

Акустическое затухание в металлах

Изучение затухания (поглощения) ультразвуковых фононов в металлах в статических магнитных полях является мощным средством получения информации о поверхности Ферми этих металлов. В равной же мере справедливо и то, что теоретическая формулировка общей задачи о затухании в металлах требует исключительной тщательности и на этом пути возможны коварные ловушки. Важное экспериментальное преимущество ультразвукового метода исследования поверхности Ферми состоит в том, что при данном значении напряженности магнитного поля частота, требуемая для резонанса, значительно меньше частоты циклотронного резонанса, хотя к следующим гармоникам последнего это относится в значительно меньшей степени. Мы не будем особенно углубляться в анализ экспериментальных данных. Хорошей иллюстрацией использования ультразвуковых измерений для определения размеров поверхности Ферми может служить статья Бома и Истерлинга [1] (см. также работы, цитированные в их статье).

Продольные фононы в газе свободных электронов. Рассмотрим сначала затухание продольных фононов в газе свободных электронов в отсутствие статического магнитного поля. При обычном способе расчета вероятностей перехода молчаливо предполагается, что средняя длина свободного пробега электрона Λ во всех случаях велика по сравнению с длиной волны фонона λ . В противном случае электронные состояния уже нельзя трактовать как плоские волны или описывать их блоховскими функциями. В гл. 7, где рассматривалось электрон-фононное взаимодействие, было установлено, что

$$\varepsilon(k_F, \mathbf{x}) = \varepsilon_0(k_F) - \frac{2}{3} \varepsilon_0(k_F) \Delta(\mathbf{x}), \quad (17.1)$$

где Δ — удлинение, а $\varepsilon_0(k_F)$ — энергия Ферми ε_F . Согласно (7.14) член гамильтониана, описывающий возмущение, имеет вид

$$H' = -\frac{2}{3} i\varepsilon_F \sum_{\mathbf{k}\mathbf{q}} \left(\frac{1}{2} \rho\omega_{\mathbf{q}}\right)^{1/2} |\mathbf{q}| (a_{\mathbf{q}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^+ c_{\mathbf{k}} - a_{\mathbf{q}}^+ c_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^+ c_{\mathbf{k}}), \quad (17.2)$$

где ρ — плотность кристалла. Вероятность того, что в единицу времени фотон в состоянии \mathbf{q} будет поглощен при рассеянии на электроне, который при этом перейдет из состояния \mathbf{k} в состояние $\mathbf{k} + \mathbf{q}$, равна

$$\omega_{(-)} = 2\pi |\langle \mathbf{k} + \mathbf{q}; n_{\mathbf{q}} - 1 | \mathbf{H}' | \mathbf{k}; n_{\mathbf{q}} \rangle|^2 \delta(\epsilon_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{q}} - \epsilon_{\mathbf{k} + \mathbf{q}}). \quad (17.3)$$

После усреднения по ансамблю всех электронов в тепловом равновесии получим

$$\omega_{(-)} = \frac{4\pi\epsilon_F^2 q}{9\rho c_s} n_{\mathbf{q}} f_0(\mathbf{k}) [1 - f_0(\mathbf{k} + \mathbf{q})] \delta(\epsilon_{\mathbf{k}} + \omega_{\mathbf{q}} - \epsilon_{\mathbf{k} + \mathbf{q}}), \quad (17.4)$$

где f_0 — функция распределения Ферми, c_s — скорость звука. Аналогично для вероятности испускания фотона можем написать

$$\omega_{(+)} = \frac{4\pi\epsilon_F^2 q}{9\rho c_s} (n_{\mathbf{q}} + 1) f_0(\mathbf{k}) [1 - f_0(\mathbf{k} - \mathbf{q})] \delta(\epsilon_{\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{q}} - \epsilon_{\mathbf{k} - \mathbf{q}}). \quad (17.5)$$

Используя (17.4) и (17.5), получим уравнение

$$\frac{d(n_{\mathbf{q}} - \bar{n}_{\mathbf{q}})}{dt} = -\frac{1}{T_{\mathbf{q}}} (n_{\mathbf{q}} - \bar{n}_{\mathbf{q}}), \quad (17.6)$$

