

Г л а в а 16. ФЕРРОМАГНЕТИЗМ И АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМ

Ферромагнитный порядок	513
Точка Кюри и обменный интеграл (543). Температурная зависимость намагниченности насыщения (548). Намагниченность насыщения при абсолютном нуле (551). Спиновые волны (554). Квантование спиновых волн (557). Тепловое возбуждение магнонов (559). Упругое и неупругое рассеяние нейтронов (560).	
Магнитная структура ферромагнетиков	564
Точка Кюри и восприимчивость ферромагнетиков (567). Ферриты-гранаты (568).	
Магнитная структура антиферромагнетика	571
Восприимчивость ниже точки Нееля (575). Магноны в антиферромагнетиках (576).	
Ферромагнитные домены	578
Энергия анизотропии (581). Переходная область между соседними доменами (583). Происхождение доменов (585). Коэрцитивная сила и гистерезис (587).	
Резюме	589
Задачи	590
Литература	782

Замечание. В данной главе всюду будем иметь в виду:

$$(\text{СГС}) \quad B = H + 4\pi M; \quad (\text{СИ}) \quad B = \mu_0 (H + M).$$

Мы будем обозначать через B_a внешнее магнитное поле в обеих системах единиц; таким образом,

$$(\text{СГС}) \quad B_a = H_a; \quad (\text{СИ}) \quad B_a = \mu_0 H_a.$$

Восприимчивость:

$$(\text{СГС}) \quad \chi = M/B_a; \quad (\text{СИ}) \quad \chi = M/H_a = \mu_0 M/B_a.$$

ФЕРРОМАГНИТНЫЙ ПОРЯДОК

Любой ферромагнетик обладает спонтанным магнитным моментом, т. е. обладает конечной намагниченностью даже при нулевом внешнем магнитном поле. Наличие у вещества спонтанного магнитного момента означает, что электронные спины и магнитные моменты ориентированы в веществе упорядоченным образом. Упорядочение не обязательно имеет простой характер. Примеры спиновых расположений показаны на рис. 16.1; во всех случаях, за исключением простого антиферромагнетика (а также геликонда, если спины лежат в плоскости, перпендикулярной к его оси), существует конечный спонтанный магнитный момент, обычно называемый моментом насыщения.

Точка Кюри и обменный интеграл. Рассмотрим парамагнетик с концентрацией N ионов со спином S . Если существующие в кристалле взаимодействия стремятся расположить магнитные

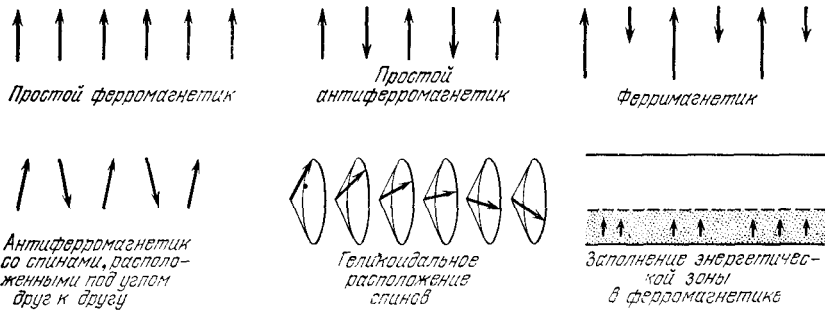


Рис. 16.1. Возможные типы упорядочения электронных спинов. Отметим, что в приведенной схеме геликоидальной структуры результирующий магнитный момент направлен вдоль оси конусов.

моменты параллельно друг другу, то мы имеем ферромагнетик. Предположим, что в ферромагнетике действительно существует такое взаимодействие и что его можно описывать некоторым эффективным магнитным полем; его называют *обменным полем*¹⁾. Ориентирующему эффекту обменного поля противостоит дезориентирующее влияние теплового возбуждения; при повышении температуры наступает момент, когда тепловое движение разрушает спиновое упорядочение.

Мы будем описывать обменное поле как некоторое магнитное поле \mathbf{B}_E , эквивалентное по ориентирующему эффекту. Величина обменного поля может достигать огромных значений порядка 10^7 Гс. Предположим далее, что поле \mathbf{B}_E пропорционально намагниченности \mathbf{M} . Намагниченность по определению есть магнитный момент единицы объема. Определение подразумевает одновременно, что величина M относится к состоянию теплового равновесия в поле \mathbf{B}_E при температуре T . Если имеются домены (области в кристалле, самопроизвольно намагниченные в различных направлениях), то за намагниченность M принимается ее значение в домене.

В *приближении усредненного поля* (mean field approximation) мы будем считать, что каждый магнитный атом испытывает действие некоторого поля \mathbf{B}_E , пропорционального намагниченности:

$$\mathbf{B}_E = \lambda \mathbf{M}, \tag{16.1}$$

¹⁾ Иногда его еще называют молекулярным полем или полем Вейсса, в честь Пьера Вейсса, который первым ввел в науку это понятие для ферромагнетиков. Обменное поле \mathbf{B}_E играет роль реального магнитного поля в выражениях для энергии ($-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}_E$) или крутящего момента ($\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_E$), действующего на магнитный момент $\boldsymbol{\mu}$. Однако поле \mathbf{B}_E не является в действительности магнитным полем и поэтому не входит в уравнения Максвелла; например, никакой плотности тока \mathbf{j} с полем \mathbf{B}_E не связано (соотношение $\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j}/c$ для него не имеет силы). Величина B_E обычно в 10 раз больше, чем среднее магнитное поле, создаваемое магнитными диполями ферромагнетика.

где λ — постоянная величина, не зависящая от температуры. Согласно (16.1) каждый спин подвергается воздействию всех других спинов и это воздействие характеризуется средней намагниченностью. В действительности воздействие сводится в основном к эффектам от ближайших соседей, но описанная нами предельно упрощенная модель достаточно хороша для первичного простейшего анализа основных черт проблемы.

Точка Кюри T_c определяется как температура, выше которой самопроизвольная намагниченность исчезает. Эта точка разделяет на температурной шкале области неупорядоченной парамагнитной фазы ($T > T_c$) и упорядоченной ферромагнитной фазы ($T < T_c$).

Легко можно установить связь между T_c и коэффициентом λ . Рассмотрим парамагнитную фазу. Внешнее поле B_a будет создавать конечную намагниченность, а последняя, в свою очередь, создавать конечное обменное поле B_E . Если через χ_p обозначить парамагнитную восприимчивость, то имеем:

$$(СГС) \quad M = \chi_p (B_a + B_E); \quad (СИ) \quad \mu_0 M = \chi_p (B_a + B_E). \quad (16.2)$$

Из гл. 15 мы знаем, что намагниченность можно записать как произведение постоянной восприимчивости на поле лишь в случае, когда степень упорядочения мала; это в сущности и означает, что образец находится в парамагнитном состоянии. Здесь восприимчивость описывается законом Кюри: $\chi_p = C/T$, где C — постоянная Кюри. Тогда, используя (16.1) и (16.2), имеем: $MT = C(B_a + \lambda M)$ и

$$(СГС) \quad \chi = \frac{M}{B_a} = \frac{C}{T - C\lambda}. \quad (16.3)$$

При $T = C\lambda$ восприимчивость имеет особенность. При этой температуре (и при более низких температурах) существует спонтанная намагниченность, так как при $\chi \rightarrow \infty$ мы можем иметь конечное значение M при $B_a = 0$. Из соотношения (16.3) вытекает закон Кюри — Вейсса:

$$(СГС) \quad \chi = \frac{C}{T - T_c}; \quad T_c = C\lambda. \quad (16.4)$$

Этот закон превосходно описывает наблюдаемую температурную зависимость восприимчивости в парамагнитной области, т. е. выше точки Кюри.

Детальные расчеты для температур, близких к T_c , предсказывают¹⁾ для восприимчивости выражение

$$\chi \sim \frac{1}{(T - T_c)^{1,33}},$$

¹⁾ Эксперименты показывают, что при высоких температурах $T \gg T_c$ температурная зависимость восприимчивости довольно точно следует закону $C/(T - \theta)$, где θ заметно больше, чем фактическая температура перехода T_c . См. по этому поводу обзор Домба [1]; ссылки на экспериментальные работы имеются в статье Кедзи и Лайонса [2].

Критические значения показателей степени в законе Кюри — Вейсса для некоторых ферромагнетиков

	γ	β	$T_c, ^\circ\text{K}$
Fe	$1,33 \pm 0,015$	$0,34 \pm 0,04$	1043
Co	$1,21 \pm 0,04$	—	1388
Ni	$1,35 \pm 0,02$	$0,42 \pm 0,07$	627,2
Gd	$1,3 \pm 0,1$	—	292,5
CrO ₂	$1,63 \pm 0,02$	—	386,5
CrBr ₂	$1,215 \pm 0,02$	$0,368 \pm 0,005$	32,56
EuS	—	$0,33 \pm 0,015$	16,50

При $T \rightarrow T_c$ сверху восприимчивость χ становится пропорциональной $(T - T_c)^{-\gamma}$, а при $T \rightarrow T_c$ снизу намагниченность M_s становится пропорциональной $(T_c - T)^\beta$. В приближении усредненного поля $\gamma = 1$, $\beta = 1/2$. Полученные из экспериментальных данных значения γ и β , приведенные в таблице, собраны Стэнли (H. E. Stanley).

которое, вообще говоря, находится в согласии с экспериментальными данными, приведенными в табл. 16.1. Примером может служить также ход температурной зависимости обратной восприимчивости для никеля (рис. 16.2.)

Из закона (16.4) и определения (15.25) для постоянной Кюри C можно определить λ — постоянную усредненного поля:

$$(СГС) \quad \lambda = \frac{T_c}{C} = \frac{3k_B T_c}{Ng^2 S(S+1) \mu_B^2}. \quad (16.5)$$

Для железа¹⁾ имеем $T_c \approx 1000^\circ\text{K}$, $g \approx 2$ и $S \approx 1$; тогда по (16.5) получим: $\lambda \approx 5000$; поскольку для железа $M_s \approx 1700$,

¹⁾ Для железа мы полагаем $S = 1$. Из табл. 16.2 (стр. 551) видно, что средний магнитный момент атома железа близок к $2\mu_B$.

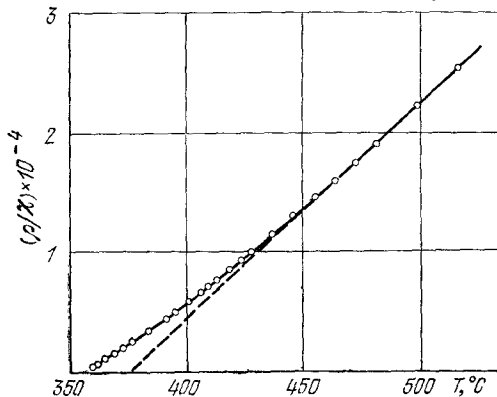


Рис. 16.2. Температурная зависимость обратной восприимчивости никеля (на 1 г) вблизи точки Кюри (358°C). Плотность обозначена через ρ . Пунктирный участок графика есть линейная экстраполяция из области высоких температур. (Из работы Вейсса и Форера [8].) Анализ этой зависимости дан в работе Коувела и Фишера [6].)

то $B_E \approx \lambda M \approx 5000 \cdot 1700 \approx 10^7$ Гс. Таким образом, обменное поле в железе колоссально велико и значительно превышает магнитные поля, создаваемые всеми магнитными ионами кристалла; в самом деле, поле магнитного иона $\approx \mu_B/a^3$, т. е. для соседних узлов решетки порядка 10^3 Гс (a — постоянная решетки).

Обменное поле дает приблизительное представление о величине сил квантовомеханического обменного взаимодействия. Делая надлежащие предположения, можно показать¹⁾, что выражение для энергии взаимодействия атомов i и j , обладающих спинами \mathbf{S}_i и \mathbf{S}_j , содержит член

$$U = -2J\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (16.6)$$

где J — обменный интеграл, величина которого зависит от степени перекрытия распределений заряда атомов i и j . Модель ферромагнетика, в которой исходят из выражения для энергии вида (16.6), называется *моделью Гейзенберга*.

Распределение заряда в системе из двух электронов зависит от взаимного расположения их спинов, т. е. от того, параллельны они или же антипараллельны²⁾, поскольку принцип Паули исключает ситуацию, когда в данный момент времени в данной точке находятся два электрона с одинаковым направлением спина. Однако та же ситуация, но с антипараллельными спинами не исключается. Таким образом, электростатическая энергия системы будет зависеть от относительной ориентации спинов. Разность энергий, отвечающих двум этим ситуациям, определяет *обменную энергию*. Обменную энергию двух электронов можно записать в виде $-2J\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2$, как и в (16.6), т. е. так, как если бы существовала прямая связь между направлениями двух спинов³⁾.

Найдем приближенно связь между обменным интегралом J в (16.6) и обменной константой λ в (16.1), т. е. постоянной

¹⁾ Вывод выражения для обменного взаимодействия можно найти в большинстве учебников по квантовой теории; см. также обзор Ван Флека [3]. Происхождение обменного взаимодействия в диэлектриках рассматривается в статье Андерсона [4], а в металлах — у Херринга [5].

²⁾ Если два электронных спина антипараллельны, волновые функции этих двух электронов должны быть симметричными, т. е. линейная комбинация их произведений должна быть типа $u(\mathbf{r}_1)v(\mathbf{r}_2) + u(\mathbf{r}_2)v(\mathbf{r}_1)$. Если два электронных спина параллельны, то принцип Паули требует, чтобы орбитальная часть волновой функции была антисимметричной, т. е. была типа $u(\mathbf{r}_1)v(\mathbf{r}_2) - u(\mathbf{r}_2)v(\mathbf{r}_1)$; в этом случае видно, что при перестановке координат \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 волновая функция изменяет знак. Если предположить, что координаты совпадают, т. е. $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$, то антисимметричная функция обращается в нуль; это означает, что вероятность нахождения в одном месте двух электронов с параллельными спинами равна нулю. См. также рис. 3.6.

³⁾ Выражение (16.6) записано в спиновых операторах \mathbf{S}_i и \mathbf{S}_j . Для многих задач теории ферромагнетизма достаточно хорошим приближением является рассмотрение спинов как классических векторов момента количества движения (импульса).

усредненного поля. Предположим, что рассматриваемый атом имеет z ближайших соседей и взаимодействие каждого из них с центральным атомом характеризуется величиной J . Для более далеких соседей центрального атома будем считать J равным нулю. Энергию U , требуемую для переворачивания данного спина в присутствии всех других спинов, можно записать (пренебрегая компонентами спина \mathbf{S} , перпендикулярными к направлению средней намагниченности) в следующем виде:

$$U = 4JzS^2 = 2\mu B_E = 2\mu (\lambda M_s) = 2\mu (\lambda\mu/\Omega), \quad (16.7)$$

где S — среднее значение \mathbf{S} в направлении намагниченности, Ω — объем, приходящийся на один атом. Средний магнитный момент электрона, обусловленный его спином, есть $\mu = gS\mu_B$, а намагниченность насыщения $M_s = \mu/\Omega$. Следовательно, для λ из (16.7) получим:

$$\lambda = \frac{2Jz\Omega}{g^2\mu_B^2}, \quad (16.8)$$

где z — число ближайших соседей. Используя (16.5) и $\Omega = 1/N$, получим результат теории усредненного поля:

$$J = \frac{3k_B T_c}{2zS(S+1)}. \quad (16.9)$$

Лучшие приближенные решения соответствующей квантово-механической задачи для величины $zJ/k_B T_c$ дают несколько иные результаты, а именно: при $S = 1/2$ Рашбрук и Вуд [7] для простой кубической, ОЦК и ГЦК структур получили соответственно $k_B T_c/zJ = 0,28; 0,325$ и $0,346$ в отличие от значения $0,500$, вытекающего из (16.9) для этих трех типов структур. Для гейзенберговской модели (16.6) в случае железа (с $S = 1$) наблюдаемой температуре Кюри отвечает $J = 1,19 \cdot 10^{-2}$ эВ.

Температурная зависимость намагниченности насыщения. Для нахождения температурной зависимости намагниченности ниже точки Кюри можно также воспользоваться приближением усредненного поля. Процедура расчета будет аналогичной, но вместо закона Кюри мы для намагниченности воспользуемся полным выражением в виде функции Бриллюэна (15.23). Когда спин $S = 1/2$, имеем согласно (15.20) частный случай функции Бриллюэна, т. е. намагниченность M в виде ¹⁾

$$M = N\mu \operatorname{th}(\mu B/k_B T).$$

¹⁾ Через M_s мы часто обозначаем как спонтанную намагниченность, так и намагниченность насыщения, но в тех случаях, когда нет оснований для возможных недоразумений, будем писать просто M .

