

или могут оказаться в одной плоскости (например, при проецировании прямой линии, не проходящей через центр проекций, или ломаной и кривой, все точки которых лежат в плоскости, совпадающей с проецирующей).

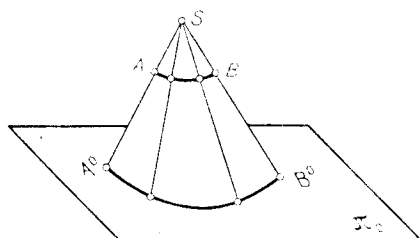


Рис. 3

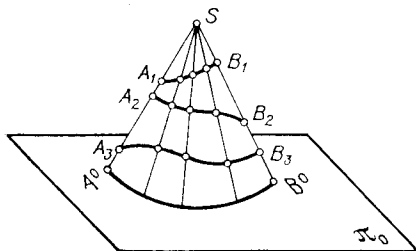


Рис. 4

Очевидно, проекция линии получается в пересечении проецирующей поверхности с плоскостью проекций (рис. 3). Но, как показывает рис. 4, проекция линии не определяет проецируемую линию, так как на проецирующей поверхности можно разместить ряд линий, проецирующихся в одну и ту же линию на плоскости проекций.

От проецирования точки и линии можно перейти к проецированию поверхности и тела.

§ 2. ПРОЕКЦИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ

Рассмотрим теперь способ проецирования, называемый *параллельным*.

Условимся считать все проецирующие прямые параллельными. Для их проведения должно быть указано некоторое направление (см. стрелку на рис. 5). Так построенные проекции называются *параллельными*.

Параллельное проецирование можно рассматривать как частный случай центрального, если принять, что центр проекций бесконечно удален.

Следовательно, *параллельной проекцией точки будем называть точку пересечения проецирующей прямой, проведенной параллельно заданному направлению, с плоскостью проекций*.

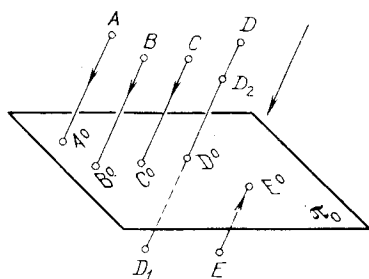


Рис. 5

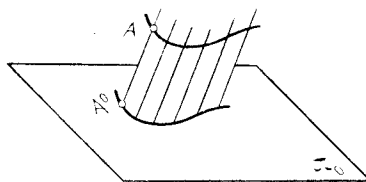


Рис. 6

Чтобы получить параллельную проекцию некоторой линии, можно построить проекции ряда ее точек и провести через эти проекции линию (рис. 6).

При этом проецирующие прямые в своей совокупности образуют цилиндрическую поверхность; поэтому параллельные проекции также называют *цилиндрическими*¹⁾.

¹⁾ Понятие о цилиндрической поверхности см. в стереометрии.

В параллельных проекциях, так же как и в центральных:

- 1) для прямой линии проецирующей поверхностью в общем случае служит плоскость, и поэтому прямая линия вообще проецируется в виде прямой;
- 2) каждая точка и линия в пространстве имеют единственную свою проекцию;
- 3) каждая точка на плоскости проекций может быть проекцией множества точек, если через них проходит общая для них проецирующая прямая (рис. 5: точка D^0 служит проекцией точек D, D_1, D_2);
- 4) каждая линия на плоскости проекций может быть проекцией множества линий, если они расположены в общей для них проецирующей плоскости (рис. 7: отрезок A^0B^0 служит проекцией отрезков AB и A_1B_1 и отрезка A_2B_2 плоской кривой (линии)); для единственного решения необходимы дополнительные условия;
- 5) для построения проекции прямой достаточно спроецировать две ее точки и через полученные проекции этих точек провести прямую линию;

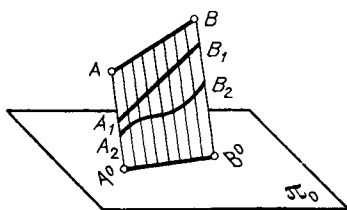


Рис. 7

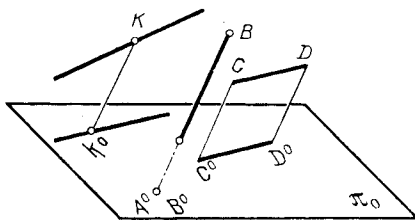


Рис. 8

6) если точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции этой прямой (рис. 8: точка K принадлежит прямой, проекция K^0 принадлежит проекции этой прямой).

Кроме перечисленных свойств для параллельных проекций можно указать еще следующие:

- 7) если прямая параллельна направлению проецирования (прямая AB на рис. 8), то проекцией прямой (и любого ее отрезка) является точка (A^0 , она же B^0);
- 8) отрезок прямой линии, параллельной плоскости проекций, проецируется на эту плоскость в натуральную свою величину (рис. 8: $CD = C^0D^0$, как отрезки параллельных между параллельными).