где время релаксации фононов $T_{\mathbf{q}}$, согласно (17.4) и (17.5), определяется выражением

$$\frac{1}{T_{\mathbf{q}}} \approx \frac{16\pi\epsilon_F^2 q}{9\rho c_s} \sum_{\mathbf{k}} f_0(\mathbf{k}) [\mathbf{q} \cdot \nabla_{\mathbf{k}} f_0(\mathbf{k})] \delta\left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{m} - \omega_{\mathbf{q}}\right); \quad (17.7)$$

здесь предполагается, что для спина допускаются две ориентации. Членом порядка q^2 в дельта-функции мы пренебрегли, поскольку $(q/m) \ll c_s$. Сумму по \mathbf{k} можно переписать в интегральной форме

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{k}} &= (2\pi)^{-3} \int dk 2\pi k^2 \int_0^1 d\mu f_0 \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \frac{q k_{\mu}}{m} \delta\left(\frac{q k_{\mu}}{m} - \omega_{\mathbf{q}}\right) = \\ &= -(2\pi)^{-2} m c_s \int dk k f_0 \delta(\epsilon - \epsilon_F) = -\frac{m^2 c_s}{8\pi^2}. \end{aligned} \quad (17.8)$$

Таким образом, для коэффициента $\alpha_{\mathbf{q}}$, характеризующего затухание, имеем

$$\alpha_{\mathbf{q}} \equiv \frac{1}{T_{\mathbf{q}} c_s} = \frac{2}{9\pi} \frac{\epsilon_F^2 m^2}{\rho c_s^2} \omega_{\mathbf{q}} \quad (\Lambda q \gg 1). \quad (17.9)$$

Это — обычный правильный результат для рассматриваемой модели. Здесь Λ — средняя длина свободного пробега электро-

нов проводимости с учетом всех процессов, имеющих отношение к рассматриваемому явлению.

Электроны, ответственные за процессы поглощения энергии, передаваемой фононами, это главным образом те электроны, компонента скорости которых вдоль направления распространения фононов равна скорости фононов. Закон сохранения энергии в этом случае имеет вид

$$\frac{k^2}{2m} + \omega_q = \frac{(k+q)^2}{2m},$$

откуда, пренебрегая, как обычно, членом с q^2 , получим

$$\omega_q = c_s q \approx \frac{1}{m} \mathbf{k} \cdot \mathbf{q} = v_q q,$$

где v_q — компонента скорости электрона в направлении \mathbf{q} .

В другом предельном случае, когда длина свободного пробега мала, т. е. когда $\Lambda q = 2\pi\Lambda/\lambda \ll 1$, задача сводится к расчету затухания фононов, обусловленного вязкостью электронного газа. Из акустики известно (см., например, [2]), что коэффициент поглощения энергии в газе в этом предельном случае

$$\alpha_q = \frac{4}{3} \frac{\eta}{\rho c_s^3} \omega_q^2, \quad (17.10)$$

где коэффициент вязкости газа Ферми η выражается формулой [3]

$$\eta = \frac{2}{5} \tau_c n e_F^2; \quad (17.11)$$

здесь предполагается постоянство времени электронной релаксации. Итак, имеем

$$\alpha_q = \frac{8}{15} \frac{n e_F^2 \tau_c}{\rho c_s^3} \omega_q^2 \quad (\Lambda q \ll 1). \quad (17.12)$$

Этот результат равен по порядку величины произведению (17.9) на Λq . Напомним, что в той же модели электропроводность равна

$$\sigma_0 = \frac{n e^2 \tau_c}{m}, \quad (17.13)$$

и поэтому $\alpha_q \sim \sigma_0$. Пропорциональность $\alpha_q \sim \sigma_0$ подтверждается экспериментально.

Продольные фононы. Трактовка, основанная на уравнении переноса. Уравнение Больцмана позволяет с единой точки зрения рассмотреть поставленную выше задачу для произвольных значений Λq . В отсутствие магнитных полей в приближении,

в котором допускается существование только одного времени релаксации, уравнение переноса имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{e\mathbf{E}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{f - \bar{f}_0}{\tau}. \quad (17.14)$$

Предположим, что рассеяние электронов происходит на примесях; тогда представляется целесообразным считать \bar{f}_0 функцией равновесного распределения электронов в *локальной* системе координат, перемещающейся вместе с локальной решеткой. Это существенное обстоятельство было детально рассмотрено Холстейном [4].

