

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | <i>Стр.</i> |
|---|-------------|
| Введение | 10 |
| <i>Глава I Вывод основных уравнений математической физики</i> | |
| § 1. Уравнение колебаний струны | 12 |
| § 2. Уравнение колебаний мембраны | 16 |
| § 3. Уравнения гидродинамики и звуковых волн | 18 |
| § 4. Уравнение распространения тепла в изотропном твердом теле | 24 |
| § 5. Задачи, приводящие к уравнению Лапласа | 28 |
| <i>Глава II. Классификация уравнений второго порядка</i> | |
| § 1. Типы уравнений второго порядка | 29 |
| § 2. Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами | 30 |
| § 3. Приведение к каноническому виду уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными | 32 |
| <i>Глава III. Уравнения первого порядка</i> | |
| § 1. Квазилинейные дифференциальные уравнения с двумя независимыми переменными | 40 |
| § 2. Нелинейные дифференциальные уравнения с двумя независимыми переменными | 44 |
| § 3. Нелинейные дифференциальные уравнения с n независимыми переменными | 51 |

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

Дифференциальные уравнения гиперболического типа

| | |
|---|----|
| <i>Глава IV. Применение метода характеристик к изучению малых колебаний струны</i> | |
| § 1. Уравнение колебаний струны. Решение Даламбера | 54 |
| § 2. Понятие об обобщенных решениях | 62 |
| <i>Глава V. Продольные колебания стержня</i> | |
| § 1. Дифференциальное уравнение продольных колебаний однородного стержня постоянного сечения. Начальные и граничные условия | 64 |
| § 2. Колебания стержня с одним закрепленным концом | 66 |
| § 3. Продольный удар груза по стержню | 70 |

Глава VI. Уравнения гиперболического типа с двумя независимыми переменными

| | |
|--|----|
| § 1. Задача Коши | 75 |
| § 2. Задача Гурса | 79 |
| § 3. Метод Римана | 80 |
| § 4. Примеры на приложение метода Римана | 83 |

Глава VII. Применение метода характеристик к изучению колебаний в электрических линиях

| | |
|---|----|
| § 1. Дифференциальные уравнения свободных электрических колебаний | 88 |
| § 2. Телеграфное уравнение | 90 |
| § 3. Интегрирование телеграфного уравнения по методу Римана | 90 |
| § 4. Электрические колебания в бесконечном проводе | 93 |
| § 5. Колебания в линии, свободной от искажения | 95 |
| § 6. Граничные условия для провода конечной длины | 97 |

Глава VIII Волновое уравнение

| | |
|--|-----|
| § 1. Формула Пуассона | 98 |
| § 2. Цилиндрические волны | 101 |
| § 3. Непрерывная зависимость решения от начальных данных | 103 |
| § 4. Теорема единственности | 103 |
| § 5. Неоднородное волновое уравнение | 105 |
| § 6. Точечный источник | 108 |

Глава IX. Некоторые общие вопросы теории дифференциальных уравнений гиперболического типа

| | |
|--|-----|
| § 1. Задача Коши. Характеристики | 109 |
| § 2. Бихарактеристики | 113 |
| § 3. Слабый разрыв. Фронт волны | 114 |
| § 4. Распространение разрывов по лучам | 117 |

Глава X. Применение метода Фурье к изучению свободных колебаний струн и стержней

| | |
|---|-----|
| § 1. Метод Фурье для уравнения свободных колебаний струны | 119 |
| § 2. Колебание зацепленной струны | 125 |
| § 3. Колебания струны под действием удара | 126 |
| § 4. Продольные колебания стержня | 126 |
| § 5. Общая схема метода Фурье | 129 |

Глава XI Вынужденные колебания струн и стержней

| | |
|---|-----|
| § 1. Вынужденные колебания струны, закрепленной на концах | 136 |
| § 2. Вынужденные колебания тяжелого стержня | 140 |
| § 3. Вынужденные колебания струны с подвижными концами | 142 |
| § 4. Единственность решения смешанной задачи | 145 |

Глава XII. Крутильные колебания однородного стержня

| | |
|--|-----|
| § 1. Дифференциальное уравнение крутильных колебаний цилиндрического стержня | 147 |
| § 2. Колебания стержня с одним прикрепленным диском | 150 |

Глава XIII. Функции Бесселя

| | |
|--|-----|
| § 1. Уравнение Бесселя | 150 |
| § 2. Некоторые частные случаи функций Бесселя | 160 |
| § 3. Ортогональность функций Бесселя и их корни | 162 |
| § 4. Разложение произвольной функции в ряд по функциям Бесселя | 167 |

| | |
|---|-----|
| § 5. Некоторые интегральные представления функций Бесселя | 169 |
| § 6. Функции Ханкеля | 172 |
| § 7. Функции Бесселя мнимого аргумента | 173 |