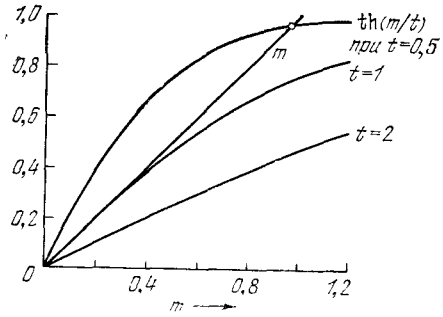


Рис. 16.3. Графическое решение уравнения (16.11) для приведенной намагниченности m как функции температуры. Приведенная намагниченность m определяется как отношение $M/\mu N$. Левая сторона уравнения (16.11) изображается прямой m с наклоном, равным единице. Правая сторона, $\text{th}(m/t)$, представляется кривыми, изображающими зависимость $\text{th}(m/t)$ от m , при трех различных значениях приведенной температуры $t = k_B T / N\mu^2 \lambda = T/T_c$. Три кривые соответствуют температурам $2T_c$, T_c и $0,5T_c$. Кривая для $t=2$ пересекает прямую m только при $m=0$, что отвечает парамагнитной области (внешнее магнитное поле отсутствует). В случае $t=1$ (т. е. $T = T_c$) прямая m является касательной к кривой $\text{th} m$ (точка касания — начало координат). В этом случае температура $T = T_c$ является критической и отвечает возникновению ферромагнетизма. Кривая для $t=0,5$ пересекает прямую m при $m \approx 0,94N\mu$ (ферромагнитная область). При $t \rightarrow 0$ точка пересечения смещается к значению $m=1$, что отвечает параллельному расположению всех магнитных моментов при абсолютном нуле.

Если опустить (как отсутствующее или пренебрежимо малое) внешнее магнитное поле, то в качестве B надо взять молекулярное поле $B_E = \lambda M$, и тогда

$$M = N\mu \text{th}(\mu\lambda M/k_B T). \quad (16.10)$$

Нетрудно заметить, что решения этого уравнения, отвечающие $M \neq 0$, существуют лишь в интервале температур от 0 до T_c .

Для графического (или численного) решения уравнения (16.10) перепишем его в иной форме, введя приведенную намагниченность $m \equiv M/N\mu$ и приведенную температуру $t \equiv \mu\lambda/k_B T$; тогда уравнение (16.10) примет вид

$$m = \text{th}(m/t). \quad (16.11)$$

Далее мы построим графики отдельно правой и левой частей этого уравнения, рассматривая их как функции m (см. рис. 16.3). Пересечения прямой m и кривой $\text{th}(m/t)$ дадут нам значения m при каждой из интересующих нас температур. Температура $t=1$ будет критической температурой, т. е. будет соответствовать точке Кюри $T_c = N\mu^2 \lambda/k_B$. Этот результат находится в согласии с выражением (16.5), полученным для $S=1/2$.

График зависимости M от T , полученный таким способом, грубо приближенно описывает экспериментальные результаты, как можно видеть из рис. 16.4 для никеля. При увеличении температуры намагниченность плавно уменьшается и обращается в нуль при $T = T_c$. Такое поведение намагниченности дает основание отнести такой переход из ферромагнитного состояния в парамагнитное к числу фазовых переходов второго рода.

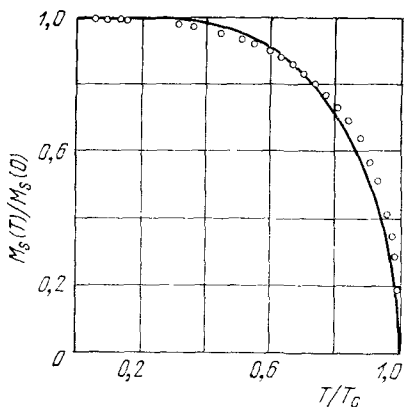


Рис. 16.4. Намагниченность насыщения никеля как функция температуры. Сплошная кривая — теоретическая для случая $S=1/2$, построенная на основе теории усредненного поля. Экспериментальные точки приведены по измерениям Вейсса и Форера [8].

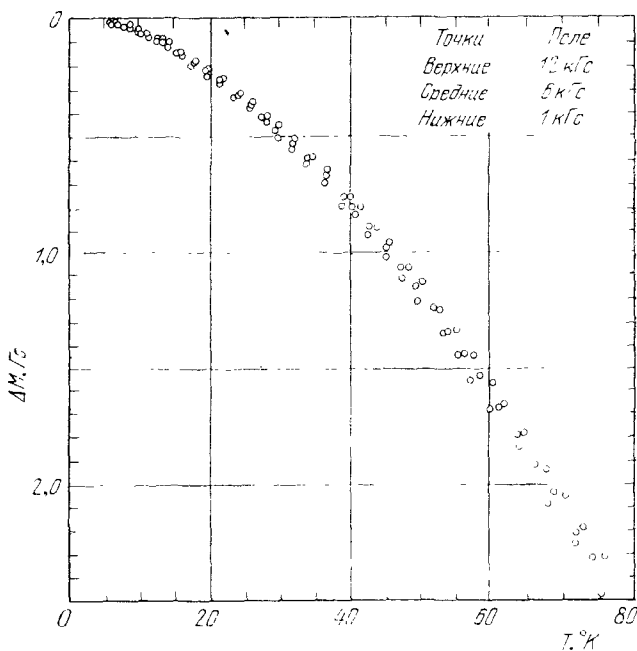


Рис. 16.5. Уменьшение намагниченности никеля при увеличении температуры от 4,2°K. При построении принято $\Delta M \equiv 0$ при 4,2°K. (Из работы [11].)

Теория усредненного поля плохо описывает ход изменения намагниченности при низких температурах. При $T \ll T_c$ аргумент гиперболического тангенса в уравнении (16.11) становится большим и приближенно можно записать:

$$\operatorname{th} \xi \approx 1 - 2e^{-2\xi} + \dots \quad (16.12)$$

Следовательно, в низшем порядке для отклонения намагниченности от значения при $T = 0$, т. е. для $\Delta M \equiv M(0) - M(T)$, имеем:

$$\Delta M \approx 2N\mu \exp(-2\lambda N\mu^2/k_B T). \quad (16.13)$$

Видно, что показатель экспоненты равен $-2T_c/T$. При $T = 0,1 T_c$ получим: $\Delta M/\mu N \approx 2e^{-20} \approx 4 \cdot 10^{-9}$.

Однако экспериментальные данные для области низких температур обнаруживают спад M с температурой значительно более резкий, чем предсказывает формула (16.13). При $T \approx 0,1 T_c$ из данных, приведенных на рис. 16.5, следует, что $\Delta M/M \approx 2 \cdot 10^{-3}$. Главный член в выражении для ΔM , как показывает опыт, должен иметь вид

$$\Delta M = M(0) C_{1/2} T^{1/2}, \quad (16.14)$$

где постоянная $C_{1/2}$ имеет экспериментальное значение $(7,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$ град $^{-1/2}$ для Ni и $(3,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$ град $^{-1/2}$ для Fe. Результат (16.14) находит соответственное объяснение в теории спиновых волн, которая будет ниже рассмотрена.

Намагниченность насыщения при абсолютном нуле. В табл. 16.2 приведены типичные значения намагниченности насыщения M_s , эффективное число магнетонов Бора n_B и ферромагнитные температуры Кюри $T_c^{\text{фм}}$. Эффективное число магнетонов Бора для ферромагнетика определяется из соотношения $M_s(0) = n_B N \mu_B$, где N — число формульных единиц элемента (или

ТАБЛИЦА 16.2

Ферромагнитные кристаллы

Вещество	Намагниченность насыщения M_s , Гс		n_B (в °К) на формульную единицу	Ферромагнитная точка Кюри $T_c^{\text{фм}}$, °К	Вещество	Намагниченность насыщения M_s , Гс		n_B (в °К) на формульную единицу	Ферромагнитная точка Кюри $T_c^{\text{фм}}$, °К
	комн. темп.	0 °К				комн. темп.	0 °К		
Fe	1707	1740	2,22	1043	CrO ₂	515	—	2,03	386
Co	1400	1446	1,72	1388	MnOF ₂ O ₃	410	—	5,0	573
Ni	485	510	0,606	627	FeOF ₂ O ₃	480	—	4,1	858
Gd	—	2010	7,10	292	CoOF ₂ O ₃	400	—	3,7	793
Dy	—	2920	10,0	85	NiOF ₂ O ₃	270	—	2,4	858
Cu ₂ MnAl	500	(550)	(4,0)	710	SrOF ₂ O ₃	135	—	1,3	728
MnAs	670	870	3,4	318	MgOF ₂ O ₃	110	—	1,1	713
MnBi	620	680	3,52	630	UH ₃	—	230	0,90	180
Mn ₄ N	183	—	1,0	743	EuO	—	1920	6,8	69
MnSb	710	—	3,5	587	GdMn ₂	—	215	2,8	303
MnB	152	163	1,92	578	Gd ₃ Fe ₅ O ₁₂	0	605	16,0	564
CrTe	247	—	2,5	339	Y ₃ Fe ₅ O ₁₂ (YIG)	130	200	5,0	560
CrBr ₃	—	—	—	33					

Данные отобраны с помощью Р. Бозорта. Основные источники: [9] и [10].

соединения) на единицу объема. Не следует путать величину n_B с парамагнитным эффективным числом магнетонов ρ , определенным соотношением (15.26).

Наблюдаемые значения n_B часто не являются целыми числами. Возможные причины этого весьма разнообразны. Одна из них — спин-орбитальное взаимодействие, которое может приводить как к добавлению, так и к вычитанию орбитального магнитного момента. Другая возможная причина в ферромагнитных металлах связана с электронами проводимости, которые могут создавать локальную намагниченность в области парамагнитных ионных остовов. Третью возможную причину можно пояснить при помощи схемы спиновых конфигураций для ферромагнетика, приведенной на рис. 16.1 (крайняя справа): если, например, проекция спина одного атома равна $-S$, а двух других $+S$, то средний спин равен $1/3S$ и средний магнитный момент на формульную единицу получится дробным.

Для объяснения дробности можно также привлечь зонную модель [5, 12—14], по-видимому, наиболее подходящую для объяснения ферромагнетизма таких переходных металлов, как Fe, Co, Ni. Этот подход иллюстрируется рисунками 16.6 и 16.7. На рис. 16.6 показано заполнение $4s$ - и $3d$ -зон для меди, не являющейся ферромагнитной. Если у меди удалить один электрон, то получим никель с вакантным состоянием в $3d$ -зоне. В схеме заполнения зон никеля, показанной на рис. 16.7, *a* для $T > T_c$, по сравнению с медью удалено из $3d$ -зоны $2 \cdot 0,27 = 0,54$ электрона, а из $4s$ -зоны соответственно 0,46 электрона. Схема заполнения зон никеля в ферромагнитном состоянии при абсолютном нуле показана на рис. 16.7, *б*. Никель — ферромагнетик и у него при абсолютном нуле $n_B = 0,6$ магнетонов Бора на один атом. Если сделать поправку на вклад в магнитный момент¹⁾, обусловленный орбитальным движением электронов, то остаток составит 0,54 электрона на атом (имеются в виду электроны с некомпенсированными спинами, ориентированными преимущественно в одном направлении).

Обусловленное обменом возрастание восприимчивости было предметом задачи 15.9.

Возникает вопрос, существуют ли какие-либо простые ферромагнитные диэлектрики, в которых все электронные спины иона параллельны в основном состоянии? Таких простых ферромагнетиков обнаружено немного; к их числу относятся SrVg_3 , EuO и EuS ²⁾.

1) См. работу Аргиреса и Киттеля [15]. Число эффективных ферромагнитных электронов n_e равно как раз n_B с учетом поправки на вклад от орбитального момента. Мы имеем $n_e = 2n_B/g$, где g — фактор спектроскопического расщепления (см. гл. 15 и 17). У металлического никеля $g = 2,20$.

2) Обзор свойств ферромагнитных соединений европия дан в работе Макгауэра и Шефера [16]; многочисленные работы по SrVg_3 указаны в статье Девиса и Нарата [17].

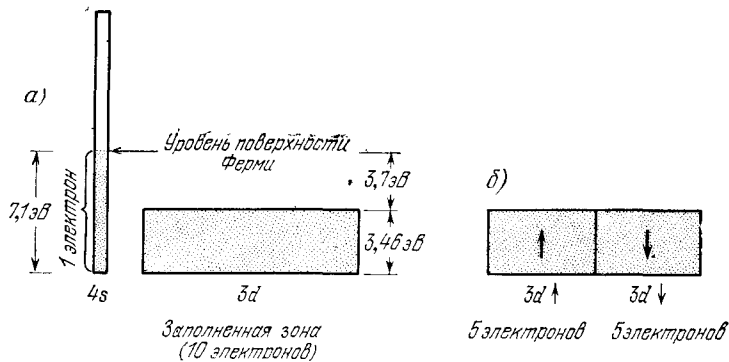


Рис. 16.6. а) Схема заполнения $4s$ - и $3d$ -зон в металлической меди. В $3d$ -зоне может располагаться 10 электронов (на атом), и в меди она целиком заполнена. В $4s$ -зоне может располагаться 2 электрона (на атом); показано, что она заполнена наполовину, поскольку атом меди имеет вне заполненной $3d$ -оболочки один валентный электрон. Приведенные на схеме значения энергий взяты из расчетов Ховарта. Из схемы следует, что нижние края обеих зон отвечают почти одинаковой энергии, это обстоятельство следует считать случайным совпадением. б) На этой схеме заполненная $3d$ -зона условно разделена на две подзоны, в которых спины антипараллельны; в каждой подзоне по 5 электронов. Поскольку обе подзоны заполнены целиком, то суммарный спин d -зоны равен нулю (а, следовательно, равна нулю и полная намагниченность).

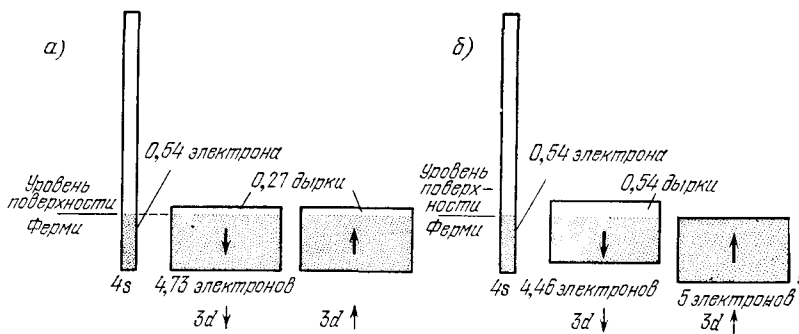


Рис. 16.7. а) Схема заполнения зон в никеле выше точки Кюри. Полный магнитный момент равен нулю. Подзоны $3d\uparrow$ и $3d\downarrow$ заполнены не целиком, в каждой имеется по равному числу дырок (0,27). б) Схема заполнения зон в никеле при абсолютном нуле. Подзоны $3d\uparrow$ и $3d\downarrow$ сдвинуты по энергетической шкале и отделены одна от другой за счет обменного взаимодействия. Подзона $3d\uparrow$ заполнена целиком, подзона $3d\downarrow$ содержит 4,46 электронов и 0,54 дырок. Обычно считают, что в $4s$ -зоне электроны с противоположными направлениями spins содержатся в равном числе и поэтому нет необходимости выделять в ней подзоны. Полный магнитный момент, равный $0,54\mu_B$ на атом, обусловлен избытком населенности $3d\uparrow$ -подзоны по сравнению с $3d\downarrow$ -подзоной. Если приписывать намагниченность дыркам, то наличие их в $3d\downarrow$ -подзоне в количестве 0,54 (на атом) дает нужную величину полного магнитного момента.

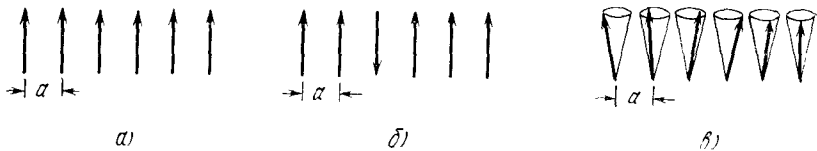


Рис. 16.8. а) Классическая схема основного состояния простого ферромагнетика — все спины параллельны и направлены в одну сторону. б) Возможное возбужденное состояние — один спин перевернут. в) Низколежащие элементарные возбуждения — спиновые волны. Концы спиновых векторов прецессируют по поверхностям конусов так, что каждый следующий находится в постоянной фазе с предыдущим (угол остается постоянным).

Спиновые волны. В основном состоянии простого ферромагнетика все спины параллельны, как на схеме рис. 16.8, а. Рассмотрим N спинов величиной S , расположенных в цепочке (или по кольцу), и предположим, что соседние спины связаны гейзенберговским взаимодействием типа (16.6):

$$U = -2J \sum_{p=1}^N \mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_{p+1}, \quad (16.15)$$

где J — обменный интеграл, а $\hbar \mathbf{S}_p$ — спиновый момент количества движения электрона в узле с номером p . Если считать спины \mathbf{S}_p классическими векторами, то в основном состоянии $\mathbf{S}_p \cdot \mathbf{S}_{p+1} = S^2$ и обменная энергия системы $U_0 = -2NJS^2$. Какова энергия первого возбужденного состояния такой системы? Рассмотрим некоторое возбужденное состояние, в котором имеется один перевернутый спин (см. рис. 16.8, б). Из формулы (16.15) видно, что такое изменение состояния приведет к возрастанию энергии на величину $8JS^2$, поэтому $U_1 = U_0 + 8JS^2$.