Если $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ — скорость локальной решетки, то

$$\bar{f}_0(\mathbf{x}; \mathbf{v}; t) = f_0(\mathbf{v} - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t); \epsilon_F(\mathbf{x}, t)); \quad (17.15)$$

энергия Ферми, оказывается измененной фононами, поскольку локальная концентрация электронов изменяется за счет растяжений, сопровождающих распространение продольных фононов. Электроны проводимости стремятся экранировать флуктуации плотности положительных ионов; это означает, что электронная плотность будет точно следовать растяжениям решетки. Запишем концентрацию электронов в виде $n = n_0 + n_1(\mathbf{x}, t)$. Тогда

$$\bar{f}_0 \approx f_0(\mathbf{v}, n_0) - \mathbf{u} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} + n_1 \frac{\partial f_0}{\partial n} = f_0 - \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \left(m\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} + \frac{2}{3} \epsilon_F^0 \frac{n_1}{n_0} \right), \quad (17.16)$$

где $\partial f_0 / \partial \epsilon = -\partial f_0 / \partial \epsilon_F$, $\epsilon_F^0 \sim n^{2/3}$. Итак, полагая $f = f_0 + f_1$, получим вместо (17.14)

$$-i\omega f_1 + i\mathbf{q} \cdot \mathbf{v} f_1 + e\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \approx -\frac{f_1}{\tau} - \frac{1}{\tau} \left(m\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} + \frac{2}{3} \epsilon_F^0 \frac{n_1}{n_0} \right) \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon}, \quad (17.17)$$

откуда

$$f_1 = - \left[\frac{\tau e \mathbf{v} \cdot \left[\mathbf{E} + \left(\frac{m\mathbf{u}}{e\tau} \right) \right] + \frac{2}{3} \epsilon_F^0 \left(\frac{n_1}{n_0} \right)}{1 - i\omega\tau + i\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}\tau} \right] \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon}. \quad (17.18)$$

Далее, для плотности электрического тока \mathbf{j}_e имеем

$$\mathbf{j}_e = \frac{2e}{(2\pi)^3} \int d^3k f_1 \mathbf{v} = \sigma \cdot \left(\mathbf{E} + \frac{m\mathbf{u}}{e\tau} \right) + n_1 e c_s \mathbf{R}; \quad (17.19)$$

вектор диффузии \mathbf{R} можно определить из (17.19), учитывая выражение для f_1 в виде (17.18), соотношением

$$\mathbf{R} = -\frac{\epsilon_F}{6\pi^3 n_0 c_s} \int d^3k \frac{\mathbf{v}}{1 - i\omega\tau + i\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}\tau} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon}, \quad (17.20)$$

а для компоненты тензора приводимости получим

$$\sigma_{\mu\nu} = -\frac{e^2 \tau}{4\pi^3} \int d^3k \frac{v_\mu v_\nu}{1 - i\omega\tau + i\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}\tau} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon}. \quad (17.21)$$

Выражение (17.19) представляет собой уравнение сохранения непрерывности среды.

Если $\mathbf{q} \parallel \hat{\mathbf{z}}$, то, полагая $a = q\Lambda / (1 - i\omega\tau)$, можно без труда взять интеграл в (17.21) и мы получим

$$\sigma_{zz} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau} \cdot \frac{3}{a^3} (a - \operatorname{arctg} a), \quad (17.22)$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau} \cdot \frac{3}{2a^3} [(1 + a^2) \operatorname{arctg} a - a]. \quad (17.23)$$

В отсутствие статического магнитного поля недиагональные компоненты равны нулю. В пределе $a \rightarrow 0$ диагональные компоненты стремятся к $\sigma_0 / (1 - i\omega\tau)$. Результат (17.23) обсуждался выше (в гл. 16) в связи с аномальным скин-эффектом. Неисчезающая компонента \mathbf{R} — это z -компонента, равная

$$R_z = -i \frac{4e_F^2}{3\pi^2 n_0 c_s (1 - i\omega\tau)} \frac{1}{a^2} (a - \operatorname{arctg} a), \quad (17.24)$$

