с магнитным полем. Это приводит ко многим интересным явлениям, играющим особенно большую роль в космических процессах. Например, магнитное поле Солнца удерживает его поверхность в сравнительно устойчивом состоянии: многие детали на поверхности Солнца могут наблюдаться в течение многих месяцев. Плазменные образования при столкновении не могут быстро проникнуть друг в друга. Истечение солнечного вещества с поверхности Солнца происходит в виде облаков, удерживаемых от рассеивания в пространстве магнитным полем. Эти и многие другие явления в чрезвычайно подвижной и лишенной сил сцепления среде, какой является разряженная плазма, кажутся совершенно парадоксальными, если не принимать во внимание «вмороженное» магнитное поле.

§ 5. Потенциалы электромагнитного поля

Уравнения элекромагнитного поля в однородной изотропной среде можно привести к виду, при котором число уравнений, определяющих поле, меньше числа уравнений Максвелла. Одним из способов такого приведения является введение *потенциалов поля.*

Используя то обстоятельство, что поле вектора $\mathbf{B}$ магнитной индукции соленоидально, положим

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}. \tag{28}$$

Уравнение Максвелла (11) при этом выполняется тождественно. Вектор $\mathbf{A}$ называют *векторным потенциалом* электромагнитного поля. Подставив (28) в уравнение Максвелла (8), получим

$$\operatorname{rot}\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) = 0,$$

откуда в предположении, что область пространства, занятая полем, односвязна, следует, что сумма $\mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ является градиентом некоторого скаляра, который обозначим через $-\varphi$:

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\operatorname{grad}\varphi. \tag{29}$$

Скаляр φ называют *скалярным потенциалом.*

Векторный потенциал определен с точностью до слагаемого, представляющего градиент произвольной функции координат и времени, преобразующийся при преобразовании координат как скаляр. В самом деле, так как $\operatorname{rot}\operatorname{grad}\psi = 0$, где ψ — произвольный скаляр, то $\operatorname{rot}\mathbf{A} = \operatorname{rot}(\mathbf{A} + \operatorname{grad}\psi)$. Ввиду (29) при замене $\mathbf{A} \to \mathbf{A} + \operatorname{grad}\psi$ потенциал φ должен быть заменен на $\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial\psi}{\partial t}$. Таким образом, векторный потенциал определен с точностью до

Уравнения (34)—(35) удобны при рассмотрении электромагнитного поля в диэлектрической среде, где $\mathbf{j}$ и ρ либо равны нулю, либо представляют сторонние заданные величины $\mathbf{j}^{(e)}$ и $\rho^{(e)}$. В электропроводной среде в приближении закона Ома $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{j}^{(e)}$. Взяв значение $\mathbf{E}$ из (32) и подставив значение $\mathbf{j}$ в (31), получим

$$\Delta\mathbf{A} - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi\mu}{c}\mathbf{j}^{(e)} + \operatorname{grad}\left(\frac{\varepsilon\mu}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \frac{4\pi\mu\sigma}{c}\varphi + \operatorname{div}\mathbf{A}\right).$$

Если теперь выбор потенциалов подчинить условию

$$\frac{\varepsilon\mu}{c}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{4\pi\mu\sigma}{c}\varphi + \operatorname{div}\mathbf{A} = 0, \tag{36}$$

то получим

$$\Delta\mathbf{A} - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi\mu}{c}\mathbf{j}^{(e)}. \tag{37}$$

Здесь правая часть задана. В отличие от этого, подставив в (30) значение $\operatorname{div}\mathbf{A}$ из (36), получим

$$\Delta\varphi - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon}\rho, \tag{38}$$

где правая часть неизвестна. Поэтому, если векторный потенциал удалось найти, то скалярный потенциал естественнее находить из (36). Заметим, что если после этого определить $\mathbf{E}$ из (32), а ρ из уравнения $\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon}\rho$, то (38) удовлетворяется тождественно.

§ 6. Периодические по времени электромагнитные поля

Важнейшим случаем волновых электромагнитных полей являются поля, периодические по времени. Это связано не только с тем, что к таким полям приводят многие практические задачи, в которых, например, изучается распространение радиоволн, но и с тем, что произвольное волновое поле может быть представлено как наложение периодических по времени полей. Такое представление в конечной области дается рядом, а в бесконечной — интегралом Фурье. Ниже в этой книге будут рассматриваться только периодические по времени поля. Периодичность по времени в каждой точке пространства подразумевает стационарность — неизменность во времени — величин, однозначно характеризующих поле в данной точке (например, амплитуд и периода колебаний). Поэтому периодические по времени поля *стационарны*.

Как и в предыдущих параграфах, будем предполагать, что изменение электромагнитного поля во времени в каждой точке среды происходит достаточно медленно, чтобы были справедливы