

Рис. 58

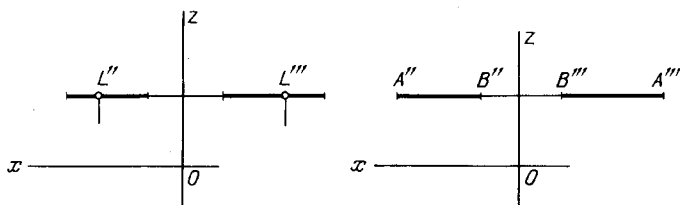


Рис. 59

Обычно строятся проекции отрезков прямой линии с указанием концевых точек отрезка. Если же по каким-либо причинам показывают некоторую неопределенную часть прямой линии, то практически тоже показывают отрезок линии, но не обозначают концевых точек этого отрезка. При этом можно пользоваться обозначением каждой проекции только одной буквой, относя ее к какой-либо точке прямой (рис. 58): «прямая, проходящая через точку А».

Обратим внимание на чертеж слева на рис. 59. Относительно прямой, изображенной на нем, можно сказать лишь то, что она проходит через точку L и параллельна пл. π_1 , но в остальном положение этой прямой не определяется. Определенность была бы внесена горизонтальной проекцией, т. е. проекцией на плоскости, по отношению к которой прямая параллельна.

Если же мы имеем дело с прямой, заданной двумя своими точками (например, с отрезком прямой, заданным своими концами), то можно точно определить положение этой прямой и в том случае, если не задана ее проекция на плоскости, параллельной этой прямой. Так, например, если дан отрезок AB прямой (рис. 59, справа), то мы можем установить не только параллельность этой прямой по отношению к пл. π_1 , но и то, что точка A данной прямой более удалена от пл. π_2 , чем точка B .

§ 12. ТОЧКА НА ПРЯМОЙ. СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

На рис. 60 дан чертеж некоторой прямой общего положения, проходящей через точку A . Если известно, что точка B принадлежит этой прямой и что горизонтальная проекция точки B находится в точке B' , то фронтальная проекция B'' определяется так, как показано на рис. 60.

На рис. 61 показано построение точки на профильной прямой. Положим, что задана проекция C'' этой точки; надо найти ее горизонтальную проекцию. Построение выполнено при помощи профильной проекции $A'''B'''$ отрезка AB , взятого на профильной прямой. Ход построения показан стрелками. Сначала определена проекция C''' , а по ней — искомая проекция C' .

Одним из свойств параллельного проецирования является то, что *отношение отрезков прямой линии равно отношению их проекций* (рис. 62): $\frac{AC}{CB} = \frac{A^0C^0}{C^0B^0}$, так

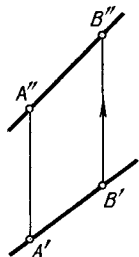


Рис. 60

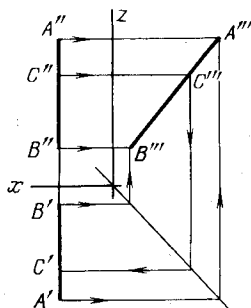


Рис. 61

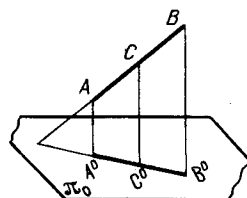


Рис. 62

как прямые AA^0 , CC^0 и BB^0 параллельны между собой. Аналогично, отношение отрезков на проекции прямой линии равно отношению отрезков на этой прямой. Если бы точка делила пополам отрезок прямой, то проекция этой точки также делила бы проекцию отрезка пополам, и наоборот.

Из сказанного следует, что на рис. 61 деление проекций $A''B''$ и $A'B'$ точками C'' и C' соответствует делению в пространстве отрезка AB точкой C в том же отношении. Этим можно воспользоваться для более простого построения точки на профильной прямой. Если (как и на рис. 61) на проекции $A''B''$ (рис. 63) задана проекция C'' , то, очевидно, надо разделить $A'B'$ в том же отношении, в каком точка C'' делит проекцию $A''B''$. Проведя из точки A' некоторую вспомогательную прямую, откладываем на ней $A'I = A''C''$ и $I-2 = C''B''$. Проводим прямую $B'2$ и параллельно ей через точку 1 прямую до пересечения с $A'B'$ в точке C' . Эта точка представляет собой искомую горизонтальную проекцию точки C , принадлежащей отрезку AB .