и поэтому

$$j_{ez} = \sigma_{zz} \left(E_z + \frac{nu_z}{e\tau} - \frac{iamv_F}{3e\tau} \cdot \frac{n_1}{n_0} \right). \quad (17.25)$$

Электрическое поле \mathbf{E} появляется в результате небольшой декомпенсации локального заряда. Можно написать

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_e - ne\mathbf{u}, \quad (17.26)$$

где \mathbf{j} — полная плотность тока, состоящая из двух частей — плотности электронного тока \mathbf{j}_e и плотности ионного тока $(-e)n\mathbf{u}$. Плотность электронного тока удовлетворяет уравнению непрерывности

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_e = 0; \quad -\omega n_1 e + \mathbf{q} \cdot \mathbf{j}_e = 0. \quad (17.27)$$

Уравнение Максвелла, связывающее j_z и E_z , имеет вид

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho \quad \text{или} \quad \operatorname{div} \dot{\mathbf{E}} = -4\pi \operatorname{div} \mathbf{j}, \quad (17.28)$$

и поэтому

$$\omega E_z = -4\pi i j_z = -4\pi i (j_{ez} - ne u_z). \quad (17.29)$$

Если мы хотим изучать затухание поперечных фононов, нам понадобится уравнение, связывающее j_{\perp} и E_{\perp} . Эту связь можно найти, комбинируя уравнения Максвелла для $\operatorname{rot} \mathbf{E}$ и $\operatorname{rot} \mathbf{H}$ и полагая $\epsilon = \mu = 1$; в результате получим

$$E_{\perp} = -\frac{4\pi i}{\omega} \frac{(c_s/c)^2}{1 - (c_s/c)^2} j_{\perp}, \quad (17.30)$$

где c_s — скорость звука, а c — скорость света.

Мощность, поглощаемая в единице объема, записывается в виде

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{j}_e^* \cdot \mathbf{E} - \frac{n_0 m u^*}{\tau} (\langle \mathbf{v} \rangle - \mathbf{u}) \right\}. \quad (17.31)$$

Первый член в фигурных скобках $\mathbf{j}_e^* \cdot \mathbf{E}$ описывает омические потери электронов. Второй член, как легко видеть, описывает мощность, передаваемую решетке электронами в силу того, что электроны до рассеяния имеют среднюю скорость $\langle \mathbf{v} \rangle$, а сразу после рассеяния — скорость \mathbf{u} . Этот «столкновительный» член весьма существен, главным образом при высоких частотах или при сильных магнитных полях.

Из уравнения непрерывности (17.27) для случая продольных волн имеем

$$n_1 = \frac{q j_{ez}}{\omega e} = \frac{j_{ez}}{c_s e}, \quad (17.32)$$

откуда сразу вытекает (17.25), если опустить индекс z у j , E и u ; действительно,

$$j_e = \frac{\sigma_{zz}}{1 + i \left(\frac{\sigma_{zz}}{\sigma_0} \right) \left(\frac{a v_F}{3 c_s} \right)} \left(E + \frac{m u}{e \tau} \right) \equiv \sigma' \left(E + \frac{m u}{e \tau} \right), \quad (17.33)$$

где смысл σ' ясен из записи. Этот результат должен находиться в согласии с уравнением Максвелла (17.29). Исключая E и используя (17.29) для случаев $\omega \ll \sigma'$ и $\omega \ll \omega_0^2 \tau$, получим

$$j_e = \frac{(4\pi \sigma' n e i / \omega) + (\sigma' m u / e \tau)}{1 + (4\pi i \sigma' / \omega)} \approx n e u. \quad (17.34)$$

В этом предельном случае полный ток j можно приближенно считать исчезающе малым. Величину электрического поля E можно определить, подставляя (17.34) в (17.33); имеем

$$E \approx u \left(\frac{n e}{\sigma'} - \frac{m}{e \tau} \right). \quad (17.35)$$

Если в этом приближении пренебречь «столкновительным» членом, то для величины рассеиваемой мощности (на единицу объема) получим

$$\mathcal{P} \approx \frac{1}{2} u^* u \operatorname{Re} \left\{ \frac{n^2 e^2}{\sigma'} - \frac{n m}{\tau} \right\} = \frac{n m u^* u}{2 \tau} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sigma_0}{\sigma'} - 1 \right\}, \quad (17.36)$$

