откуда ясно, что радиальные компоненты E_r и H_r по порядку величины не превосходят угловых компонент, так что должно быть

$$\lim_{r\to\infty}\iint_{\Sigma}(|E_r|^2+|H_r|^2)\,d\Sigma=0,$$

а поэтому вообще

$$\lim_{r\to\infty}\iint_{\Sigma}|\mathbf{E}|^2\,d\Sigma=\lim_{r\to\infty}\iint_{\Sigma}|\mathbf{H}|^2\,d\Sigma=0. \tag{99}$$

Если $\sigma_i\neq 0$, $\sigma_e\neq 0$, то из (98) вытекает, что во всем пространстве $\mathbf{E}=0$, а в силу уравнений (89) также и $\mathbf{H}=0$. Если же $\sigma_e=0$, то во внешней области параметр $k=k_e=\frac{\omega\sqrt{\varepsilon_e\mu_e}}{c}$ имеет вещественное значение. Поэтому, приняв во внимание, что каждая из компонент векторов поля удовлетворяет уравнению Гельмгольца, мы можем воспользоваться основной леммой теории уравнения Гельмгольца (§ 7 гл. XXIV), согласно которой выполнение условия (99) при вещественном k влечет за собой обращение $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ в нуль во всей внешней области. Во внутренней же области $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ равны нулю в силу первого из соотношений (98). Таким образом, теорема доказана.

Глава XXX

НАПРАВЛЯЕМЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

§ 1. Поперечно-электрические, поперечно-магнитные и поперечно-электромагнитные волны

В этой главе мы рассмотрим ряд задач, связанных с установившимися процессами распространения электромагнитных волн вдоль систем, обладающих свойством создавать условия, при которых распространение волны происходит, в основном, в заданном направлении. Такие волны называют *направляемыми*, а направляющие их системы — *волноводами*.

Основным приемом, которым мы будем пользоваться для упрощения рассмотрения этих задач, явится представление электромагнитного поля в виде суперпозиции волн нескольких типов.

Пусть ось x_3 направлена вдоль направления распространения волны. Это всегда можно сделать по крайней мере локально, в данной точке. Электромагнитное поле волны определяется шестью компонентами E_1, E_2, E_3, H_1, H_2, H_3 электрического и магнитного векторов. Представим его в виде суперпозиции двух полей, определяемых соответственно компонентами

$$\left.\begin{matrix} 0, & E_2, & 0 \\ H_1, & 0, & H_3 \end{matrix}\right\} \tag{1}$$

и

$$\left.\begin{matrix} E_1, & 0, & E_3 \\ 0, & H_2, & 0. \end{matrix}\right\} \qquad (2)$$

Наложение этих полей дает, очевидно, исходное поле. Электрический вектор поля (1) перпендикулярен направлению распространения волны, тогда как магнитный вектор имеет отличную от нуля компоненту вдоль направления распространения. Поле (2) характеризуется обратным расположением электрического и магнитного векторов. Именно, электрический вектор имеет компоненту вдоль направления распространения, а магнитный не имеет. В связи с этим волны, характеризуемые полем (1), получили название *поперечно-электрических* или ТЕ-волн (от английского «transverse electric»), а характеризуемые полем (2) — *поперечно-магнитных* или ТМ-волн («transverse magnetic»). Эти названия мы будем применять и для волн, у которых все поперечные компоненты отличны от нуля, т. е. характеристическим признаком ТЕ- и ТМ-волн будем считать $E_3 = 0$ в первом случае и $H_3 = 0$ во втором.

Введем, наконец, еще третий тип волн, характеризуемый отсутствием продольных компонент как у электрического, так и у магнитного вектора. Такие волны характеризуются следующей таблицей компонент:

$$\left.\begin{matrix} E_1, & E_2, & 0 \\ H_1, & H_2, & 0 \end{matrix}\right\} \qquad (3)$$

и получили название *поперечно-электромагнитных* или ТЕМ-волн.

Из нашего рассмотрения еще не следует возможности самостоятельного существования волновых процессов, характеризуемых полями (1) — (3). Однако, как мы увидим ниже, волны всех трех типов в соответствующих условиях могут существовать как самостоятельные и независимые друг от друга процессы.

ЗАДАЧА

Показать, что поля вида (1) — (3) могут быть полями бегущей волны.

Указание. Следует исходить из уравнений Максвелла.

§ 2. Волны между идеально проводящими плоскостями, разделенными диэлектриком

Изучим распространение плоской волны между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями, отстоящими на расстояние s. Расположим начало координат на одной из плоскостей. Ось x_3 будем считать ориентированной по направлению распространения волны, а ось x_1 — перпендикулярной к рассматриваемым плоскостям и направленной так, чтобы уравнения плоскостей были