Возбуждения значительно меньшей энергии можно образовать, если допустить, что все спины повернулись лишь частично, как на рис. 16.8, в. Элементарные возбуждения спиновой системы имеют характер волн и называются *спиновыми волнами*, а когда проквантованы — *магнонами* (рис. 16.9). Они сходны с колебаниями решетки, или фононами. Спиновые волны представляют собой колебания относительной ориентации спинов

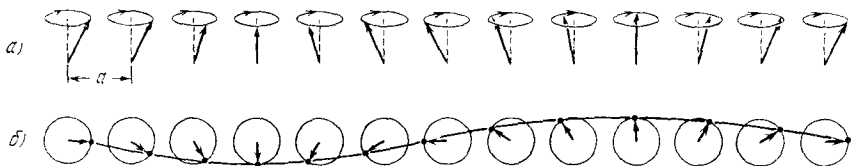


Рис. 16.9. Спиновая волна в линейной цепочке спинов. а) Вид цепочки спинов в перспективе (сбоку). б) Вид цепочки спинов сверху; показана длина волны. Волна изображена линией, проходящей через концы спиновых векторов.

в решетке, точно так же как упругие волны в кристалле есть колебания атомов относительно своих равновесных положений в кристаллической решетке.

Теперь мы дадим классический вывод дисперсионного закона для магнонов, исходя из модели системы, в которой имеет место взаимодействие типа (16.15). Члены в сумме (16.15), которые содержат спины с номером p , выпишем отдельно:

$$-2J\mathbf{S}_p \cdot (\mathbf{S}_{p-1} + \mathbf{S}_{p+1}). \quad (16.16a)$$

Для магнитного момента в узле p , как и в (15.15), имеем:

$$\boldsymbol{\mu}_p = -g\mu_B\mathbf{S}_p. \quad (16.16b)$$

Тогда (16.16a) примет вид

$$-\boldsymbol{\mu}_p \cdot [(-2J/g\mu_B)(\mathbf{S}_{p-1} + \mathbf{S}_{p+1})]. \quad (16.16b)$$

Это выражение имеет форму произведения

$$-\boldsymbol{\mu}_p \cdot \mathbf{B}_p. \quad (16.16r)$$

Здесь \mathbf{B}_p не что иное, как эффективное магнитное поле, или обменное поле, которое действует на спин с номером p ; для этого поля согласно (16.16r) и (16.16b) имеем:

$$\mathbf{B}_p = (-2J/g\mu_B)(\mathbf{S}_{p-1} + \mathbf{S}_{p+1}). \quad (16.17)$$

Из элементарной механики известно, что изменение во времени момента количества движения $\hbar\mathbf{S}_p$ равно вращающему моменту $\boldsymbol{\mu}_p \times \mathbf{B}_p$, действующему на спин:

$$\hbar \frac{d\mathbf{S}_p}{dt} = \boldsymbol{\mu}_p \times \mathbf{B}_p, \quad (16.18)$$

или

$$\frac{d\mathbf{S}_p}{dt} = -\frac{g\mu_B}{\hbar} \mathbf{S}_p \times \mathbf{B}_p = \frac{2J}{\hbar} (\mathbf{S}_p \times \mathbf{S}_{p-1} + \mathbf{S}_p \times \mathbf{S}_{p+1}). \quad (16.19)$$

Это уравнение перепишем в компонентах по осям декартовой системы координат:

$$\frac{dS_p^x}{dt} = \frac{2J}{\hbar} [S_p^y(S_{p-1}^z + S_{p+1}^z) - S_p^z(S_{p-1}^y + S_{p+1}^y)], \quad (16.20)$$

и еще два аналогичных уравнения для dS_p^y/dt и dS_p^z/dt . Эти уравнения содержат произведения компонент спина и, следовательно, являются нелинейными.

Если амплитуда возбуждения мала (т. е. если $S_p^x, S_p^y \ll S$), то, положив все $S_p^z = S$ и пренебрегая членами, содержащими произведения S^x и S^y в уравнении для dS_p^z/dt , мы получим приближенно линейную систему уравнений. Эта линеаризованная

система уравнений имеет вид:

$$\frac{dS_p^x}{dt} = \frac{2JS}{\hbar} (2S_p^y - S_{p-1}^y - S_{p+1}^y), \quad (16.21a)$$

$$\frac{dS_p^y}{dt} = -\frac{2JS}{\hbar} (2S_p^x - S_{p-1}^x - S_{p+1}^x), \quad (16.21б)$$

$$\frac{dS_p^z}{dt} = 0. \quad (16.22)$$

Аналогично задаче о фононах в гл. 5 мы ищем решения уравнений (16.21) в виде бегущих волн в форме

$$S_p^x = u e^{i(pk a - \omega t)}, \quad S_p^y = v e^{i(pk a - \omega t)}, \quad (16.23)$$

где u и v — константы, p — целые числа, a — постоянная решетки. Подставляя (16.23) в (16.21a) и (16.21б), получим систему уравнений для u и v :

$$\begin{aligned} -i\omega u &= \frac{2JS}{\hbar} (2 - e^{-ika} - e^{ika}) v = \frac{4JS}{\hbar} (1 - \cos ka) v; \\ -i\omega v &= -\frac{2JS}{\hbar} (2 - e^{-ika} - e^{ika}) u = -\frac{4JS}{\hbar} (1 - \cos ka) u. \end{aligned}$$

Эти уравнения линейны и однородны и поэтому имеют нетривиальные решения лишь при условии, что детерминант из коэффициентов при неизвестных равен нулю:

$$\begin{vmatrix} i\omega & \frac{4JS}{\hbar} (1 - \cos ka) \\ -\frac{4JS}{\hbar} (1 - \cos ka) & i\omega \end{vmatrix} = 0. \quad (16.24)$$

Отсюда следует, что

$$\hbar\omega = 4JS (1 - \cos ka). \quad (16.25)$$

График зависимости (16.25) приведен на рис. 16.10. Из полученного решения следует, что $v = -iu$, т. е. решение описывает круговую прецессию¹⁾ каждого спина относительно оси z .

Соотношение (16.25) и является дисперсионным законом $\omega(k)$ для спиновых волн в одномерной системе для модели, в которой учитывается взаимодействие лишь ближайших соседей²⁾. В случае длинных волн $ka \ll 1$ и можно приближенно положить $1 - \cos ka \approx 1/2(ka)^2$. В этом предельном случае закон (16.25) примет вид

$$\hbar\omega \approx (2JSa^2) k^2. \quad (16.26)$$

¹⁾ В этом легко убедиться, взяв вещественную часть (16.23) и положив v равным $-iu$. Тогда

$$S_p^x = u \cos(pk a - \omega t), \quad S_p^y = u \sin(pk a - \omega t).$$

²⁾ Точно тот же результат получается и при квантовомеханическом решении (см. книгу Киттеля [18]).

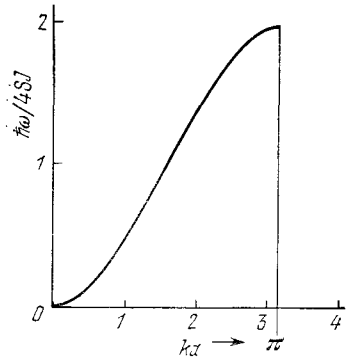


Рис. 16.10. Дисперсионный закон для спиновых волн в одномерном ферромагнетике (модель, в которой учитываются взаимодействия лишь ближайших соседей).

Заметим, что здесь частота пропорциональна k^2 , тогда как для фононов в таком же предельном случае длинных волн частота пропорциональна k .

Дисперсионный закон для ферромагнитных кубических решеток (простой кубической, ОЦК и ГЦК) в приближении ближайших соседей можно представить в виде (см. задачу 16.1)

$$\hbar\omega = 2JS \left[z - \sum_{\delta} \cos(\mathbf{k} \cdot \delta) \right], \quad (16.27)$$

где суммирование ведется по z векторам, обозначенным через δ , которые соединяют центральный атом с его ближайшими соседями. При $ka \ll 1$ главные члены в разложении (16.27) имеют один и тот же вид

$$\hbar\omega = (2JSa^2) k^2 \quad (16.28)$$

для всех трех кубических решеток (здесь a — постоянная решетки). Коэффициент при k^2 часто можно точно определить из результатов опытов по спин-волновому резонансу на тонких пленках (см. гл. 17).

Квантование спиновых волн. Значения полного спинового квантового числа системы N спинов величиной S равны NS , $NS - 1$, $NS - 2$, ... Это следует из квантовомеханической теории момента количества движения. В основном состоянии ферромагнетика полное спиновое число имеет величину NS : в основном состоянии все спины параллельны. Возбуждение спиновой волны уменьшает величину полного спина, поскольку спины становятся непараллельными. Будем искать соотношение между амплитудой спиновой волны и величиной уменьшения z -компоненты полного спинового квантового числа.

Рассмотрим спиновую волну (16.23), имея в виду, что $v = -iu$, и получим, как и ранее:

$$S_p^x = u e^{i(pka - \omega t)}, \quad S_p^y = -iu e^{i(pka - \omega t)}. \quad (16.29)$$

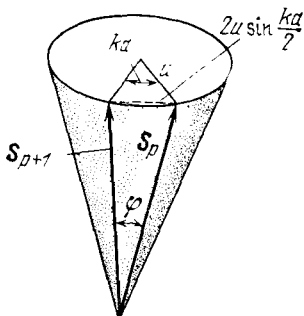


Рис. 16.11. Схема, показывающая два последующих положения вектора спина в спиновой волне. Эта схема иллюстрирует связь угла φ между двумя положениями спина с амплитудой спиновой волны u и фазовым углом ka . Длина пунктирной прямой равна $2u \sin(ka/2)$. Если спин равен S , то $S \sin(\varphi/2) = u \sin(ka/2)$.

Компонента спина, перпендикулярная к оси z , равна u независимо от номера узла p и независимо от времени. Для малых амплитуд $u/S \ll 1$ для z -компоненты спина имеем:

$$S_z = (S^2 - u^2)^{1/2} \approx S - \frac{u^2}{2S}. \quad (16.30)$$

Для разности $N(S - S_z)$ квантовая теория допускает лишь целые числовые значения.

Если N — полное число спинов, а $(NS - n_k)$ — z -компонента полного спина, когда возбуждена спиновая волна k , то согласно (16.30) мы имеем следующее условие квантования для спиновой волны с амплитудой u_k :

$$n_k \approx \frac{Nu_k^2}{2S}, \quad \text{или} \quad u_k^2 \approx \frac{2Sn_k}{N}. \quad (16.31)$$

Здесь n_k — целое число, равное количеству *магнонов*, возбужденных с волновым вектором k . Каждый магнон уменьшает z -компоненту полного спина на единицу.

Возникает вопрос об энергии магнонов ϵ_k : удовлетворяет ли она тому же квантовому условию

$$\epsilon_k = n_k \hbar \omega_k, \quad (16.32)$$

которое имеет место для фотонов и фононов? Обменная энергия (16.15) зависит от косинуса угла между спинами, находящимися в соседних узлах p и $p \pm 1$. Согласно (16.29) *разность фаз* в один и тот же момент времени t между соседними спинами равна ka радиан. Концы двух спиновых векторов на рис. 16.11 находятся на расстоянии $2u \sin(ka/2)$; следовательно, угол φ между этими векторами определяется соотношением

$$\sin(\varphi/2) = (u/S) \sin(ka/2). \quad (16.33)$$

При $u/S \ll 1$ можно $\cos \varphi$ представить в виде

$$\cos \varphi = 1 - 2(u/S)^2 \sin^2(ka/2). \quad (16.34)$$

Тогда обменная энергия U (16.15)

$$U \approx -2JNS^2 + 4Ju^2 \sin^2(ka/2) = \\ = -2JNS^2 + 2JNu^2(1 - \cos ka). \quad (16.35)$$

Энергия возбуждения спиновой волны с амплитудой u_k и волновым вектором \mathbf{k} равна

$$\varepsilon_k = 2JNu_k^2(1 - \cos ka),$$

или, с учетом условия квантования (16.31), имеем результат в виде (16.32):

$$\varepsilon_k = 4JS(1 - \cos ka)n_k = n_k \hbar \omega_k, \quad (16.36)$$

где $\hbar \omega_k$ дается формулой (16.25).

Тепловое возбуждение магнов. При тепловом равновесии среднее значение n_k определяется функцией распределения Планка ¹⁾:

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{\exp(\hbar \omega_k / k_B T) - 1}. \quad (16.37)$$

Полное число магнов, возбужденных при температуре T , равно

$$\sum_k n_k = \int d\omega \mathcal{D}(\omega) \langle n(\omega) \rangle, \quad (16.38)$$

где $\mathcal{D}(\omega)$ — число магнных мод на единичный частотный интервал (точно так же, как для фононов в гл. 6). Интеграл следует брать по всем разрешенным значениям \mathbf{k} в первой зоне Бриллюэна. При достаточно низких температурах пределы интегрирования можно распространить от 0 до ∞ , поскольку $\langle n(\omega) \rangle \rightarrow 0$ экспоненциально при $\omega \rightarrow \infty$.

Магноны для каждого значения \mathbf{k} имеют только одно состояние поляризации. В случае трех измерений число мод с величиной волнового вектора, меньшей k , равно $(1/2\pi)^3(4\pi k^3/3)$ на единицу объема; при этом величина $\mathcal{D}(\omega)d\omega$, т. е. число магнов в частотном интервале шириной $d\omega$ вблизи частоты ω , равно

$$\frac{1}{(2\pi)^3} 4\pi k^2 \frac{dk}{d\omega} d\omega.$$

В приближении (16.28) имеем:

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{4JSa^2k}{\hbar} = 2 \left(\frac{2JSa^2}{\hbar} \right)^{1/2} \omega^{1/2}.$$

¹⁾ Соображения, приводящие к этому утверждению, точно те же, что и для фононов или фотонов. Функция распределения Планка имеет силу во всех задачах, где система энергетических уровней идентична с системой уровней гармонического осциллятора или набора гармонических осцилляторов.

Итак, функция плотности мод для магновов такова:

$$\mathcal{D}(\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2JSa^2} \right)^{1/2} \omega^{1/2}. \quad (16.39)$$

Оценим (16.38), используя (16.39):

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2JSa^2} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} d\omega \frac{\omega^{1/2}}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{k_B T}{2JSa^2} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2} dx}{e^x - 1}. \end{aligned} \quad (16.40)$$

Определенный интеграл в правой части (16.40) относится к числу табличных, его значение равно $4\pi^2 \cdot 0,0587$.

Число атомов N на единицу объема можно записать в виде Q/a^3 , где $Q = 1; 2; 4$ соответственно для простой кубической, ОЦК и ГЦК решеток (a — ребро куба). Поскольку отношение $(\sum n_{\mathbf{k}})/NS$ равно отношению изменению намагниченности $\Delta M/M(0)$, то получим:

$$\boxed{\frac{\Delta M}{M(0)} = \frac{0,0587}{SQ} \left(\frac{k_B T}{2JS} \right)^{1/2}}. \quad (16.41)$$

Этот результат¹⁾ был впервые получен Ф. Блохом [19] и известен под названием закона $T^{1/2}$ Блоха; он имеет вид (16.14), установленный экспериментально. Физические основы закона $T^{1/2}$ являются предметом задачи 16.8.

Упругое и неупругое рассеяние нейтронов. В гл. 5 мы обсуждали вопрос об определении формы фононного спектра по данным неупругого рассеяния рентгеновских лучей и нейтронов. Картина рассеяния рентгеновских фотонов определяется пространственным распределением электронного заряда, т. е. лишь плотностью заряда, независимо от наличия или отсутствия намагниченности. Нейтроны же, распространяясь в кристалле, обнаруживают два аспекта своих свойств: и волновой, и магнитный, поскольку обладают собственным магнитным моментом;

¹⁾ Результат (16.41) является прямым следствием простейшей модели Гейзенберга, когда в гамильтониане Гейзенберга учитывается лишь главный член (изотропный обмен). Чтобы продвинуться дальше в анализе происходящих в ферромагнетике явлений, следует воспользоваться полным дисперсионным законом, а не упрощенным: интегрирование в (16.38) вести не от 0 до ∞ (как мы делали), а по первой зоне Бриллюэна. Кроме того, следует принять во внимание взаимодействие между магнонами, влияние внешних магнитных полей, эффективных полей анизотропии, диполь-дипольное взаимодействие между спинами. Один из этих факторов — взаимодействие между магнонами — можно в настоящее время учесть сравнительно элементарным способом, предложенным в работах М. Блох [20].

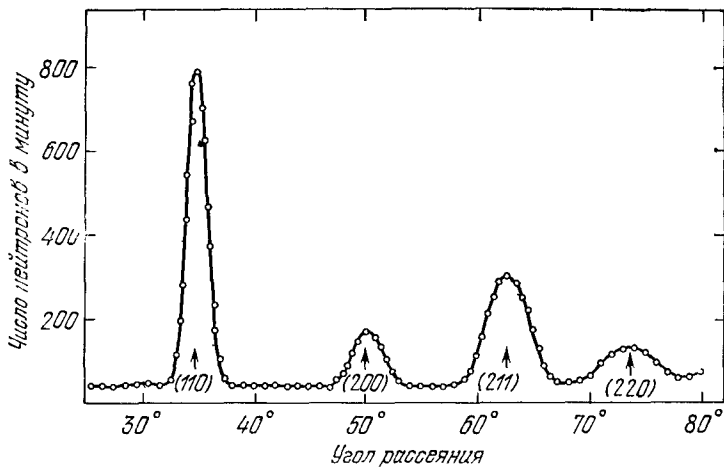


Рис. 16.12. Нейтрон-дифракционная картина для железа. Наблюдаемые отражения удовлетворяют правилу индексов для ОЦК структуры: сумма индексов есть целое четное число для каждого отражения [21].