Глава XIV. *Малые колебания нити, подвешенной за один конец*

| | |
|---|-----|
| § 1. Свободные колебания подвешенной нити | 176 |
| § 2. Вынужденные колебания подвешенной нити | 180 |

Глава XV. *Малые радиальные колебания газа*

| | |
|---|-----|
| § 1. Радиальные колебания газа в сфере | 184 |
| § 2. Радиальные колебания газа в неограниченной цилиндрической трубке | 191 |

Глава XVI. *Полиномы Лежандра*

| | |
|---|-----|
| § 1. Дифференциальное уравнение Лежандра | 195 |
| § 2. Ортогональность полиномов Лежандра и их норма | 198 |
| § 3. Некоторые свойства полиномов Лежандра | 200 |
| § 4. Интегральные представления полиномов Лежандра | 201 |
| § 5. Производящая функция | 203 |
| § 6. Рекуррентные соотношения между полиномами Лежандра и их производными | 204 |
| § 7. Функция Лежандра второго рода | 205 |
| § 8. Малые колебания вращающейся струны | 205 |

Глава XVII. *Применение метода Фурье к исследованию малых колебаний прямоугольной и круглой мембраны*

| | |
|---|-----|
| § 1. Свободные колебания прямоугольной мембраны | 210 |
| § 2. Свободные колебания круглой мембраны | 214 |
| § 3. Метод Фурье в многомерном случае | 219 |

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

Дифференциальные уравнения эллиптического типа

Глава XVIII. *Интегральные формулы, применяемые в теории дифференциальных уравнений эллиптического типа*

| | |
|--|-----|
| § 1. Определения и обозначения | 224 |
| § 2. Формулы Остроградского—Гаусса и Грина | 227 |
| § 3*. Преобразование формулы Грина | 231 |
| § 4*. Функции Леви | 232 |
| § 5*. Формула Грина—Стокса | 234 |
| § 6*. Формула Грина—Стокса в случае двух измерений | 238 |
| § 7. Представление некоторых дифференциальных выражений в ортогональных системах координат | 239 |

Глава XIX. *Уравнения Лапласа и Пуассона*

| | |
|---|-----|
| § 1. Уравнения Лапласа и Пуассона. Примеры задач, приводящих к уравнению Лапласа | 248 |
| § 2. Граничные задачи | 254 |
| § 3. Гармонические функции | 257 |
| § 4. Единственность решений граничных задач | 263 |
| § 5. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Основная формула теории гармонических функций | 268 |
| § 6. Формула Пуассона. Решение задачи Дирихле для шара | 273 |
| § 7. Функция Грина | 277 |
| § 8. Гармонические функции на плоскости | 282 |

Глава XX. Теория потенциала

| | | |
|--------|---|-----|
| § 1. | Ньютоновский потенциал | 287 |
| § 2. | Потенциалы разных порядков | 289 |
| § 3. | Мультиполи | 292 |
| § 4. | Разложение потенциала по мультиполям. Сферические функции | 295 |
| § 5. | Потенциалы простого и двойного слоя | 299 |
| § 6*. | Поверхности Ляпунова | 300 |
| § 7*. | Сходимости и непрерывная зависимость несобственных интегралов от параметров | 303 |
| § 8*. | Поведение потенциала простого слоя и его нормальных производных при пересечении слоя | 305 |
| § 9*. | Тангенциальные производные потенциала простого слоя и производные по любому направлению | 309 |
| § 10*. | Поведение потенциала двойного слоя при пересечении слоя | 311 |
| § 11. | Уровенные распределения | 312 |
| § 12. | Энергия гравитационного поля. Задача Гаусса | 315 |
| § 13. | Поле тяжести. Теорема Стокса | 319 |
| § 14. | Логарифмический потенциал | 323 |

Глава XXI. Сферические функции

| | | |
|------|--|-----|
| § 1. | Построение системы линейно-независимых сферических функций | 328 |
| § 2. | Ортогональность сферических функций | 332 |
| § 3. | Разложение по сферическим функциям | 335 |
| § 4. | Применение сферических функций для решения граничных задач | 338 |
| § 5. | Функция Грина задачи Дирихле для шара | 341 |
| § 6. | Функция Грина задачи Неймана для шара | 343 |