откуда, используя определение σ' и считая α — вещественной величиной ($\omega \tau \ll 1$), находим

$$\mathcal{P} \approx \frac{n m u^* u}{2 \tau} \left[\frac{a^2 \operatorname{arctg} a}{3(a - \operatorname{arctg} a)} - 1 \right]. \quad (17.37)$$

Коэффициент затухания α равен, по определению, рассеиваемой мощности (на единицу объема), отнесенной к единице потока энергии, т. е.

$$\alpha = \frac{\mathcal{P}}{\frac{1}{2} \rho u^* u c_s}, \quad (17.38)$$

где ρ — обычная плотность. Итак, для продольных волн получим результат Пиппарда для $a \approx \Lambda q$, а именно

$$\alpha = \frac{nm}{\rho c_s \tau} \left(\frac{a^2 \operatorname{arctg} a}{3(a - \operatorname{arctg} a)} - 1 \right). \quad (17.39)$$

Этот результат согласуется с (17.9) в пределе $\Lambda q \gg 1$ и с (17.12) в пределе $\Lambda q \ll 1$.

Затухание поперечных волн. Для поперечных волн локальная скорость решетки \mathbf{u} перпендикулярна к волновому вектору \mathbf{q} фонона. Пусть вектор скорости \mathbf{u} направлен вдоль оси x , а вектор \mathbf{q} — вдоль оси z . Для поперечных волн флуктуации плотности n_1 отсутствуют. Плотность тока вдоль оси x

$$j_e = \sigma_{xx} \left(E + \frac{m\mathbf{u}}{e\tau} \right) \quad (17.40)$$

должна удовлетворять уравнению Максвелла (см. (17.30)) в виде

$$E \approx -\frac{4\pi i}{\omega} \left(\frac{c_s}{c} \right)^2 (j_e - neu). \quad (17.41)$$

Исключив E , получим

$$j_e = \frac{\sigma_{xx} u}{1 + (4\pi i \sigma_{xx} / \omega) (c_s/c)^2} \left(\frac{m}{e\tau} + \frac{4\pi i n e c_s^2}{\omega c^2} \right), \quad (17.42)$$

где член с $m/e\tau$ обычно пренебрежимо мал. Тогда величина $\frac{4\pi i \sigma_{xx} c_s^2}{\omega c^2}$ практически равна $(\lambda/\delta)^2$, где λ — длина акустической волны, а δ — толщина классического скин-слоя. В области частот, ниже микроволновых, обычно $\lambda \gg \delta$, и поэтому

$$j_e \approx neu - i \frac{m\omega u c^2}{4\pi e \tau c_s^2} + i \frac{\omega n e u}{4\pi \sigma_{xx}} \left(\frac{c}{c_s} \right)^2 \quad (17.43)$$

и

$$E \approx \frac{m\mathbf{u}}{e\tau} + \frac{n\mathbf{e}\mathbf{u}}{\sigma_{xx}}, \quad (17.44)$$

откуда

$$\mathcal{P} \approx \frac{nm u^* u}{2\tau} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sigma_0}{\sigma_{xx}} - 1 \right\}. \quad (17.45)$$

Следовательно, из (17.23) в предельном случае $\omega\tau \ll 1$ получим для коэффициента затухания сдвиговых волн

$$\alpha = \frac{nm}{\rho c_s \tau} \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right), \quad (17.46)$$

где

$$\xi = \frac{3}{2a^3} [(1 + a^2) \operatorname{arctg} a - a]. \quad (17.47)$$

Влияние магнитного поля на процессы затухания. Много важных работ по поглощению ультразвука в металлах было посвящено исследованию поверхности Ферми с использованием эффектов периодичности в магнитном поле в условиях, когда можно считать, что $\omega_c \tau \gg 1$ и $\Lambda q \gg 1$. Теория затухания в этом случае может быть построена путем очевидного, но несколько трудоемкого обобщения описанного выше рассмотрения. Тем, кого это интересует, следует обратиться к работе Коэна и др. [5], где взята за основу модель свободных электронов, и работам Пиппарда [6] и В. Гуревича [7], где задача рассмотрена для общего случая поверхности Ферми. Ультразвуковые исследования можно проводить при частотах, относительно низких по сравнению с теми, которые требуются в экспериментах по циклотронному резонансу.