постому на их рассеяние влияет как пространственное распределение ядер, так и пространственное распределение магнитных моментов электронных оболочек. Нейтрон-дифракционная картина, полученная на кристалле железа, приведена для иллюстрации на рис. 16.12.

Магнитный момент нейтрона взаимодействует с магнитным моментом электрона. Эффективное сечение нейтрон-электронного взаимодействия того же порядка величины, что и нейтрон-ядерного взаимодействия. Изучение дифракции нейтронов на магнитных кристаллах позволяет определять пространственное распределение и направления магнитных моментов, а также оценивать величины последних. Кроме того нейтроны могут испытывать неупругое рассеяние на магнитной структуре, при этом происходит как рождение, так и аннигиляция магнонов. Это явление дает возможность экспериментального определения спектра магнонов.

Дифракция нейтронов позволяет также исследовать магнитные моменты отдельных компонент магнитных сплавов. На рис. 16.13 для примера приведены результаты для бинарных сплавов системы Fe—Co (которые являются ферромагнитными). Заметим, что атомы кобальта не изменяют своего магнитного момента, оказавшись в сплаве, тогда как средний магнитный момент атомов железа по мере увеличения концентрации кобальта возрастает до $3\mu_B$. Намагниченности ряда сплавов приведены на рис. 16.14 (эта диаграмма широко известна).

При неупругом рассеянии нейтрона может образоваться (см. схему на рис. 16.15) или исчезнуть магнон. Если волновой

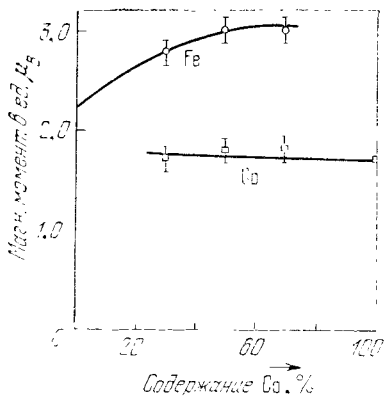


Рис. 16.13. Моменты, приписываемые 3d-электронам в сплаве Fe—Co, как функция состава сплава [22].

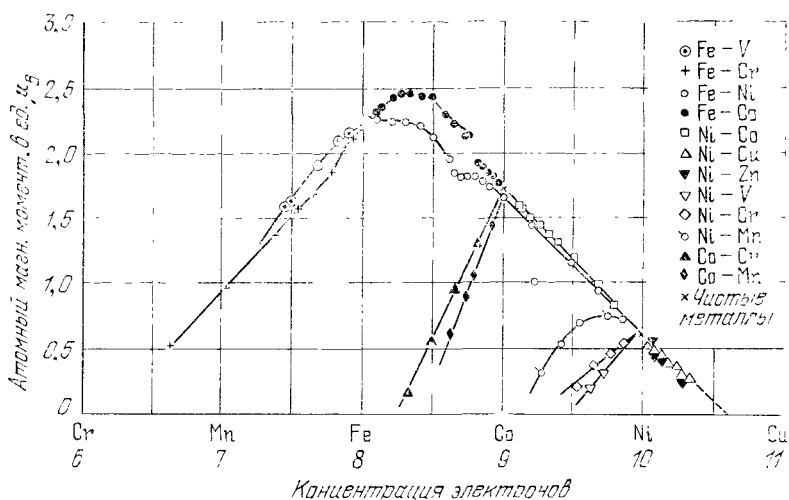


Рис. 16.14. Средние атомные магнитные моменты бинарных сплавов элементов группы железа. (По Бозорту.)

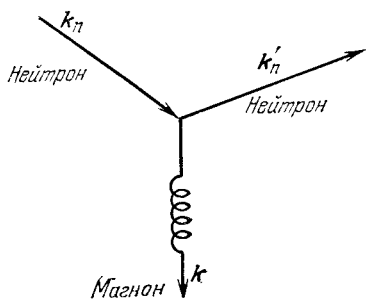


Рис. 16.15. Схема рассеяния нейтрона с образованием магнона.

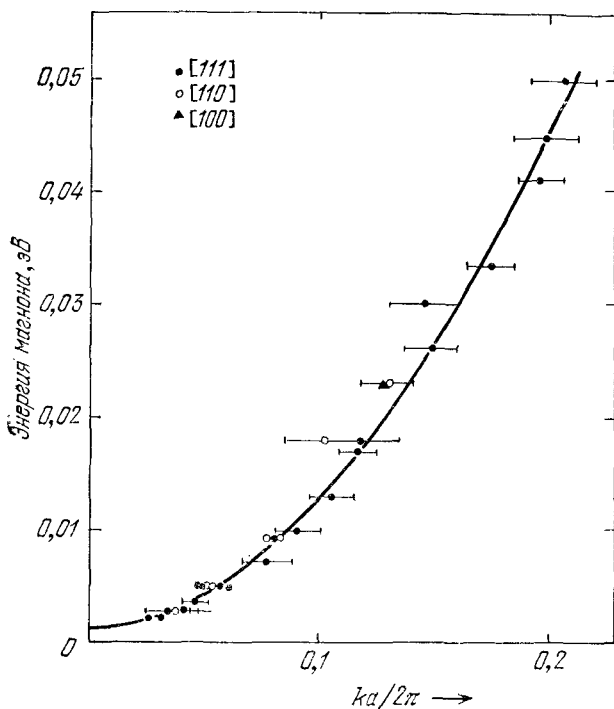


Рис. 16.16. Спектр магнонов кобальтового сплава (92% Co, 8% Fe) при комнатной температуре; структура сплава — ГЦК. (Из работы [23].) Сплошная кривая наилучшим образом соответствует теоретической. Приведенные экспериментальные данные относятся к значениям k , «не углубляющимся» сколько-нибудь далеко внутрь зоны Бриллюэна.

вектор падающего нейтрона равен k_n , а после рассеяния он равен k'_n и при рассеянии образовался магнон с волновым вектором k , то в силу закона сохранения импульса кристалла имеем соотношение

$$k_n = k'_n + k + G, \quad (16.42)$$

где G — произвольный вектор обратной решетки. В силу закона сохранения энергии

$$\frac{\hbar^2 k_n^2}{2M_n} = \frac{\hbar^2 k_n'^2}{2M_n} + \hbar\omega_k, \quad (16.43)$$

где $\hbar\omega_k$ — энергия магнона, образовавшегося в акте рассеяния нейтрона. На рис. 16.16 приведен магнонный спектр для сплава Co—Fe с большим содержанием кобальта, установленный на основе изучения неупругого рассеяния нейтронов.

Дисперсионные кривые для магнонов можно выделить из экспериментальных дисперсионных кривых для фононов (для

того же самого кристалла), имея в виду следующие два обстоятельства: 1) магны исчезают (или по крайней мере средняя длина их свободного пробега становится очень малой) при температурах несколько выше точки Кюри; 2) интенсивность рассеяния нейтронов на магнонах пропорциональна квадрату той компоненты спина образца, которая перпендикулярна к вектору рассеяния нейтрона $\mathbf{k}' - \mathbf{k}$ (это показано в книге Киттеля [18]). Таким образом, относительная интенсивность неупругого рассеяния фононов и магнонов может изменяться при надлежащих поворотах образца, позволяя тем самым достоверно идентифицировать магны.

МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА ФЕРРИМАГНЕТИКОВ

Во многих ферромагнитных кристаллах намагниченность насыщения при абсолютном нуле температуры не отвечает параллельному расположению магнитных моментов составляющих кристалл парамагнитных ионов; это было замечено даже у таких кристаллов, для которых имелись убедительные свидетельства в пользу того, что содержащиеся в них индивидуальные парамагнитные ионы имеют присущий им свой нормальный парамагнитный момент.

Наиболее известным и весьма типичным примером такого вещества является магнетит Fe_3O_4 , или, точнее, $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$. Из табл. 15.2 видно, что трехвалентный ион Fe^{3+} находится в состоянии со спином $S = 5/2$ и равным нулю орбитальным моментом. Каждый такой ион должен давать вклад в намагниченность насыщения, равный $5\mu_B$. Двухвалентный ион Fe^{2+} имеет спин, равный 2, и его вклад должен составлять $4\mu_B$, если не учитывать некоторый возможный вклад за счет орбитального момента. Таким образом, эффективное число магнетонов Бора на формуль-

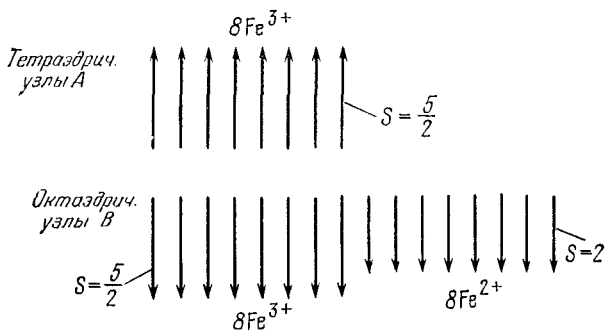


Рис. 16.17. Схема спиновых моментов в магнетите $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$, показывающая, как компенсируют друг друга спины ионов Fe^{3+} . Остаются нескомпенсированными лишь спиновые моменты ионов Fe^{2+} . Различие типов узлов (здесь А и В) поясняется ниже на рис. 16.19.

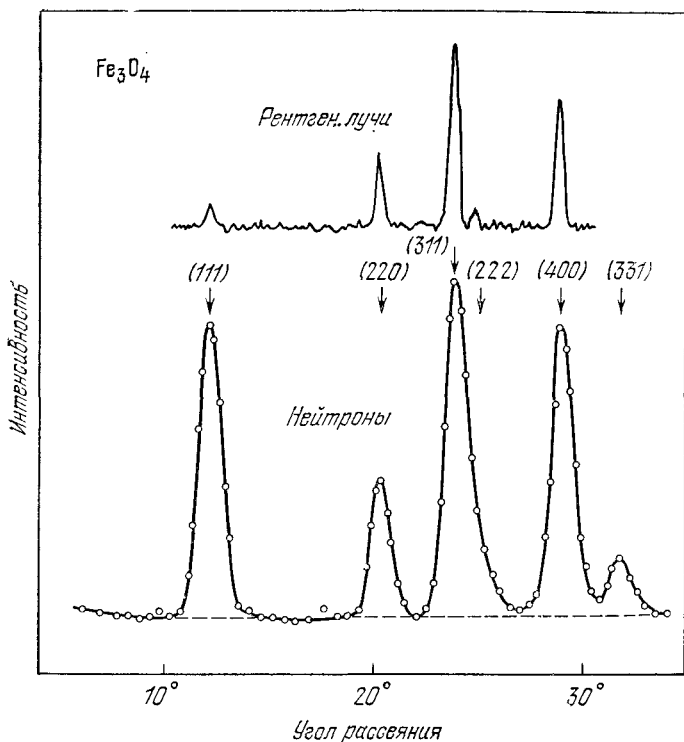


Рис. 16.18. Рентгеновская и нейтронная дифракционные картины магнетита при комнатной температуре [21]. Вклад магнитного рассеяния заметно проявляется в нейтронной дифракционной картине [особенно резко для линии (111)]. Относительные интенсивности нейтрон-дифракционных линий весьма чувствительны к распределению по узлам электронных магнитных моментов ионов Fe^{2+} и Fe^{3+} . Значения интенсивностей, вычисленные для модели ферри-магнетика, предложенной Неелем, хорошо согласуются с наблюдаемыми интенсивностями:

Отражения	(111)	(220)	(311) + (222)	(400)	(331)
Интенсивность вычисл.	934	343	1060	765	110
Интенсивность набл.	880	360	1070	780	135

ную единицу (в случае магнетита это $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$) должно, казалось бы, составлять $4\mu_B + (2 \cdot 5)\mu_B = 14\mu_B$, если все спины параллельны и одинаково ориентированы. Однако наблюдаемое значение (см. табл. 16.2) для магнетита равно $4,1\mu_B$.

Это противоречие снимается, если предположить (см. работу Нееля [24]), что магнитные моменты ионов Fe^{3+} попарно антипараллельны друг другу и, следовательно, наблюдаемый момент обусловлен лишь ионами Fe^{2+} (см. схему на рис. 16.17).

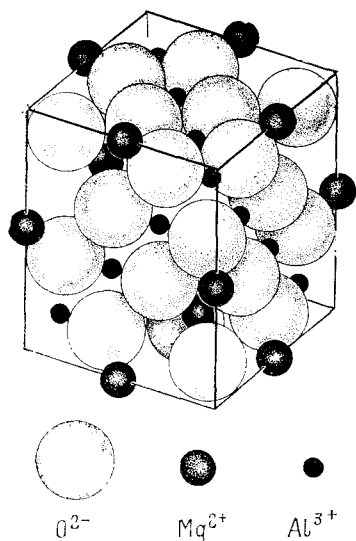


Рис. 16.19. Кристаллическая структура минерала шпинели ($\text{MgO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3$). Ионы Mg^{2+} занимают тетраэдрические узлы; каждый окружен четырьмя ионами кислорода. Ионы Al^{3+} занимают октаэдрические узлы; каждый окружен шестью ионами кислорода. Такая структура, когда ионы двухвалентного металла занимают именно тетраэдрические узлы, называется структурой *нормальной шпинели*. В структуре *обращенной шпинели* тетраэдрические узлы заняты ионами трехвалентного металла, а октаэдрические заняты поровну двух- и трехвалентными ионами металла.

Результаты нейтрон-дифракционных исследований магнетита, приведенные на рис. 16.18, согласуются с этой моделью Нееля.

Систематическое рассмотрение различных возможностей, связанных с описанным типом спинового упорядочения, было проведено Неелем с использованием всех имевшихся в тот период (1948 г.) сведений о важнейшем классе магнитных оксидов, известном под названием ферритов¹⁾. Термин «ферримагнетик» первоначально был введен для веществ со спиновым упорядочением типа наблюдавшегося в ферритах, т. е. типа, показанного на схеме, приведенной на рис. 16.17, но затем этот термин приобрел более широкий смысл и его стали применять по отношению почти ко всем соединениям, в которых одна часть ионов имеет момент, антипараллельный моменту других ионов. Большинство ферримагнетиков являются плохими проводниками электричества, и это их качество используется в приборных применениях.

Кубические ферриты имеют кристаллическую структуру *шпинели*; модель этой структуры приведена на рис. 16.19. В элементарной кубической ячейке имеется 8 занятых тетраэдрических узлов (обозначаемых буквой *A*), 16 занятых октаэдрических узлов (обозначаемых буквой *B*). Длина ребра куба (постоянная решетки) равна примерно 8 Å. Любопытной особенностью ферритов со структурой шпинели является то, что все обменные взаимодействия (*AA*, *AB* и *BB*) приводят к *антипараллельному* расположению спинов, связанных этими взаимодей-

¹⁾ Общая химическая формула феррита имеет вид $\text{MO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$, где *M* — двухвалентный катион; чаще всего это *Zn*, *Cd*, *Fe*, *Ni*, *Cu*, *Co* или *Mg*.

ствиями. Наиболее сильным является взаимодействие AB ; в подрешетке из узлов A спины ориентированы одинаково (параллельны друг другу), то же в подрешетке узлов B , при этом все спины подрешетки A антипараллельны спином подрешетки B . Принято считать, что все обменные интегралы J_{AA} , J_{AB} , J_{BB} отрицательны¹⁾.

Покажем теперь, как три антиферромагнитных взаимодействия могут дать результирующий ферромагнетизм. Усредненные поля, действующие на спины в подрешетках A и B , можно записать в виде

$$\mathbf{B}_A = -\lambda \mathbf{M}_A - \mu \mathbf{M}_B, \quad \mathbf{B}_B = -\mu \mathbf{M}_A - \nu \mathbf{M}_B; \quad (13.44)$$

здесь принято, что постоянные λ , μ и ν положительны. Антипараллельность ориентации спинов (антиферромагнитное взаимодействие) учтена знаками минус в правой части (16.44). Для плотности энергии взаимодействия имеем:

$$U = -\frac{1}{2} (\mathbf{B}_A \cdot \mathbf{M}_A + \mathbf{B}_B \cdot \mathbf{M}_B) = \frac{1}{2} \lambda M_A^2 + \mu \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{M}_B + \frac{1}{2} \nu M_B^2; \quad (16.45)$$

при $\mathbf{M}_A \uparrow \downarrow \mathbf{M}_B$ эта энергия меньше, чем при $\mathbf{M}_A \uparrow \uparrow \mathbf{M}_B$. При антипараллельном расположении энергия должна быть близка к нулю, поскольку возможное решение экстремальной задачи дает $M_A = M_B = 0$. Следовательно, при

$$\mu M_A M_B > \frac{1}{2} (\lambda M_A^2 + \nu M_B^2) \quad (16.46)$$

основному состоянию будет отвечать ситуация, в которой намагниченность \mathbf{M}_1 направлена противоположно намагниченности \mathbf{M}_2 . Возможны также условия, в которых реализуются неколлинеарные спиновые конфигурации с еще меньшей энергией.