Глава XXII. Приложение теории сферических функций к решению задач математической физики

| | | |
|------|--|-----|
| § 1. | Электростатический потенциал проводящего шара, разделенного слоем диэлектрика на два полушария | 346 |
| § 2. | Задача о стационарном распределении температуры в шаре | 348 |
| § 3. | Задача о распределении электричества на индуктивно заряженном шаре | 350 |
| § 4. | Обтекание шара потоком несжимаемой жидкости | 355 |

Глава XXIII*. Гравитационные волны на поверхности жидкости

| | | |
|------|---|-----|
| § 1. | Постановка проблемы | 358 |
| § 2. | Двумерные волны в бассейне ограниченной глубины | 361 |
| § 3. | Кольцевые волны | 368 |
| § 4. | Метод стационарной фазы | 371 |

Глава XXIV. Уравнение Гельмгольца

| | | |
|------|--|-----|
| § 1. | Связь уравнения Гельмгольца с некоторыми уравнениями гиперболического и параболического типов | 375 |
| § 2. | Сферически симметричные решения уравнения Гельмгольца в ограниченной области | 378 |
| § 3. | Собственные числа и собственные функции граничной задачи общего вида. Разложения по собственным функциям | 384 |
| § 4. | Разделение переменных в уравнении Гельмгольца в цилиндрических и сферических координатах | 389 |

| | | |
|-------|---|-----|
| § 5. | Сферически симметричные решения уравнения Гельмгольца в бесконечной области | 394 |
| § 6. | Интегральные формулы | 401 |
| § 7. | Разложения в ряды по частным решениям уравнения Гельмгольца в бесконечной области | 407 |
| § 8*. | Вопросы единственности решений внешних граничных задач для уравнения Гельмгольца | 409 |

Г л а в а ХХV. *Излучение и рассеяние звука*

| | | |
|------|--|-----|
| § 1. | Основные зависимости для звуковых полей | 413 |
| § 2. | Звуковое поле вибрирующего цилиндра | 415 |
| § 3. | Звуковое поле пульсирующего шара. Точечный источник | 418 |
| § 4. | Излучение из отверстия в плоском экране | 420 |
| § 5. | Звуковое поле при произвольном колебании поверхности шара | 422 |
| § 6. | Исследование поля шара при произвольном колебании его поверхности. Акустические или колебательные мультиполи | 426 |
| § 7. | Рассеяние звука | 432 |

Дополнение к части второй *. Сведения об уравнениях эллиптического типа общего вида

| | | |
|------|---|-----|
| § 1. | Общий вид уравнения эллиптического типа | 435 |
| § 2. | Основные граничные задачи | 436 |
| § 3. | Сопряженные граничные задачи | 438 |
| § 4. | Фундаментальные решения. Функция Грина | 439 |
| § 5. | Теоремы единственности | 441 |
| § 6. | Условия разрешимости граничных задач | 443 |

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

Уравнения параболического типа

Г л а в а ХХVI. *Постановка граничных задач. Теоремы единственности*

| | | |
|------|---|-----|
| § 1. | Первая граничная задача. Теорема о максимуме и минимуме | 448 |
| § 2. | Задача Коши | 450 |

Г л а в а ХХVII. *Распространение тепла в бесконечном стержне*

| | | |
|------|--|-----|
| § 1. | Распространение тепла в неограниченном стержне | 451 |
| § 2. | Распространение тепла в полуограниченном стержне | 459 |

Г л а в а ХХVIII. *Применение метода Фурье к решению граничных задач*

| | | |
|------|--|-----|
| § 1. | Распространение тепла в ограниченном стержне | 463 |
| § 2. | Неоднородное уравнение теплопроводности | 471 |
| § 3. | Распространение тепла в бесконечном цилиндре | 473 |
| § 4. | Распространение тепла в цилиндре конечных размеров | 476 |
| § 5. | Распространение тепла в однородном шаре | 478 |
| § 6. | Распространение тепла в прямоугольной пластинке | 485 |

ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

Дополнительные сведения

Г л а в а ХХIX. *Уравнения электромагнитного поля*

| | | |
|------|--------------------------|-----|
| § 1. | Векторные поля | 488 |
|------|--------------------------|-----|

| | | |
|------|---|-----|
| § 2. | Уравнения Лоренца — Максвелла | 498 |
| § 3. | Уравнения Максвелла | 501 |
| § 4. | Уравнения магнитной гидродинамики | 508 |
| § 5. | Потенциалы электромагнитного поля | 513 |
| § 6. | Периодические по времени электромагнитные поля | 515 |
| § 7. | Условия на бесконечности и граничные условия | 520 |
| § 8. | Представление электромагнитного поля с помощью двух скалярных функций | 527 |
| § 9. | Теорема единственности | 530 |