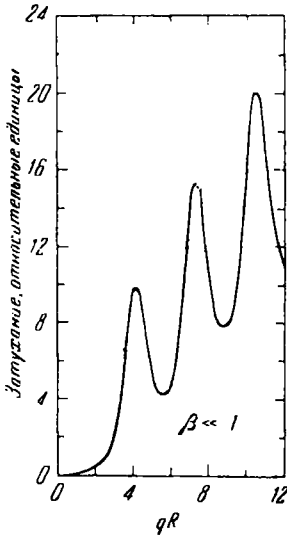


Рис. 17.1. Зависящее от величины поля затухание поперечных волн, распространяющихся перпендикулярно к направлению поля [5].

Толщина классического скин-слоя значительно меньше длины волны, а циклотронная частота значительно больше частоты релаксации.

В большинстве случаев изучались эффекты резонансного поглощения, которые можно называть геометрическими резонансами, так как в этих случаях диаметр циклотронной орбиты является целым кратным полуволны фонов, причем направления \mathbf{H} , \mathbf{q} и \mathbf{u} взаимно перпендикулярны. Геометрические резонансы связаны с сильным взаимодействием отдельных орбит с электрическим полем в металле. Как можно видеть из результатов (17.36) и (17.45), поглощение оказывается обратно пропорциональным эффективной проводимости, поскольку

$$\alpha = \frac{nm}{\rho c_s \tau} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\sigma_0}{\sigma_{\text{эфф}}} - 1 \right\}. \quad (17.48)$$

Вследствие экранирования мы имеем дело скорее с системой с постоянным током, чем с системой с постоянным напряжением.

Есть основания ожидать, что проводимость будет периодической функцией целого числа длин волн фонона, укладывающихся на диаметре циклотронной орбиты (для предельной орбиты). Иначе говоря, условия периодичности имеют вид $2r_c = n\lambda$, или $qr_c = n\lambda$, где $r_c = v_F/\omega_c$, n — целое число. Эти условия можно переписать в виде

$$\frac{2\rho c}{eH} = n\lambda, \quad (17.49)$$

где $\rho \equiv mv_F$. Из рассмотрения теоретической кривой на рис. 17.1 можно видеть, что разности значений qR при максимумах поглощения близки к значениям, кратным π . Результаты расчетов для продольных волн при выполнении условий резонанса типа Азбеля — Канера приведены на рис. 17.2.

Магнетоакустический резонанс в металлах с открытыми орбитами. Отчетливые резонансные свойства металлов с периодическими открытыми орбитами наблюдались в магнитном поле в одном из типов экспериментов по изучению ультразвукового поглощения в металлах ¹⁾. Если магнитное поле перпендикулярно к направлению движения электрона по открытой орбите, то его волновой вектор изменяется согласно уравнению

$$\mathbf{k} = \frac{e}{c} \mathbf{v}_\perp \times \mathbf{H}, \quad (17.50)$$

где вектор $\mathbf{v}_\perp = \text{grad}_{\mathbf{k}} \epsilon(\mathbf{K}, k_H)$ лежит в плоскости открытой орбиты, нормальной к \mathbf{H} . Поглощение фононов, происходящее в этом процессе, можно объяснить, основываясь на соображениях У. Харрисона.

Рассмотрим электрон на открытой орбите, движущийся в кристалле вдоль оси x . Пусть через кристалл в том же

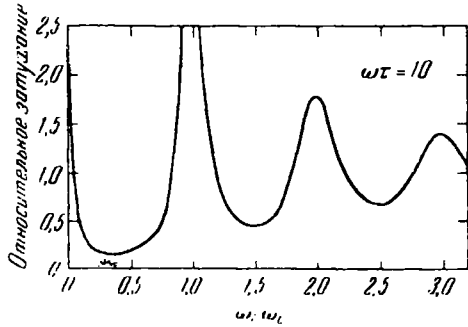


Рис. 17.2. Зависимость отношения затухания продольных волн в данном магнитном поле к затуханию в нулевом поле от отношения частоты фононов ω к циклотронной частоте ω_c [5].

Произведение $\omega\tau$ частоты фононов ω на время релаксации τ принято равным 10.

