волновом уравнении t на $\frac{t}{a}$. Для большей наглядности рассмотрим случай трех независимых переменных, т. е. волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (16)$$