Точка Кюри и восприимчивость ферромагнетиков. Мы введем отдельные постоянные Кюри C_A и C_B для узлов типа A и B . Введение отдельных постоянных C для двух подрешеток необходимо, потому что обычно подрешетки различаются как типом, так и числом парамагнитных ионов. Пусть все взаимодействия отсутствуют, за исключением антиферромагнитного взаимодействия между узлами A и B :

$$\mathbf{B}_A = -\mu \mathbf{M}_B, \quad \mathbf{B}_B = -\mu \mathbf{M}_A,$$

где μ — положительная величина. В обоих выражениях в силу вида (16.45) стоит одна и та же постоянная μ . Исходя из тех же

¹⁾ Когда величина J (обменный интеграл) в (16.6) положительна, обменное взаимодействие называют ферромагнитным; когда величина J отрицательна, обменное взаимодействие называют антиферромагнитным.

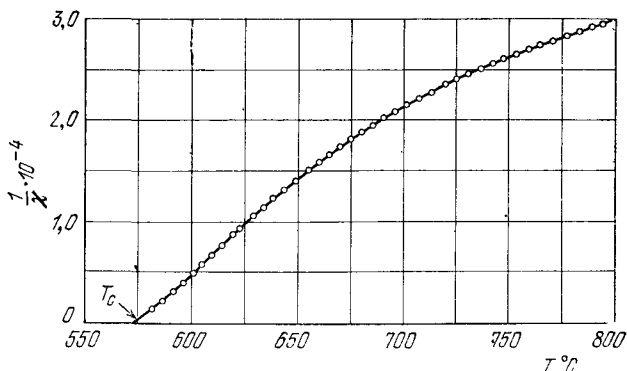


Рис. 16.20. Температурная зависимость обратной восприимчивости $1/\chi$ магнетита ($\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$) выше точки Кюри.

соображений, которые приводились выше в связи с выражениями (16.1) — (16.4), в приближении усредненного поля получим:

$$\text{(СГС)} \quad M_A T = C_A (B_a - \mu M_B), \quad M_B T = C_B (B_a - \mu M_A). \quad (16.47)$$

Эти уравнения имеют нетривиальные решения для M_A и M_B в отсутствие внешнего поля при условии

$$\begin{vmatrix} T & \mu C_A \\ \mu C_B & T \end{vmatrix} = 0. \quad (16.48)$$

Следовательно, точка Кюри ферримагнетика определяется соотношением

$$T_c = \mu (C_A C_B)^{1/2}.$$

Решая уравнения (16.47) для M_A и M_B , можно легко получить выражение для восприимчивости при $T > T_c$:

$$\chi = \frac{M_A + M_B}{B_a} = \frac{(C_A + C_B) T - 2\mu C_A C_B}{T^2 - T_c^2}. \quad (16.49)$$

Видно, что результат получился более сложный, чем для ферромагнетика (16.4). Экспериментальные значения $1/\chi$ для $\text{FeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$ приведены на рис. 16.20.

Изгиб графика зависимости $1/\chi$ от T является характерной особенностью ферримагнетиков. Ниже при рассмотрении антиферромагнетиков мы получим формулу для χ (16.51), которая получается в частном случае $C_A = C_B$.

Ферриты-гранаты. Это кубические ферримагнитные диэлектрические кристаллы с общей формулой $M_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$, где M — ион трехвалентного металла, а Fe — ион трехвалентного железа ($S = 5/2$, $L = 0$). Примером феррита-граната может служить иттриевый феррит-гранат $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$, который в литературе на

английском языке часто сокращенно обозначают через YIG¹⁾. Ион иттрия Y³⁺ диамагнитен.

Полная намагниченность YIG является результирующей намагниченностью двух противоположно намагниченных подрешеток трехвалентных ионов железа Fe³⁺. При абсолютном нуле каждый ион дает вклад в намагниченность, равный $\pm 5\mu_B$, однако на каждую формульную единицу приходится три иона Fe³⁺ в узлах, обозначаемых буквой *d* (подрешетка типа *d*), со спинами одинаковой ориентации, и два иона Fe³⁺ в узлах, обозначаемых буквой *a* (подрешетка типа *a*), со спинами противоположной, чем в *d*, ориентации. Поэтому результирующий магнитный момент составляет $5\mu_B$ (на формульную единицу) в хорошем согласии с результатами измерений Геллера и др. [25]. Усредненное поле для узлов подрешетки *a* обусловлено намагниченностью подрешетки из узлов типа *d* и равно $B_a = -1,5 \cdot 10^4 M_d$. Экспериментально наблюдаемая точка Кюри иттриевого феррита-граната равна 559 °К и обусловлена обменным взаимодействием подрешеток *a* и *d*.

Единственный (на формульную единицу) нескомпенсированный магнитный ион в иттриевом феррите-гранате — ион железа — находится в состоянии с $L = 0$ (орбитальный момент отсутствует), т. е. обладает сферически-симметричным распределением заряда. Взаимодействие таких ионов с деформациями решетки и с фононами относительно слабое. Поэтому для иттриевого феррита-граната характерны весьма узкие линии в спектрах поглощения, что и было обнаружено в экспериментах по ферромагнитному резонансу (см. гл. 17).

В редкоземельных ферритах-гранатах²⁾ ионы M³⁺ — парамагнитные трехвалентные ионы металлов группы редких земель. Кривые температурной зависимости намагниченности таких ферритов-гранатов даны на рис. 16.21. Редкоземельные ионы располагаются в узлах, обозначаемых буквой *c* (подрешетка типа *c*). Направление намагниченности ионов в подрешетке *c* (M_c) противоположно суммарной намагниченности подрешеток ионов железа *a* и *d* (M_a и M_d). При низких температурах (см. рис. 16.22) суммарный вклад в намагниченность магнитных моментов трех (на формульную единицу) редкоземельных ионов может по величине превышать (вблизи 0 °К) результирующий магнитный момент ионов железа Fe³⁺, но вследствие слабости обменной связи подрешеток *c* — *a* и *c* — *d* намагниченность редкоземельной решетки *c* резко падает при повышении температуры. По этой причине полный магнитный момент кристалла может при

¹⁾ YIG — аббревиатура Yttrium Iron Garnet. В литературе на русском языке иногда применяется сокращение ЖИГ — железо-иттриевый гранат. — *Прим. ред.*

²⁾ Обзор свойств редкоземельных ферритов-гранатов был дан в работе Нееля, Потене и Дрейфуса [26].

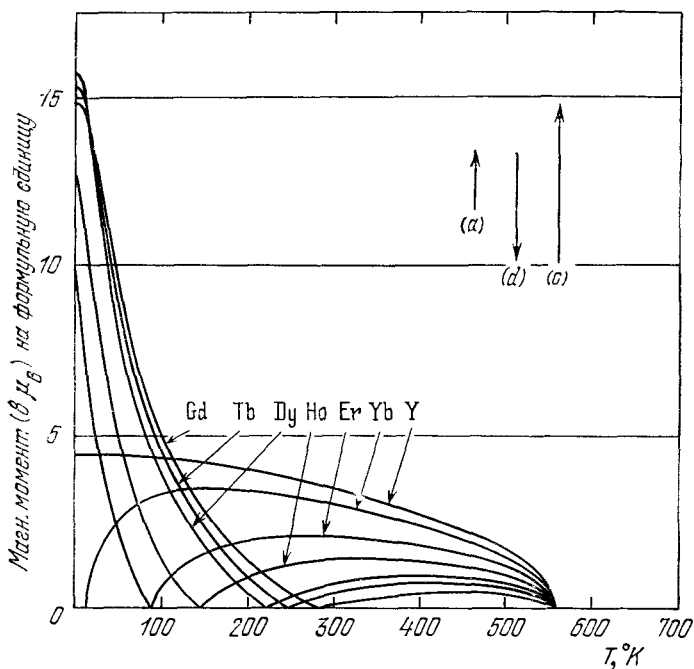
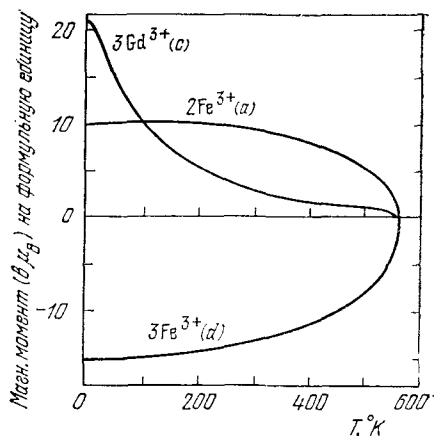


Рис. 16.21. Экспериментальные кривые намагниченности насыщения (выраженной в магнетонах Бора на формульную единицу) как функции температуры для ряда ферритов-гранатов (по Потене). Формульная единица — это $M_3Fe_3O_{12}$, где M — ион трехвалентного металла. Температура, при которой в интервале между 0 и T_c намагниченность обращается в нуль, называется точкой компенсации. В этой точке намагниченность подрешетки M равна и противоположна по направлению суммарной намагниченности подрешеток ионов железа. На одну формульную единицу приходится три иона трехвалентного железа ($3Fe^{3+}$), располагающихся в тетраэдрических узлах (обозначае-мых обычно через d), два иона трехвалентного железа ($2Fe^{3+}$) в октаэдриче-ских узлах (обозначае-мых обычно через a) и три иона трехвалентного метал-ла M ($3M^{3+}$), располагающихся в узлах, обозначае-мых через c . Ионы железа одной формульной единицы дают вклад в намагниченность, равный $(3-2) \cdot 5\mu_B = 5\mu_B$. Обменная связь между ионами железа — сильная, и имен-но она определяет точку Кюри феррита-граната. Если ионы M^{3+} являются ионами редкоземельных элементов, направление создаваемой ими намагничен-ности противоположно результирующей намагниченности, создаваемой ионами Fe^{3+} . При повышении температуры вклад в намагниченность ионов M^{3+} бы-стро уменьшается, поскольку обменная связь $M-Fe$ (т.е. подрешеток $c-a$ и $c-d$) относительно слабая. В правой верхней части рисунка стрелками схематически показаны направления векторов намагниченности подрешеток a , d и c . Об измерениях на монокристаллических образцах сообщено в работе Геллера и др. [26а].

Рис. 16.22. Намагниченность под-решеток c , d и a в феррите-гранате гадолиния как функция температуры (по расчетам Потене). Полная намагниченность обращается в нуль примерно при 280°К. Точка Кюри $T_c \approx 560^\circ\text{К}$. Намагниченность, отложенная по оси ординат, выражена в магнетонах Бора на формульную единицу.



повышении температуры пройти через нуль и затем вновь увеличиваться, уже за счет преобладания вклада со стороны ионов Fe^{3+} . В феррите-гранате гадолиния усредненное поле в узлах типа c можно записать в виде $B_c \approx -2 \cdot 10^3 (M_a + M_d)$; оно много слабее, чем поле в узлах типа a , так же как и в случае феррита-граната иттрия (см. выше).

МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА АНТИФЕРРОМАГНЕТИКА

Классическим примером магнитной структуры, установленной экспериментально методом дифракции нейтронов, является магнитная структура кристалла MnO , относящаяся к структурам типа NaCl . Результаты этих экспериментов приведены на рис. 16.23. При 80°К наблюдались четкие нейтронные рефлексy, которые при 293°К отсутствовали. Рефлексy, наблюдаемые при 80°К, имели простую интерпретацию: они отвечали кубической элементарной ячейке с постоянной решетки, равной 8,85 Å. При 293°К наблюдаемые рефлексy отвечали ГЦК ячейке с постоянной решетки 4,43 Å; эти рефлексy наблюдались также и при 80°К. Отсюда можно было с очевидностью прийти к заключению, что постоянная решетки, равная 4,43 Å, относится к химической элементарной ячейке, а постоянная решетки для рефлексов при 80°К относится к ячейке электронных магнитных моментов ионов Mn^{2+} , расположенных не так, как в ферромагнетике. Если бы расположение моментов было ферромагнитного типа, то химическая и магнитная элементарные ячейки совпали бы и давали одни и те же рефлексy.

Распределение ориентаций спинов ионов Mn^{2+} в MnO , установленное методами дифракции нейтронов и показанное на рис. 16.24, согласуется с результатами магнитных измерений. В данной атомной плоскости, параллельной (111), все спины

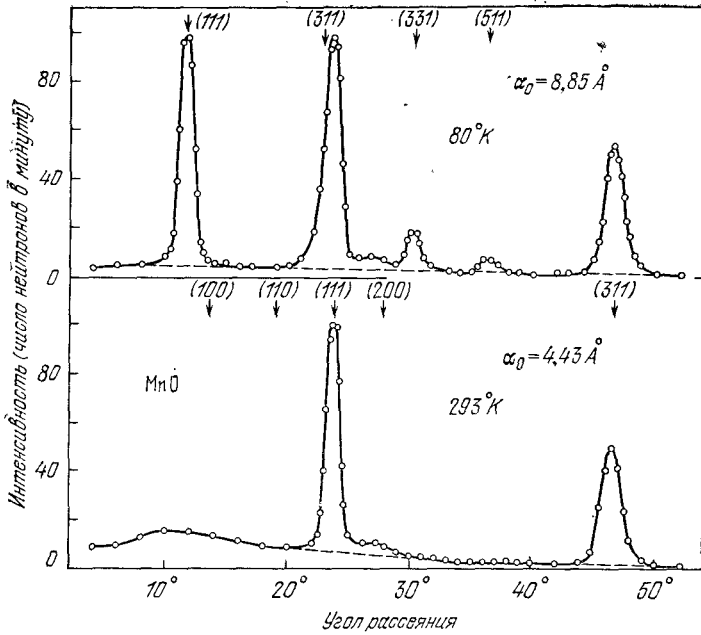


Рис. 16.23. Нейтрон-дифракционные картины кристалла MnO ниже (80°K) и выше (293°K) температуры спинового упорядочения, имеющего место при 120°K (из работы [28]). Индексы рефлексов относятся к ячейке с ребром $a_0 = 8,85 \text{ \AA}$ при 80°K и к ячейке с ребром $a_0 = 4,43 \text{ \AA}$ при 293°K . Ионы Mn^{2+} при повышении температуры выше 120°K сохраняют, разумеется, свой магнитный момент, но их упорядоченное расположение не сохраняется.

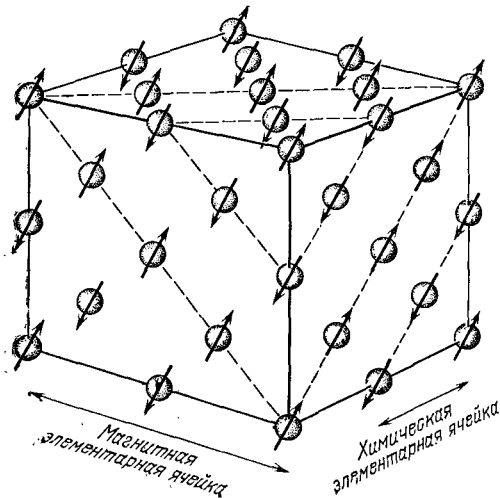


Рис. 16.24. Упорядоченное расположение спинов ионов Mn^{2+} в кристалле окиси марганца MnO , установленное методами дифракции нейтронов. Шарики изображают ионы Mn^{2+} , ионы кислорода O^{2-} не показаны.

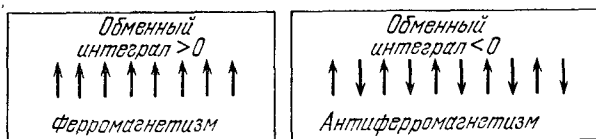


Рис. 16.25. Характер спинового упорядочения в ферромагнетике (обменный интеграл $J > 0$) и в антиферромагнетике ($J < 0$).

ориентированы одинаково, а в соседней параллельной атомной плоскости ориентация спинов обратная, и т. д. Следовательно, кристалл MnO является антиферромагнетиком (см. схему на рис. 16.25).