¹⁾ Теория для этого случая изложена в работе Канера Песчанского и Привороцкого [8]; экспериментальные исследования на кадмии — в работе [9].

направлении x проходит продольный фотон частоты ω с волновым вектором q . Этому фотону будет соответствовать эффективное электрическое поле

$$E_x = E_0 \cos(qx - \omega t). \quad (17.51)$$

Скорость электрона запишем в виде

$$\dot{x} = v_0 + v_1 \cos \Omega t, \quad (17.52)$$

где v_0 — имеет порядок величины фермиевской скорости, а Ω — угловая частота, связанная с движением электрона вдоль вектора обратной решетки в k -пространстве. Итак, при $v_1 \ll v_0$, можно написать

$$\Omega = \frac{2\pi k}{G_c} \approx \frac{2\pi e v_0 H}{c G_c}, \quad (17.53)$$

где G_c — пространственный период незамкнутой орбиты в k -пространстве.

Для скорости электрона, при которой фотон действительно воздействует на него, имеем

$$eE_x \dot{x} = eE_0 \cos(qx - \omega t) (v_0 + v_1 \cos \Omega t). \quad (17.54)$$

В силу (17.52) $x = v_0 t + \frac{v_1}{\Omega} \sin \Omega t$, и поэтому (17.54) запишется в виде

$$eE_x \dot{x} = eE_0 \left[\cos \left\{ (qv_0 - \omega) t + \frac{qv_1}{\Omega} \sin \Omega t \right\} \right] [v_0 + v_1 \cos \Omega t]. \quad (17.55)$$

Раскроем множитель с косинусом:

$$\begin{aligned} \cos \{ \dots \} &\equiv \cos(qv_0 - \omega) t \cos \left[\left(\frac{qv_1}{\Omega} \right) \sin \Omega t \right] - \\ &- \sin(qv_0 - \omega) t \sin \left[\left(\frac{qv_1}{\Omega} \right) \sin \Omega t \right]. \end{aligned} \quad (17.56)$$

Если $(qv_1/\Omega) \ll 1$, то (17.56) можно разложить в ряд по степеням этой величины.

В нулевом приближении получим из (17.55)

$$(eE_x \dot{x})_0 = eE_0 v_0 \cos(qv_0 - \omega) t; \quad (17.57)$$

эта величина при усреднении дает нуль, если не имеет места равенство $qv_0 = \omega$, служащее условием независимости от магнитного поля. В первом приближении имеем

$$\begin{aligned} (eE_x \dot{x})_1 &= eE_0 (qv_1/\Omega) [-v_0 \sin(qv_0 - \omega) t \sin \Omega t + \\ &+ (\Omega/q) \cos(qv_0 - \omega) t \cos \Omega t]. \end{aligned} \quad (17.58)$$

При усреднении по времени эта величина не равна нулю только при выполнении условия $qv_0 - \omega = \Omega$, или $q(v_0 - v_s) = \Omega$, где

v_s — скорость распространения фононов. Поскольку $v_s \ll v_0$, то, используя (17.53), можно получить условие резонанса в виде

$$qv_0 \approx \Omega = \frac{2\pi e v_0 H}{cG_c}, \quad (17.59)$$

или для акустической длины волны λ_q

$$\lambda_q = \frac{cG_c}{eH}. \quad (17.60)$$

Это соотношение прекрасно подтверждается экспериментальными данными, полученными в опытах с кадмием [9]. Отметим, что в соотношении (17.60) входит e , а не e/m^* ; резонанс в упомянутых экспериментах был весьма острым, и поэтому такие эксперименты дают хороший метод для исследования вопроса о том, приводит ли электрон-электронное взаимодействие к возникновению эффективного заряда носителей e^* , несколько отличающегося от заряда электрона e . В работах Кона [10] и Латтинжера [11] высказаны теоретические соображения невозможности $e^* \neq e$.

Усиление фононных волн в результате электрон-фононных взаимодействий¹⁾. Пусть электронная плотность всюду равна дырочной. Тем самым мы пренебрегаем кулоновскими эффектами, сопровождающими образование групп зарядов. Случай, когда разноименные заряды не компенсируются, рассмотрен в работе [13].