В дальнейшем будут рассмотрены еще некоторые свойства параллельных проекций, показывающие, какие натуральные соотношения в рассматриваемых предметах сохраняются в проекциях этих предметов.

Применяя приемы параллельного проецирования точки и линии, можно строить параллельные проекции поверхности и тела.

Параллельные проекции делятся на косоугольные и прямоугольные. В первом случае направление проецирования составляет с плоскостью проекций угол, не равный 90° ; во втором случае проецирующие прямые перпендикулярны к пл. пр.

При рассмотрении параллельных проекций следовало бы представить себя удаленным на бесконечно большое расстояние от изображения. На самом же деле предметы и их изображения рассматриваются с конечного расстояния; при этом лучи, идущие в глаз зрителя, образуют поверхность коническую, а не цилиндрическую. Следовательно, более естественное изображение получается (при соблюдении определенных условий) центральным проецированием, а не параллельным. Поэтому, когда требуется, чтобы изображение давало такое же зрительное впечатление, как и самый предмет, применяют перспективные проекции, в основе которых лежит центральное проецирование¹⁾.

¹⁾ Перспективные проекции в программу данного курса не входят. Интересующихся отсылаем к книгам: Глаголев Н. А. Начертательная геометрия. — М.: Гостехиздат, 1953; Добряков А. И. Курс начертательной геометрии. — М.: ГТТИ, 1931.

Но сравнительно большая простота построения и свойства параллельных проекций, обеспечивающие сохранение натуральных размерных соотношений, объясняют широкое применение параллельного проецирования, несмотря на условность, указанную выше.

§ 3. МЕТОД МОНЖА

Сведения и приемы построений, обуславливаемые потребностью в плоских изображениях пространственных форм, накапливались постепенно еще с древних времен. В течение продолжительного периода плоские изображения выполнялись преимущественно как изображения наглядные. С развитием техники первостепенное значение приобрел вопрос о применении метода, обеспечивающего точность и удобоизмеримость изображений, т. е. возможность точно установить место каждой точки изображения относительно других точек или плоскостей и путем простых приемов определить размеры отрезков линий и фигур. Постепенно накопившиеся отдельные правила и приемы построений таких изображений были приведены в систему и развиты в труде французского ученого Монжа, изданном в 1799 г. под названием «Géométrie descriptive».

Гаспар Монж (1746–1818) вошел в историю как крупный французский геометр конца XVIII и начала XIX вв., инженер, общественный и государственный деятель в период революции 1789–1794 гг. и правления Наполеона I, один из основателей знаменитой Политехнической школы в Париже, участник работы по введению метрической системы мер и весов. Будучи одним из министров в революционном правительстве Франции, Монж много сделал для ее защиты от иностранной интервенции и для победы революционных войск. Монж не сразу получил возможность опубликовать свой труд с изложением разработанного им метода. Учитывая большое практическое значение этого метода для выполнения чертежей объектов военного значения и не желая, чтобы метод Монжа стал известен вне границ Франции, ее правительство запретило печатание книги. Лишь в конце XVIII столетия это запрещение было снято. После реставрации Бурбонов Гаспар Монж подвергся гонению, вынужден был скрываться и кончил свою жизнь в нищете. Изложенный Монжем метод – *метод параллельного проецирования (причем берутся прямоугольные проекции на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций)* – обеспечивая выразительность, точность и удобоизмеримость изображений предметов на плоскости, был и остается основным методом составления технических чертежей.

Слово *прямоугольный* часто заменяют словом *ортогональный*, образованным из слов древнегреческого языка, обозначающих «прямой» и «угол». В дальнейшем изложении термин *ортогональные проекции* будет применяться для обозначения системы прямоугольных проекций на взаимно перпендикулярных плоскостях.

В данном курсе преимущественно рассматриваются прямоугольные проекции. В случае применения параллельных косоугольных проекций это будет каждый раз оговариваться.

Начертательная геометрия (н. г.) стала предметом преподавания в нашей стране с 1810 г., когда в только что основанном Институте корпуса инженеров путей сообщения начались занятия наряду с другими дисциплинами учебного плана и по начертательной геометрии. Это было вызвано все возрастающим ее практическим значением.

В Институте корпуса инженеров путей сообщения¹⁾ протекала преподавательская деятельность окончившего этот институт в 1814 г. Якова Александровича Севастьянова (1796–1849), с именем которого связано появление в России первых сочинений по н. г., сначала переводных с французского языка, а затем первого оригинального труда под названием «Основания начертательной геометрии» (1821 г.), в основном посвященного изложению метода ортогональных проекций.

¹⁾ Теперь Ленинградский институт инженеров железнодорожного транспорта им. академика В. Н. Образцова.