В антиферромагнетике спины расположены попарно антипараллельно и суммарный магнитный момент кристалла равен нулю. Антиферромагнитное упорядочение возникает в точке Нееля T_N и сохраняется ниже этой температуры. Магнитная восприимчивость антиферромагнетика при $T = T_N$ не бесконечна. Кривая зависимости $\chi(T)$ имеет при $T = T_N$ более или менее четко выраженный излом, как показано на рис. 16.26. Антиферромагнетик можно рассматривать как частный случай ферромагнетика, в котором подрешетки A и B имеют равные намагниченности насыщения. Если в уравнениях (16.47) положить $C_A = C_B = C$ и точку Нееля T_N определить соотношением

$$T_N = \mu C, \quad (16.50)$$

где C относится к одной (любой из двух) подрешетке, то выражение для восприимчивости антиферромагнетика в парамагнитной

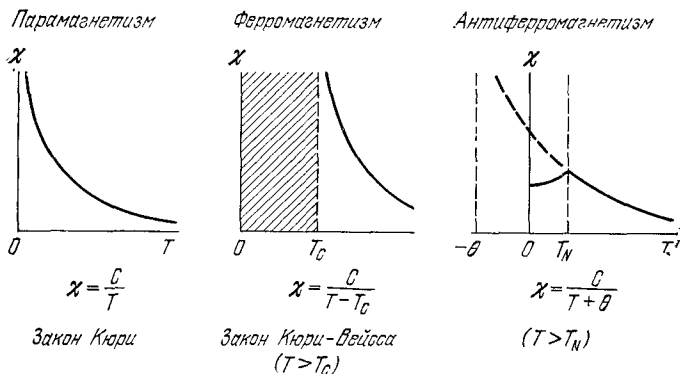


Рис. 16.26. Температурная зависимость магнитной восприимчивости χ . В ферромагнетиках в интервале температур $0 < T < T_c$ зависимость $\chi(T)$ носит сложный характер. В антиферромагнетиках ниже температуры Нееля спины ориентированы антипараллельно. Восприимчивость достигает максимума при $T = T_N$, где на кривой $\chi(T)$ наблюдается хорошо выраженный излом. Точка фазового перехода может быть зарегистрирована также по максимуму теплоемкости и коэффициента теплового расширения.

области (при $T > T_N$) легко получить из формулы (16.49):

$$\chi = \frac{2CT - 2\mu C^2}{T^2 - (\mu C)^2} = \frac{2C}{T + \mu C} = \frac{2C}{T + T_N}. \quad (16.51)$$

Экспериментальные результаты по зависимости $\chi(T)$ при $T > T_N$ хорошо описываются законом

$$(\text{СГС}) \quad \chi = \frac{2C}{T + \theta}. \quad (16.52)$$

Экспериментальные значения отношения θ/T_N приведены в табл. 16.3; часто они сильно отличаются от единицы, хотя из сопоставления (16.52) с (16.51) можно было ожидать, что отношение θ/T_N близко к единице. Значения θ/T_N , близкие к наблюдаемой величине, получаются из теории, если кроме взаимодействия ближайших соседей учесть взаимодействие данного атома с соседями, следующими за ближайшими, а также рассмотреть более общие случаи разбиения ионов на подрешетки (см. работы Андерсона [29] и Латтинджера [30]). Решение задачи 16.3 (в конце главы) позволяет установить, что если ввести взаимодействие

ТАБЛИЦА 16.3

Антиферромагнитные кристаллы

Вещество	Тип решетки парамагнитных ионов	Температура перехода T_N , °К	Параметр θ в законе Кюри-Вейсса, °К	$\frac{\theta}{T_N}$	$\frac{\chi(\theta)}{\chi(T_N)}$
MnO	ГЦК	116	610	5,3	2/3
MnS	ГЦК	160	528	3,3	0,82
MnTe	Гекс. слевая	307	690	2,25	
MnF ₂	ОЦ тетр.	67	82	1,24	0,76
FeF ₂	ОЦ тетр.	79	117	1,48	0,72
FeCl ₂	Гекс. слевая	24	48	2,0	< 0,2
FeO	ГЦК	198	570	2,9	0,8
CoCl ₂	Гекс. слевая	25	38,1	1,53	
CoO	ГЦК	291	330	1,14	
NiCl ₂	Гекс. слевая	50	68,2	1,37	
NiO	ГЦК	525	~ 2000	~ 4	
α -Mn	Сложная	~ 100			
Cr	ОЦК	308			
CrSb	Гекс. слевая	723	550	0,76	~ 1/4
Cr ₂ O ₃	Сложная	307	485	1,58	
FeCO ₃	Сложная	35	14	0,4	~ 1/4

Температура Нееля T_N данного вещества часто обнаруживает разброс для разных образцов, а в некоторых случаях имеет место большой температурный гистерезис. Библиография по экспериментально установленным свойствам антиферромагнитных веществ имеется в обзоре Нагамия, Йосида и Кубо [27], а также в справочнике [9]. Значения параметра θ определены при помощи соотношения $\chi = C/(T + \theta)$, используя данные о восприимчивости выше истинной температуры перехода T_N .

внутри подрешетки и описывать его в приближении усредненного поля, то получим

$$\theta/T_N = (\mu + \varepsilon)/(\mu - \varepsilon),$$

где ε (точнее, $-\varepsilon$) — постоянная усредненного поля для внутри-подрешеточного взаимодействия.

Восприимчивость ниже точки Нееля. Могут быть два существенно различных расположения внешнего магнитного поля относительно оси спинов антиферромагнетика (оси антиферромагнетизма): 1) перпендикулярно к оси и 2) параллельно оси. В самой точке Нееля восприимчивость почти не зависит от направления поля относительно оси антиферромагнетизма

В первом случае, когда магнитное поле B_a перпендикулярно к оси антиферромагнетизма, восприимчивость можно вычислить, исходя из весьма простых соображений. Имея в виду, что в антиферромагнетике $M = |M_A| = |M_B|$, запишем выражение для плотности магнитной энергии при наличии внешнего магнитного поля:

$$U = \mu \mathbf{M}_A \cdot \mathbf{M}_B - \mathbf{B} \cdot (\mathbf{M}_A + \mathbf{M}_B) \approx \\ \approx -\mu M^2 \left[1 - \frac{1}{2} (2\varphi)^2 \right] - 2B_a M \varphi, \quad (16.53a)$$

где 2φ — угол между спинами (см. рис. 16.27, а). Минимум энергии имеет место при

$$\frac{dU}{d\varphi} = 0 = 4\mu M^2 \varphi - 2B_a M, \quad \varphi = \frac{B_a}{2\mu M}. \quad (16.53б)$$

Отсюда сразу получается выражение для перпендикулярной восприимчивости:

$$(\text{СГС}) \quad \chi_{\perp} = \frac{2M\varphi}{B_a} = \frac{1}{\mu}. \quad (16.53в)$$

Во втором случае, когда магнитное поле B_a параллельно оси антиферромагнетизма (см. рис. 16.27, б), магнитная энергия не

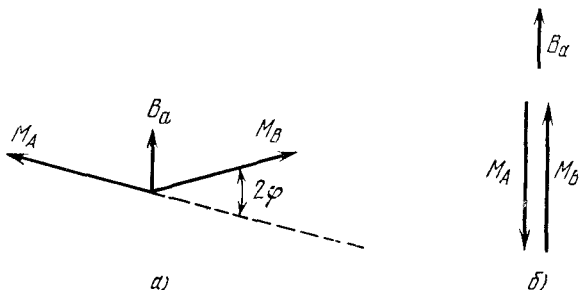


Рис. 16.27. Схема расположения намагниченностей подрешеток антиферромагнетика, поясняющая расчет а) перпендикулярной и б) параллельной восприимчивостей при 0°K в приближении усредненного поля.

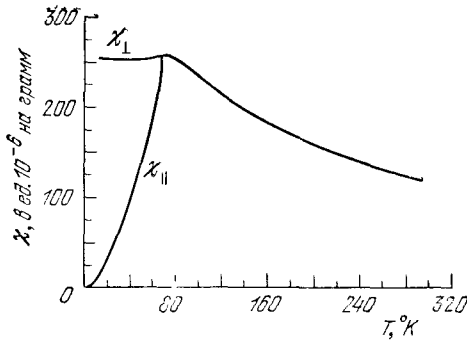


Рис. 16.28. Магнитная восприимчивость антиферромагнетика MnF_2 вдоль (χ_{\parallel}) и перпендикулярно (χ_{\perp}) тетрагональной осн. (S. Foner.)

изменяется, если спины подрешеток A и B составляют с полем равные углы. Следовательно, параллельная восприимчивость χ_{\parallel} при $T = 0^\circ\text{K}$ равна нулю:

$$\chi_{\parallel}(0) = 0. \quad (16.54)$$

При увеличении температуры от абсолютного нуля до точки Нееля T_N параллельная восприимчивость плавно возрастает. Результаты измерений $\chi_{\perp}(T)$ и $\chi_{\parallel}(T)$, выполненных на кристалле MnF_2 , показаны на рис. 16.28. В очень сильных полях параллельная (полю) ориентация спинов скачком переходит в перпендикулярную, поскольку такая конфигурация отвечает меньшей энергии.

Магноны в антиферромагнетиках. Дисперсионный закон для магнонов в антиферромагнетике в одномерном случае легко получить соответствующей модификацией изложенного ранее вывода для ферромагнитной цепочки. Пусть спины в узлах с четными номерами $2p$, направленные вверх ($S_z = S$), составляют подрешетку A , а спины в узлах с нечетными номерами $2p + 1$, направленные вниз ($S_z = -S$), составляют подрешетку B . Мы ограничимся приближением только ближайших соседей, полагая обменный интеграл отрицательным ($J < 0$). Тогда уравнения (16.21a) и (16.21б) для спинов подрешетки A с учетом (16.20) можно записать в виде:

$$\frac{dS_{2p}^x}{dt} = \frac{2JS}{\hbar} (-2S_{2p}^y - S_{2p-1}^y - S_{2p+1}^y), \quad (16.55a)$$

$$\frac{dS_{2p}^y}{dt} = -\frac{2JS}{\hbar} (-2S_{2p}^x - S_{2p-1}^x - S_{2p+1}^x). \quad (16.55b)$$

Аналогичные уравнения имеют место для спинов подрешетки B :

$$\frac{dS_{2p+1}^x}{dt} = \frac{2JS}{\hbar} (2S_{2p+1}^y + S_{2p}^y + S_{2p+2}^y), \quad (16.56a)$$

$$\frac{dS_{2p+1}^y}{dt} = -\frac{2JS}{\hbar} (2S_{2p+1}^x + S_{2p}^x + S_{2p+2}^x). \quad (16.56b)$$

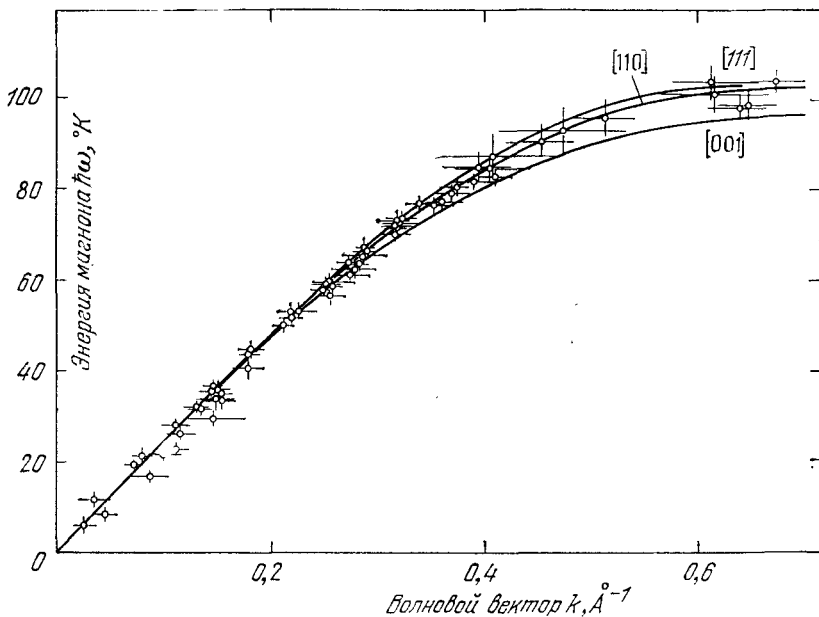


Рис. 16.29. Закон дисперсии для магнонов в простом кубическом антиферромагнетике RbMnF_3 , установленный экспериментально методом неупругого рассеяния нейтронов при температуре $4,2^\circ\text{K}$. Показанные экспериментальные точки всюду относятся к значениям волнового вектора в плоскости (110). Кривые построены путем расчета для трех указанных справа сверху направлений: [111], [110] и [001], в предположении, что обменное взаимодействие имеет величину $J/k_B = 3,4^\circ\text{K}$ и распространяется только на ближайших соседей. (Из работы Уиндзора и Стевенсона [32].)

Введем $S^+ = S_x + iS_y$ и запишем уравнения для S^+ :

$$\frac{dS_{2p}^+}{dt} = \frac{2iJS}{\hbar} (2S_{2p}^+ + S_{2p-1}^+ + S_{2p+1}^+), \quad (16.57)$$

$$\frac{dS_{2p+1}^+}{dt} = -\frac{2iJS}{\hbar} (2S_{2p+1}^+ + S_{2p}^+ + S_{2p+2}^+). \quad (16.58)$$

Решение будем искать в следующем виде:

$$S_{2p}^+ = u e^{i(2pka - \omega t)}, \quad S_{2p+1}^+ = v e^{i[(2p+1)ka - \omega t]}. \quad (16.59)$$

Подставив (16.59) в (16.57) и (16.58), получим:

$$\omega u = \frac{1}{2}\omega_{\text{ex}}(2u + v e^{-ika} + v e^{ika}), \quad (16.60a)$$

$$-\omega v = \frac{1}{2}\omega_{\text{ex}}(2v + u e^{-ika} + u e^{ika}), \quad (16.60b)$$

где

$$\omega_{\text{ex}} \equiv -\frac{4JS}{\hbar} = \frac{4|J|S}{\hbar}.$$

Уравнения (16.60а) и (16.60б) имеют нетривиальные решения при условии, что детерминант из коэффициентов при неизвестных u и v равен нулю:

$$\begin{vmatrix} \omega_{\text{ex}} - \omega & \omega_{\text{ex}} \cos ka \\ \omega_{\text{ex}} \cos ka & \omega_{\text{ex}} + \omega \end{vmatrix} = 0. \quad (16.61)$$

Условие (16.61) дает дисперсионный закон

$$\omega^2 = \omega_{\text{ex}}^2 (1 - \cos^2 ka), \quad \omega = \omega_{\text{ex}} |\sin ka|. \quad (16.62)$$

Этот дисперсионный закон для магнонов в антиферромагнетике существенно иной, чем закон (16.25) для магнонов в ферромагнетике. При $ka \ll 1$ (случай длинных волн) зависимость (16.62) можно считать линейной¹⁾:

$$\omega \approx \omega_{\text{ex}} |ka|. \quad (16.63)$$

На рис. 16.29 приведена зависимость энергии магнонов от величины волнового вектора (магнонный спектр) для антиферромагнитных кристаллов RbMnF_3 , найденная экспериментально в опытах по неупругому рассеянию нейтронов.

Имеется широкая область частот, в которой частота магнонов прямо пропорциональна волновому вектору. Магноны четко наблюдались в опытах на образцах кристаллов MnF_2 вплоть до температур, составляющих около 0,93 от температуры Нееля. Следовательно, даже при высоких температурах магнонное приближение оказывается полезным. Дальнейшие детали, касающиеся магнонов в антиферромагнетиках, обсуждаются в гл. 4 книги Киттеля [18].

ФЕРРОМАГНИТНЫЕ ДОМЕНЫ

При температурах ниже точки Кюри магнитные моменты электронов ферромагнетика в рамках микроскопически малых объемов выстроены в основном параллельно друг другу. Если же рассматривать образец в целом, то наблюдаемая его намагниченность может оказаться значительно меньше, чем ожидаемая намагниченность насыщения, для достижения которой необходимо приложение внешнего магнитного поля. Кроме того оказывается, что в этом смысле «магнитное поведение» поликристаллических образцов аналогично поведению монокристаллов.

Объяснение этому дал в свое время еще Вейсс, предположив, что ферромагнитные образцы в магнитном отношении состоят из множества малых областей, названных доменами, в каждой

¹⁾ Обсуждение физических причин различия дисперсионных законов для антиферромагнетика и ферромагнетика имеется в статье Кеффера, Каплана и Яфета [31].

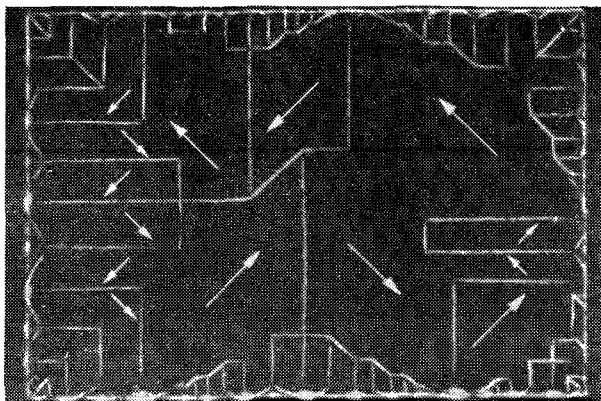


Рис. 16.30. Доменная структура, наблюдаемая на поверхности монокристаллической шкелевой пластинки. Границы доменов сделаны видимыми при помощи магнитного порошка (метод Виттера). Направления намагниченности доменов определяются из наблюдений характера роста или сужения доменов при наложении внешнего магнитного поля (этот механизм поясняется схемой на рис. 16.31а). (R. W. De Blois.)

из которых намагниченность равна намагниченности насыщения. Однако направления векторов намагниченности разных доменов не обязательно должны быть параллельны друг другу. В качестве примера на рис. 16.30 показана доменная структура, в которой распределение векторов намагниченности доменов дает результирующий магнитный момент, приближенно равный нулю.