Обозначим через $n(x, t)$ отклонение плотности частиц от статического равновесного значения. Если через V обозначить разность констант, характеризующих электронный и дырочный потенциалы деформации, то произведение Ve_{xx} дает сдвиг относительной энергии электронного и дырочного состояний при наличии деформации e_{xx} . Равновесная плотность частиц изменится на величину $Ve_{xx}N_F$, где N_F — плотность состояний на поверхности Ферми. Тогда уравнение переноса при дрейфовой скорости v примет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} + v \frac{\partial n}{\partial x} = - \frac{n(x, t) + N_F V \frac{\partial u}{\partial x}}{\tau_{eh}}, \quad (17.61)$$

где τ_{eh} — время рекомбинации дырок с электронами. Дрейфовая скорость входит в это уравнение, потому что в (17.61) уже проведено интегрирование функции распределения по скоростям. Предположим, что дрейфовая скорость поддерживается за счет

¹⁾ См. работы [12—15]. В пьезоэлектрических кристаллах межсионные взаимодействия значительно сильнее взаимодействия ионов с потенциалом деформации при частотах, используемых в эксперименте.

внешнего источника. Уравнение движения с учетом упругой деформации имеет вид

$$\rho \ddot{u} = c_{\parallel} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + V \frac{\partial n}{\partial x}, \quad (17.62)$$

что сразу же вытекает из выражения для плотности лагранжиана

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 - \frac{1}{2} c_{\parallel} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - V n(x, t) \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (17.63)$$

где последний член в правой части — потенциал деформации в классической его записи.

Решение уравнений (17.61) и (17.62) ищем в виде

$$n, u \sim \exp [i(kx - \omega t)]. \quad (17.64)$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} (-i\omega n + vikn)\tau &= -n - N_F V iku, \\ -\rho\omega^2 u &= -k^2 c_{\parallel} u + ikVn. \end{aligned} \quad (17.65)$$

Отсюда секулярное уравнение запишется в виде

$$\begin{vmatrix} 1 - i\omega\tau + ikv\tau & iN_F V k \\ -ikV & k^2 c_{\parallel} - \rho\omega^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (17.66)$$

Если $kv > \omega$, то амплитуда волн растет, а дрейфовая скорость (если она поддерживается постоянной) поставляет энергию в обе системы. Получается, в сущности, усилитель с бегущей волной для фононов. Условие $kv > \omega$ эквивалентно условию $v > c_s$, где c_s — скорость звука.

Приближенное решение (17.66) для случая $(\omega - kv)\tau \ll 1$ имеет вид

$$k \approx \frac{\omega}{c_s} \left\{ 1 + \frac{N_F V^2}{2c_{\parallel}} [1 + i(\omega - kv)\tau] \right\}. \quad (17.67)$$

ЗАДАЧА

17.1. Продольная скорость звука в кадмии, перпендикулярная гексагональной оси, равна $3,8 \cdot 10^5$ см/сек. При какой акустической частоте возникнет магнетоакустический резонанс на нижней открытой орбите при магнитном поле $H = 1$ кэ.

Литература

1. Bohm H. V., Easterling V. J., Phys. Rev. 128, 1021 (1962).
2. Kittel C., Repts. Progr. Phys. 11, 205 (1948).
3. Киттель Ч., Элементарная статистическая физика, ИЛ, 1963.
4. Holstein T., Phys. Rev. 113, 479 (1959).

5. Cohen M. H., Harrison M. J., Harrison W. A., Phys. Rev. **117**, 937 (1960).
6. Pippard A. B., Proc. Roy. Soc. **A257**, 165 (1960).
7. Гуревич В. Л., ЖЭТФ **37**, 71 (1959).
8. Канер Э. А., Песчанский В. Г., Привороцкий И. А., ЖЭТФ **40**, 214 (1961).
9. Gavenda J. V., Deaton B. C., Phys. Rev. Letts **8**, 208 (1962).
10. Kohn W., Phys. Rev. **115**, 1460 (1959).
11. Luttinger J. M., Phys. Rev. **121**, 1251 (1961).
12. Weinreich G., Phys. Rev. **104**, 32 (1956).
13. Weinreich G., Sanders T. M., White H. G., Phys. Rev. **114**, 33 (1959).
14. Hopfield J., Phys. Rev. Letts **8**, 311 (1962).
15. Hutson A. R., Phys. Rev. Letts **7**, 237 (1961).