Г л а в а ХХХ. *Направляемые электромагнитные волны*

| | | |
|------|---|-----|
| § 1. | Поперечно-электрические, поперечно-магнитные и поперечно-электромагнитные волны | 535 |
| § 2. | Волны между идеально проводящими плоскостями, разделенные диэлектриком | 536 |
| § 3. | Дальнейшее рассмотрение направляемых волн | 542 |
| § 4. | ТМ-волны в волноводе круглого сечения | 550 |
| § 5. | ТЕ-волны в волноводе круглого сечения | 552 |
| § 6. | Волны в коаксиальном кабеле | 553 |
| § 7. | Волны в диэлектрическом стержне | 555 |

Г л а в а ХХХI. *Электромагнитные рупоры и резонаторы*

| | | |
|------|---|-----|
| § 1. | Секториальный рупор и секториальный резонатор | 561 |
| § 2. | Сферический резонатор | 566 |

Г л а в а ХХХII. *Разложение по собственным функциям задачи Штурма—Лиувилля*

| | | |
|-------|---|-----|
| § 1. | Введение | 568 |
| § 2. | Задача Штурма—Лиувилля | 568 |
| § 3. | Функция Грина | 571 |
| § 4. | Экстремальные свойства собственных функций | 572 |
| § 5. | Разложение по собственным функциям задачи Штурма—Лиувилля на конечном интервале | 577 |
| § 6. | Сингулярная задача Штурма—Лиувилля | 582 |
| § 7. | Разложение по собственным функциям сингулярной задачи Штурма—Лиувилля на полубесконечном интервале | 586 |
| § 8. | Вычисление спектральной функции (полубесконечный интервал) | 590 |
| § 9. | Разложение по собственным функциям сингулярной задачи Штурма—Лиувилля на интервале, бесконечном в обе стороны | 593 |
| § 10. | Разложение по бесселевым функциям | 596 |

Г л а в а ХХХIII. *Применение интегральных преобразований для решения задач математической физики*

| | | |
|------|---|-----|
| § 1. | Введение | 609 |
| § 2. | Условия, обеспечивающие возможность интегрального преобразования | 611 |
| § 3. | Интегральные преобразования в конечных пределах | 616 |
| § 4. | Интегральные преобразования с бесконечными пределами (общий случай) | 620 |
| § 5. | Некоторые часто применяемые преобразования с бесконечными пределами | 626 |

Г л а в а ХХХIV. *Примеры применения конечных интегральных преобразований*

| | | |
|------|----------------------------------|-----|
| § 1. | Колебания тяжелой нити | 631 |
| § 2. | Колебания мембраны | 634 |

| | | |
|------|--|-----|
| § 3. | Распределение тепла в цилиндрическом стержне | 637 |
| § 4. | Распространение тепла в круглой трубе | 641 |
| § 5. | Поток тепла в шаре | 643 |
| § 6. | Стационарный поток тепла в параллелепипеде | 647 |

Глава XXV. Примеры применения интегральных преобразований с бесконечными пределами

| | | |
|------|---|-----|
| § 1. | Задача о колебаниях бесконечной струны | 650 |
| § 2. | Линейный поток тепла в полуограниченном стержне | 652 |
| § 3. | Распределение тепла в цилиндрическом стержне, поверхность которого поддерживается при двух различных температурах | 654 |
| § 4. | Установившееся тепловое состояние бесконечного клина | 658 |

Глава XXVI. Излучение электромагнитных колебаний

| | | |
|------|--|-----|
| § 1. | Введение | 661 |
| § 2. | Вертикальный излучатель в однородной среде над идеально проводящей плоскостью | 663 |
| § 3. | Вертикальный излучатель в однородной среде над средой с конечной электропроводностью | 668 |
| § 4. | Магнитная антенна над средой с конечной электропроводностью | 670 |
| § 5. | Поле произвольной системы излучателей | 677 |
| § 6. | Горизонтальный излучатель над средой с конечной электропроводностью | 680 |

Глава XXVII. Движение вязкой жидкости

| | | |
|------|---|-----|
| § 1. | Уравнения движения вязкой жидкости | 686 |
| § 2. | Движение вязкой жидкости в полупространстве над вращающимся диском бесконечного радиуса | 691 |
| § 3. | Движение вязкой жидкости в плоском диффузоре | 693 |

| | |
|----------------------|-----|
| Литература | 698 |
|----------------------|-----|

| | |
|--------------------------------|-----|
| Предметный указатель | 701 |
|--------------------------------|-----|

| | |
|---------------------------------|-----|
| Некоторые обозначения | 708 |
|---------------------------------|-----|

| | |
|---|-----|
| Николай Сергеевич Кошляков (краткий биографический очерк) | 709 |
|---|-----|