Домены образуются также в антиферромагнетиках, сегнетоэлектриках, антисегнетоэлектриках, ферроэластиках, сверхпроводниках, а иногда и в нормальных металлах в условиях, когда имеет место сильный эффект де Хааза — ван Альфена.

Возрастание магнитного момента образца под действием внешнего магнитного поля связано с двумя независимыми процессами (см. рис. 16.31а и 16.31б): 1) в слабых внешних полях домены, векторы намагниченности которых ориентированы «благоприятно» относительно направления поля, растут за счет «неблагоприятно» ориентированных доменов; 2) в сильных внешних полях векторы намагниченности поворачиваются в направлении внешнего поля.

На рис. 16.32 приведена техническая кривая намагничивания (петля гистерезиса). Относящиеся к ней технические термины объяснены в подписи.

Доменная структура ферромагнитных материалов тесно связана с их существенными для практических применений свойствами. Для сердечников трансформаторов мы хотели бы иметь материал с высокой магнитной проницаемостью, для постоянных

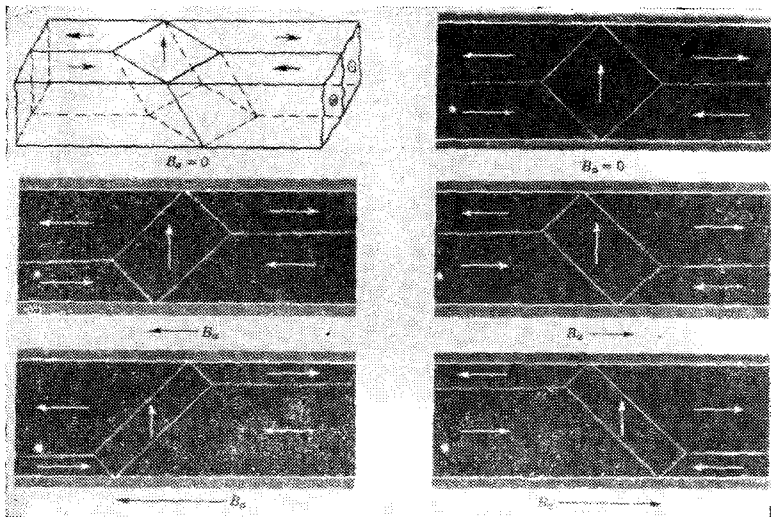


Рис. 16.31а. Плавное обратимое смещение доменных стенок в кристалле железа. Домены с намагниченностью, параллельной направлению внешнего магнитного поля, растут за счет доменов другой ориентации. У образца, показанного на рисунке, поле направлено вдоль $[001]$, поверхность кристалла параллельна плоскости (100) . Максимальная величина внешнего поля равна примерно 10 Гс. Образец вырезан из одного из итневидных кристаллов (усов) (см. гл. 20) с поперечным размером около 10^{-2} см. (R. W. De Blois, C. D. Graham.)

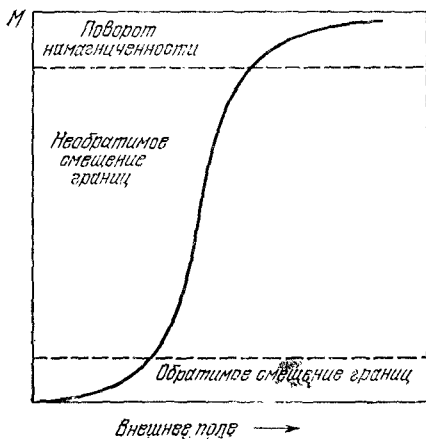
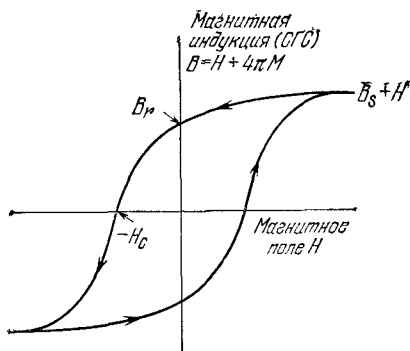


Рис. 16.31б. Типичная кривая намагничивания. На каждом из участков кривой (отделенных друг от друга пунктирными линиями) доминирует один из процессов намагничивания: нижний участок — обратимое смещение границ доменов; средний участок — необратимое смещение границ доменов; верхний участок — поворот векторов намагниченности доменов в направлении поля.

Рис. 16.32. Техническая кривая намагничивания (петля гистерезиса). Коэрцитивная сила H_c — обратное поле, необходимое для того, чтобы уменьшить до нуля магнитную индукцию B ; остаточная индукция B_r — значение B при $H = 0$; B_s — индукция насыщения, определяемая как предельное значение $(B - H)$ при больших H . Намагниченность насыщения M_s равна $B_s/4\pi$. В системе единиц СИ по вертикальной оси откладывают $B = \mu_0(H + M)$. (Масштаб по вертикальной оси сильно сжат.)



магнитов — высокую коэрцитивную силу¹). Затрудняя или ограничивая возможность смещения границ доменов, мы можем повышать коэрцитивную силу. Практически это осуществляется путем использования очень мелких ферромагнитных частиц или при выпадении в твердом растворе вторичной дисперсной фазы; в обоих случаях образец приобретает макроскопически гетерогенную тонкую структуру. Если же материал достаточно чистый, однородный и хорошо упорядоченный, то смещение границ происходит легко, чем обеспечивается высокая магнитная проницаемость. Судя по публикациям, достигнута проницаемость, составляющая $3,8 \cdot 10^6$.

Энергия анизотропии. В ферромагнитном кристалле имеются взаимодействия, которые ориентируют вектор намагниченности вдоль определенных кристаллографических направлений, называемых осями легкого намагничивания. Энергия, связанная с этими взаимодействиями, называется *энергией магнитной кристаллографической анизотропии* или просто *энергией магнитной анизотропии*. Кобальт является гексагональным кристаллом. Гексагональная ось в кристалле кобальта служит примером оси легкого намагничивания при комнатной температуре (см. рис. 16.33).

Одна из причин магнитной анизотропии²) иллюстрируется схемой на рис. 16.34. Намагниченность кристалла «чувствует» кристаллическую решетку благодаря перекрытию электронных орбит: спиновые моменты взаимодействуют с орбитальными из-за наличия спин-орбитальной связи, а орбитальные моменты

¹) Коэрцитивная сила определяется как: обратное поле, необходимое для того, чтобы довести до нуля магнитную индукцию (или намагниченность), перемещаясь по кривой намагничивания вниз от состояния насыщения. Обычно приведенное определение относится к петле, записанной в переменных $B(H)$ (исключение составляют некоторые теоретические работы). Иногда в случае переменных $M(H)$ или $I(H)$ коэрцитивную силу записывают через mH_c или $\frac{1}{2}H_c$.

²) О теории магнитной анизотропии см. обзор Канамори [33].

в свою очередь взаимодействуют с кристаллической решеткой за счет существующих в ней электростатических полей и перекрытия волновых функций соседних атомов решетки.

Плотность энергии магнитной анизотропии в кобальте можно записать в виде

$$U_K = K'_1 \sin^2 \theta + K'_2 \sin^4 \theta, \quad (16.64)$$

где θ — угол между вектором намагниченности и гексагональной осью. При комнатной температуре $K'_1 = 4,1 \cdot 10^6$ эрг/см³, $K'_2 = 1,0 \cdot 10^6$ эрг/см³.

Железо является кубическим кристаллом; ребра куба совпадают с осями легкого намагничивания. Для описания энергии анизотропии железа, намагниченного в произвольном направлении, вводят направляющие косинусы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ вектора намагни-

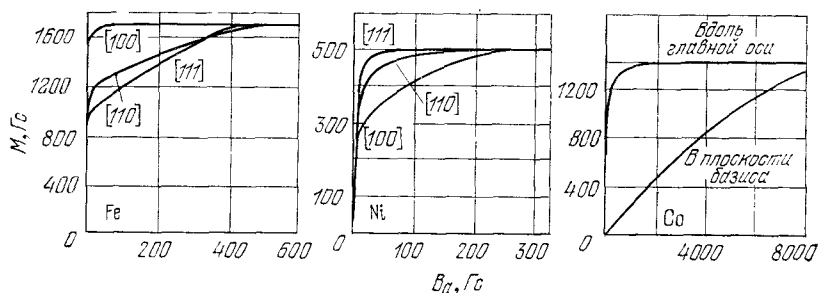


Рис. 16.33. Кривые намагничивания монокристаллов железа, никеля и кобальта. Из кривых для железа следует, что направлением легкого намагничивания является $[100]$, а трудного — $[111]$. B_a — внешнее поле. (По Хонда и Кайя.)

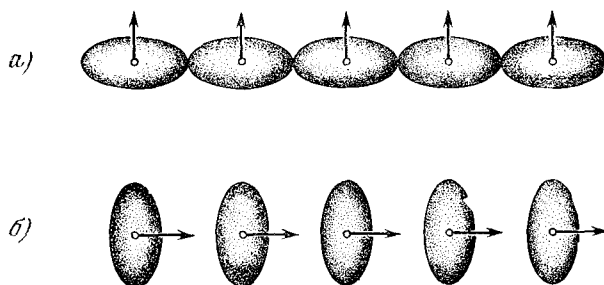


Рис. 16.34. Асимметрия перекрытия электронных оболочек соседних ионов как одна из причин кристаллографической магнитной анизотропии. Вследствие спин-орбитального взаимодействия распределение электронного заряда — не сферическое. Асимметрия связана с направлением спина, поскольку изменение направления спина по отношению к осям кристалла изменяет обменную энергию, а также электростатическую энергию взаимодействия распределенных зарядов пар атомов. Именно эти эффекты приводят к появлению энергии анизотропии. Энергия системы *a* иная, чем энергия системы *б*.

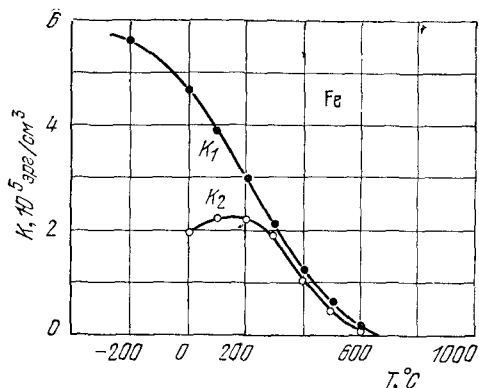


Рис. 16.35. Температурная зависимость первой (K_1) и второй (K_2) констант анизотропии железа.

ченности относительно осей координат, направленных вдоль ребер куба. Поскольку кристалл имеет кубическую симметрию, то выражение для энергии анизотропии должно быть функцией четных степеней¹⁾ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, инвариантной по отношению к перестановкам α_i между собой. В наинизшем порядке (вторая степень) требованиям симметрии удовлетворяет комбинация $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2$, но она не годится, поскольку тождественно равна единице и, следовательно, не описывает эффектов анизотропии. Следующая инвариантная комбинация (четвертой степени по α_i) имеет вид $\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2$; далее (шестой степени), очевидно, $\alpha_1^3\alpha_2^3$. Итак, плотность энергии магнитной анизотропии для кубического кристалла можно записать в виде

$$U_K = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2) + K_2\alpha_1^3\alpha_2^3. \quad (16.65)$$

Для железа при комнатной температуре

$$K_1^{\text{Fe}} = 4,2 \cdot 10^5 \text{ эрг/см}^3, \quad K_2^{\text{Fe}} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ эрг/см}^3.$$

График температурной зависимости K_1 и K_2 для железа приведен на рис. 16.35; отметим, что при $T \rightarrow T_c$ как K_1 , так и K_2 стремятся к нулю. Для никеля при комнатной температуре $K_1^{\text{Ni}} = -5 \cdot 10^4 \text{ эрг/см}^3$.

Переходная область между соседними доменами. Блоховская стенка (или граница) в кристалле представляет собой переходный слой, разделяющий соседние домены с различными направлениями вектора намагниченности. Полное изменение направления спинов от направления в одном домене к направлению в соседнем не может произойти скачком в какой-то одной атомной плоскости; поворот должен быть постепенным и

¹⁾ Именно четных, потому что противоположные концы кристаллических осей магнитно-эквивалентны.

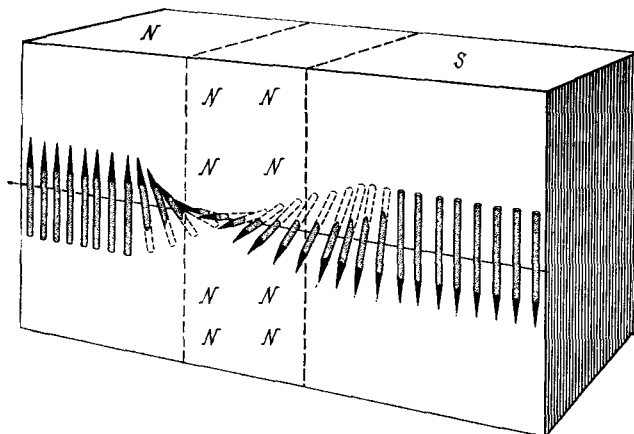


Рис. 16.36. Схема, иллюстрирующая ход изменения направления спинов в стенке Блоха (переходном слое) между доменами с противоположными направлениями намагниченности. Толщина переходного слоя в железе — порядка 300 постоянных решетки.

охватывать много атомных плоскостей (см. рис. 16.36). Когда изменение направления распределяется на много спинов, обменная энергия у каждой соседней пары невелика.

Эту картину можно объяснить, исходя из классической интерпретации гейзенберговского выражения для энергии обмена. В нашем случае угол между спинами мал и поэтому можно $\cos \varphi$ заменить на $1 - 1/2\varphi^2$. Тогда обменную энергию пары спинов ω_{ex} , расположенных под малым углом φ друг к другу, можно записать в виде $\omega_{ex} = JS^2\varphi^2$ (здесь J — обменный интеграл, S — спиновое квантовое число). Подразумевается, что энергия ω_{ex} относится к одинаково направленным спинам. Если направление спинов изменяется на противоположное, т. е. полное изменение равно π радиан, и состоит из N последовательных малых поворотов на одинаковые углы, то угол между соседними спинами равен π/N , а обменная энергия, отнесенная к паре соседних спинов, будет равна $\omega_{ex} = JS^2(\pi/N)^2$. Полная обменная энергия цепочки из $N + 1$ атомов будет в N раз больше, т. е.

$$N\omega_{ex} = JS^2\pi^2/N. \quad (16.66)$$

Стенка беспредельно возрастала бы по толщине, если бы этому не препятствовала анизотропия, которая ограничивает ширину переходного слоя. Спины, составляющие блоховскую стенку, ориентированы большей частью не вдоль осей легкого намагничивания, вследствие чего доля энергии анизотропии, связанная со стенкой, приближенно пропорциональна ее толщине.

Рассмотрим случай стенки, параллельной грани куба в простой кубической решетке; пусть стенка разделяет домены, на-

магнитные в противоположных направлениях. Попытаемся определить число N атомных плоскостей внутри стенки.

Энергия единицы площади стенки σ_w равна сумме вкладов от обменной энергии σ_{ex} и от энергии анизотропии σ_{anis} :

$$\sigma_w = \sigma_{ex} + \sigma_{anis}.$$

Обменную энергию на единицу площади стенки можно приближенно записать, воспользовавшись выражением (16.66) для обменной энергии цепочки и умножив ее на число цепочек, пересекающих единичную площадку нормально к плоскости стенки. Число таких цепочек, пересекающих единичную площадку, равно $1/a^2$, где a — постоянная решетки. Итак, $\sigma_{ex} = \pi^2 JS^2 / Na^2$. Энергия анизотропии по порядку величины равна произведению константы анизотропии на толщину стенки Na , т. е. $\sigma_{anis} \approx KNa$; следовательно,

$$\sigma_w \approx \frac{\pi^2 JS^2}{Na^2} + KNa. \quad (16.67)$$

Найдем минимум σ_w как функции от N , приравняв нулю производную $\partial\sigma_w/\partial N$:

$$\frac{\partial\sigma_w}{\partial N} = 0 = -\frac{\pi^2 JS^2}{N^2 a^2} + Ka. \quad (16.68)$$

Отсюда получаем:

$$N = \left(\frac{\pi^2 JS^2}{Ka^3} \right)^{1/2}. \quad (16.69)$$

Для железа оценка по порядку величины дает $N \approx 300$. Согласно нашей модели полная энергия стенки единичной площади равна

$$\sigma_w = 2\pi \left(\frac{KJS^2}{a} \right)^{1/2}. \quad (16.70)$$

Для железа $\sigma_w \approx 1$ эрг/см². Более тщательные расчеты для 180°-ной стенки, поверхность которой параллельна плоскости (100), дают выражение $\sigma_w = 2(2K_1 JS^2/a)^{1/2}$.

Происхождение доменов. Ландау и Лифшиц [34] показали, что образование доменной структуры является естественным следствием наличия различных конкурирующих вкладов в полную энергию ферромагнитного тела: обменной энергии, энергии анизотропии и магнитной энергии¹⁾. Прямым доказательством существования доменной структуры послужили микрофотографии доменных границ, полученные методом порошковых фигур, а также оптические исследования с использованием эффекта Фарадея. Метод порошковых фигур, предложенный Биттером²⁾,

¹⁾ См. обзор Киттеля и Галта [35].

²⁾ Почти одновременно и независимо тот же метод был разработан Н. С. Акуловым и М. В. Дехтяром. — *Прим. ред.*

состоит в том, что на тщательно подготовленную поверхность изучаемого ферромагнитного кристалла наносят каплю коллоидальной суспензии, содержащей очень мелкий порошок какого-нибудь ферромагнитного вещества, например, магнетита. Частицы суспензии скапливаются вдоль границ между доменами, где существуют сильные локальные магнитные поля, притягивающие магнитные частицы. Когда были открыты прозрачные ферромагнитные соединения, стало возможным использовать также оптическое вращение для изучения доменной структуры.

Происхождение доменов легко понять из рассмотрения схематических структур, показанных на рис. 16.37; каждая из схем изображает поперечное сечение ферромагнитного монокристалла. На схеме *a* мы имеем отдельный домен; магнитные «полюсы», образовавшиеся на противоположных гранях кристалла, приводят к большой величине магнитной энергии, равной $(1/8\pi) \int B^2 dV$. Плотность магнитной энергии для схемы *a* — порядка $M_s^2 \approx 10^6$ эрг/см³ (M_s — намагниченность насыщения, все в единицах СГС). На схеме *б* магнитная энергия примерно вдвое меньше, чем в случае *a*, так как исходный домен разделен теперь на два домена с противоположной намагниченностью. Схема *в* (и подобные ей), где произошло разбитие на *N* доменов, отвечает дальнейшему уменьшению магнитной энергии. Энергия в случае *в* в *N* раз меньше магнитной энергии в случае *a*.

Доменные структуры на схемах *г* и *д* имеют нулевую магнитную энергию. Здесь границы «замыкающих доменов», имеющих форму трехгранных призм вблизи концевых граней кристалла, образуют углы по 45° с намагниченностью «своих» доменов и с намагниченностью соседних (90°-ное соседство). Компонента намагниченности в направлении, нормальном к границе, не претерпевает разрыва на границе, и никаких магнитных полей, связанных с намагниченностью, не возникает. Магнитный поток замыкается внутри кристалла, отсюда и термин «замы-

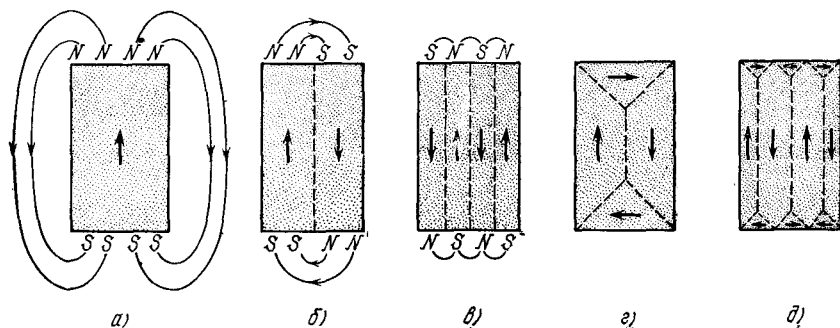


Рис. 16.37. Происхождение доменов.

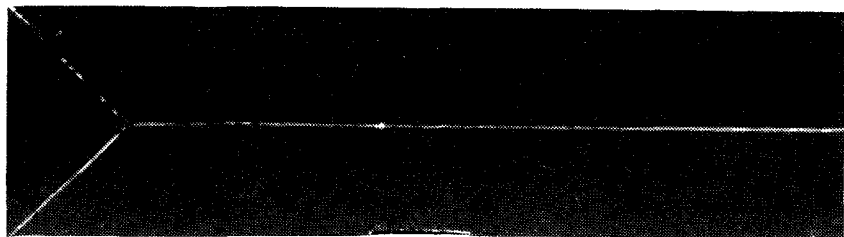


Рис. 16.38. Замыкающий домен на конце монокристалла железа. Образец — один из литевидных кристаллов железа (усов). Показана грань, параллельная плоскости (100); продольная ось кристалла совпадает с направлением [001]. (R. V. Coleman, C. G. Scott, A. Isin.)

кающие домены» для доменов у поверхности кристалла, становящихся элементом магнитной цепи, как, например, показано на рис. 16.38.

Наблюдаемые доменные структуры часто имеют гораздо более сложный характер, чем в описанных выше простых примерах, но их образование всегда связано с уменьшением энергии системы и переходом от конфигурации насыщения, обладающей большой магнитной энергией, к некоторой доменной конфигурации с меньшей энергией.

Коэрцитивная сила и гистерезис. Коэрцитивная сила — это, как уже отмечалось, поле $-H_c$, необходимое для уменьшения магнитной индукции B до нуля (см. рис. 16.32). Величина H_c относится к числу наиболее структурно чувствительных свойств ферромагнитных материалов и является той их характеристикой, которой мы хотели бы «управлять», когда интересуемся применениями. Коэрцитивная сила применяемых материалов имеет широкий интервал значений; она может достигать 600 Гс в постоянных магнитах, используемых в радиорепродукторах (сплав аллико-V), и даже 20 000 Гс в специальных высокостабильных магнитах (сплавы Fe—Pt) и составляет лишь 0,5 Гс у сердечников промышленных силовых трансформаторов (Fe—Si), доходя до 0,004 Гс в импульсных трансформаторах (супермаллой). При использовании магнитных материалов в качестве сердечников трансформаторов нужно, чтобы потери на гистерезис были как можно меньше, а это означает, что должна быть малой коэрцитивная сила.

Коэрцитивная сила уменьшается как при понижении концентрации примесей, так и при снятии внутренних напряжений путем отжига (медленного охлаждения). Сплавы, которые содержат выпавшую фазу, могут иметь большую коэрцитивную силу (см. микрофотографию поверхности образца сплава аллико-V на рис. 16.39).



Рис. 16.39. Микрофотография поверхности образца сплава алнико-V. Структура — оптимальная для использования сплава в качестве материала для постоянных магнитов. Состав сплава алнико-V: Al (8%), Ni (14%), Co (24%), Cu (3%), Fe (51%) (проценты весовые). В качестве материала для постоянных магнитов используется двухфазная система, в которой мелкие частицы одной фазы распределены в другой фазе. Выпадение мелкой фазы происходит в магнитном поле, и поэтому частицы ориентируются так, что их продольные оси параллельны направлению поля. (Из работы Люборского.)

Понятны причины высокой коэрцитивной силы магнитных материалов, состоящих из мелких зерен или тонких порошков. Достаточно малая магнитная частица, имеющая линейные размеры, меньше 10^{-5} или 10^{-6} см, всегда намагничена до насыщения, так как является однодоменной, поскольку образование в ней конфигурации с замкнутым магнитным потоком энергетически невыгодно¹⁾ (см. задачу 16.6 в конце главы).

В достаточно малой однодоменной частице оказывается невозможным перемагничивание за счет процесса смещения границ, обычно имеющего место в относительно слабых полях. Возможен лишь поворот вектора намагниченности всей частицы, а осуществление этого процесса, требующего больших полей,

¹⁾ См. работы Нееля [36] и Киттеля [37]. Проблемы технологии постоянных магнитов освещены в обзоре Люборского [38]. Тщательно выполненные расчеты критических радиусов для определения поведения отдельных доменов имеются в работе Брауна [39]; он нашел, что сферические частицы железа и никеля будут стабильно однодоменными при радиусах соответственно 167 Å (Fe) и 382 Å (Ni).

зависит от магнитной анизотропии материала и от формы частицы.

Коэрцитивная сила малых частиц железа составляет, по теоретическим оценкам, примерно 500 Гс, если исходить из того, что для поворота вектора намагниченности надо преодолевать силы магнитной анизотропии. Значения, полученные в ряде экспериментальных исследований, оказались того же порядка величины, что и теоретические оценки. Большие значения коэрцитивной силы были обнаружены у удлиненных частиц железа; в этом случае для поворота вектора намагниченности приходится преодолевать силы анизотропии формы, связанные с энергией размагничивающих полей.

Весьма перспективным материалом для постоянных магнитов является Co_5Sm^1). В этом материале энергия анизотропии отвечает эффективному магнитному полю величиной 290 кГс (29 тесла); это было установлено экспериментально на монокристаллах Co_5Sm .

РЕЗЮМЕ ²⁾

1. Восприимчивость ферромагнетика выше точки Кюри в приближении усредненного поля выражается формулой: $\chi = C/(T - T_c)$.

2. В приближении усредненного поля эффективное магнитное поле \mathbf{B}_{ef} связано с магнитным моментом ферромагнетика соотношением: $\mathbf{B}_a + \lambda \mathbf{M} = \mathbf{B}_{\text{ef}}$, где $\lambda = T_c/C$, \mathbf{B}_a — внешнее магнитное поле.

3. Элементарные возбуждения в ферромагнетике — магноны. Дисперсионный закон для них в нулевом внешнем магнитном поле при $ka \ll 1$ имеет вид $\hbar\omega \approx Jk^2a^2$. При низких температурах тепловое возбуждение магнонов дает вклад в теплоемкость и в изменение относительной намагниченности, пропорциональный $T^{3/2}$.

4. В антиферромагнетике две спиновые подрешетки одинаковы, но антипараллельны. В ферримагнетиках две подрешетки антипараллельны, но у одной из них магнитный момент больше, чем у другой.

5. В антиферромагнетике восприимчивость выше точки Нееля выражается формулой: $\chi = 2C/(T + \theta)$.

6. В антиферромагнетике дисперсионный закон для магнонов имеет вид: $\hbar\omega \approx Jka$. При низких температурах тепловое возбуждение магнонов дает вклад в теплоемкость, пропорциональный T^3 , и добавляется к вкладу, обусловленному фононами (также пропорциональному T^3).

¹⁾ Обзор редкоземельных соединений, пригодных в качестве материалов для постоянных магнитов, составлен Беккером [40].

²⁾ Все формулы приведены в единицах СГС.

7. Домены с намагниченностью в разных направлениях отделены один от другого стенкой Блоха. Толщина стенки равна $\approx (J/Ka^3)^{1/2}$ постоянных решетки, энергия на единицу площади стенки $\approx (KJ/a)^{1/2}$, где K — плотность энергии анизотропии.

ЗАДАЧИ

16.1. **Дисперсионный закон для магнонов.** Вывести дисперсионный закон (16.27) для магнонов в ферромагнетике с простой кубической решеткой ($z = 6$). Спин считать равным S . *Указание:* Показать предварительно, что уравнение (16.21a) можно заменить уравнением

$$\frac{dS_{\rho}^x}{dt} = \frac{2JS}{\hbar} \left(6S_{\rho}^y - \sum_{\delta} S_{\rho+\delta}^y \right),$$

где ρ — радиус-вектор центрального атома, который со своими ближайшими соседями «соединен» шестью векторами δ . Решения уравнений для dS_{ρ}^x/dt и dS_{ρ}^y/dt искать в виде $\exp(i\mathbf{k} \cdot \rho - i\omega t)$

16.2. **Теплоемкость системы магнонов.** Используя приближенный дисперсионный закон $\omega = Ak^2$, найти главный член в выражении для теплоемкости трехмерного ферромагнетика при низких температурах ($k_B T \ll J$). Результат (теплоемкость на единицу объема) должен иметь вид

$$0,113k_B (k_B T/\hbar A)^{3/2}.$$

Экспериментальная кривая для иттриевого граната приведена на рис. 16.40; здесь по оси ординат отложено отношение теплоемкости к $T^{3/2}$ — величине, пропорциональной вкладу магнонов; заметим, что вклад фононов пропорционален T^3 . Обзор результатов измерения теплоемкости иттриевого феррита-граната дан в работе Хендерсона и др. [41]. Входящую в результат дзета-функцию можно заменить численным значением, воспользовавшись математическими таблицами, например Янке и Эмде.

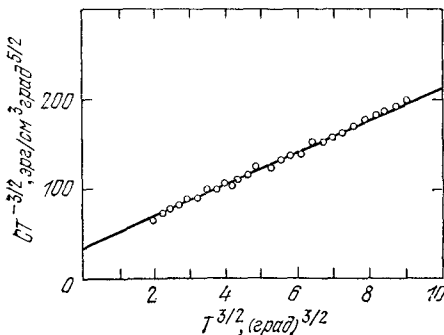


Рис. 16.40. Теплоемкость кристалла иттриевого феррита-граната ($Y_3Fe_5O_{12}$) как функция температуры [42]. Выражение для теплоемкости имеет вид $C = aT^{3/2} + bT^3$, где $aT^{3/2}$ — вклад магнонов, а bT^3 — вклад фононов. Если график строить для $C/T^{3/2}$ как функции $T^{3/2}$, то он должен иметь вид прямой линии, что и подтверждается измерениями.

16.3. Точка Нееля. Для двухподрешеточной модели антиферромагнетика эффективные поля можно записать в виде:

$$B_A = B_a - \mu M_B - \varepsilon M_A; \quad B_B = B_a - \mu M_A - \varepsilon M_B.$$

Показать, что $\frac{\theta}{T_N} = \frac{\mu + \varepsilon}{\mu - \varepsilon}$.

16.4. Магнитоупругое взаимодействие. В случае кубических кристаллов выражение для плотности упругой энергии имеет следующий вид:

$$U_{el} = \frac{1}{2} C_{11} (e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) + \frac{1}{2} C_{44} (e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2) + C_{12} (e_{yy}e_{zz} + e_{xx}e_{zz} + e_{xx}e_{yy}).$$

Для главного члена в выражении для энергии магнитной анизотропии согласно (16.55) имеем:

$$U_K \approx K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2).$$

Связь между упругими деформациями и направлением вектора намагниченности можно ввести из соображений симметрии, просто включив в полную плотность энергии кристалла член

$$U_c \approx B_1 (\alpha_1^2 e_{xx} + \alpha_2^2 e_{yy} + \alpha_3^2 e_{zz}) + B_2 (\alpha_1 \alpha_2 e_{xy} + \alpha_2 \alpha_3 e_{yz} + \alpha_3 \alpha_1 e_{zx}),$$

вид которого естественно следует из зависимости энергии магнитной анизотропии U_K от деформаций. Здесь величины B_1 и B_2 называются *константами магнитоупругой связи*.

Показать, что полная энергия имеет минимум при следующих значениях компонент тензора деформаций:

$$e_{ii} = \frac{B_1 [C_{12} - \alpha_i^2 (C_{11} + 2C_{12})]}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}, \quad e_{ij} = -\frac{B_2 \alpha_i \alpha_j}{C_{44}} \quad (i \neq j).$$

Этот результат лежит в основе объяснения причин магнетострикции — явления изменения длины ферромагнитного образца при изменении его намагниченности.

Магнитоупругие эффекты более высокого порядка рассмотрены в работе Истмена [43] и в работах, которые там цитируются.

16.5. Коэрцитивная сила малых частиц. Рассмотрим имеющую форму сферы малую однодоменную частицу одноосного ферромагнетика. Требуется показать, что величина обратного магнитного поля, необходимая для перемагничивания частицы из исходного состояния с намагниченностью вдоль оси частицы, равна

$$(СГС) \quad B_a = 2K/M_s.$$

Коэрцитивная сила однодоменных частиц, найденная экспериментально, по порядку величины именно такая. В качестве плотности энергии анизотропии следует взять выражение $U_K = K \sin^2 \theta$, для плотности магнитной энергии — выражение $U_M = -B_a M \cos \theta$ (это есть плотность энергии взаимодействия намагниченности M с внешним полем B_a). Здесь θ — угол между направлениями M и B_a .

Указание: Разложить выражения для энергий в ряд по малым углам относительно $\theta = \pi$ и определить значение V_a , для которого полная энергия $U_K + U_M$ не имеет минимума вблизи $\theta = \pi$.

16.6. Критический радиус однодоменной частицы. Показать, что магнитная энергия U_M намагниченной до насыщения сферы диаметром d равна $U_M \approx M_s^2 d^3$. Значительно меньшую магнитную энергию имеет структура с междоменной стенкой в экваториальной плоскости. Энергия междоменной стенки равна $\pi \sigma_w d^2/4$, где σ_w — энергия участка стенки единичной площади. Оценить в случае кобальта критический радиус частицы, ниже которого однодоменное состояние частицы является устойчивым. Величину JS^2/a принять для кобальта такой же, как и для железа.

16.7. Намагниченность насыщения вблизи T_c . Показать, что в приближении усредненного поля намагниченность насыщения сразу ниже точки Кюри зависит от температуры преимущественно по закону $(T_c - T)^{1/2}$. Предположить, что спин равен $1/2$. Результат получается таким же, что и для перехода второго рода в сегнетоэлектрическом кристалле (см. гл. 14). Экспериментальные данные для ферромагнетиков (см. табл. 16.1) позволяют считать, что показатель степени близок к 0,33.

16.8. Закон $T^{3/2}$ Блоха. При построении графика теплоемкости, обусловленной фонами (см. рис. 6.15), мы качественно объяснили закон T^3 Дебая. Провести аналогичные рассуждения для закона $T^{3/2}$ Блоха по отношению к намагниченности. Воспользоваться приближенным законом дисперсии для магновов в виде $\omega = Ak^2$.