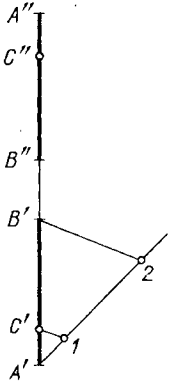


Рис. 63

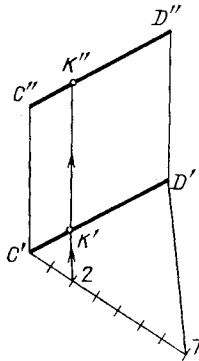


Рис. 64

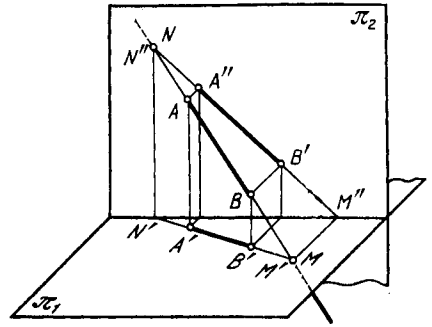


Рис. 65

На рис. 64 дан пример деления отрезка прямой линии в некотором заданном отношении.

Отрезок CD разделен в отношении $2:5$. Из точки C' проведена вспомогательная прямая, на которой отложено семь ($2+5$) отрезков произвольной длины, но равных между собой. Проведя отрезок $D'7$ и параллельно ему через точку 2 прямую, получаем точку K' , причем $C'K':K'D' = 2:5$; затем находим K'' . Точка K делит отрезок CD в отношении $2:5$.

На рис. 65 показаны точки M и N , в которых прямая, заданная отрезком AB , пересекает плоскости проекций. Эти точки называются *следами*: точка M – *горизонтальный след прямой*, точка N – ее *фронтальный след*.

Горизонтальная проекция горизонтального следа (точка M') совпадает с самим следом, а фронтальная проекция этого следа M'' лежит на оси проекций. Фронтальная проекция фронтального следа N'' совпадает с точкой N , а горизонтальная проекция N' лежит на той же оси проекций.

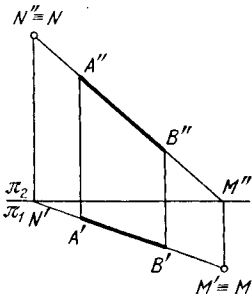


Рис. 66

Следовательно, чтобы найти горизонтальный след, надо (рис. 66) продолжить фронтальную проекцию $A''B''$ до пересечения с осью π_2/π_1 , и через точку M'' (фронтальную проекцию горизонтального следа) провести перпендикуляр к оси π_2/π_1 до пересечения с продолжением горизонтальной проекции $A'B'$. Точка M' – горизонтальная проекция горизонтального следа; она совпадает с самим следом (\equiv знак совпадения).

Для нахождения фронтального следа продолжаем горизонтальную проекцию $A'B'$ до пересечения с π_2/π_1 ; через точку N' (горизонтальную проекцию фронтального

следа) проводим перпендикуляр до пересечения с продолжением фронтальной проекции $A''B''$. Точка N'' — фронтальная проекция фронтального следа; она совпадает с самим следом.

По положению точек M и N можно судить, к каким четвертям пространства отнесена данная прямая. На рис. 65 прямая AB проходит через IV, I и II четверти.

Прямая не имеет следа на плоскости проекций в том случае, когда она параллельна этой плоскости.

На рис. 67 прямая пересекает не только пл. π_1 и π_2 , но и пл. π_3 . Точка P — профильный след прямой, т. е. след на профильной плоскости проекций. Этот след совпадает с его собственной проекцией на пл. π_3 , а фронтальная и горизонтальная проекции его лежат соответственно на осях z и y .

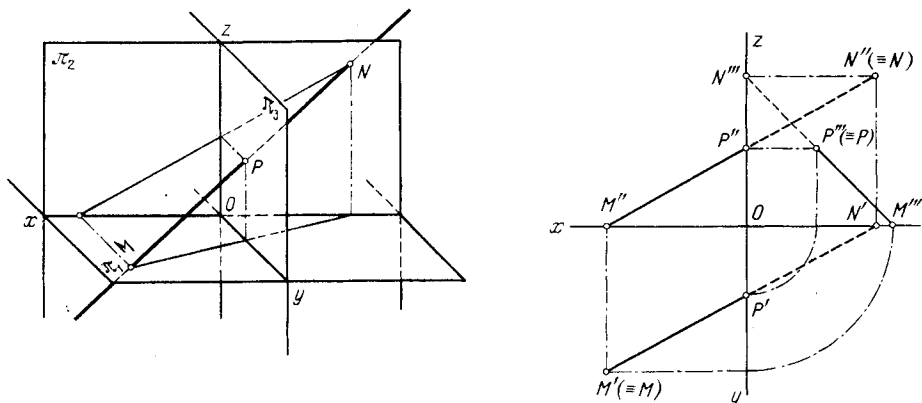


Рис. 67

В данном случае прямая проходит за точкой P через пятый октант и, встречая далее пл. π_2 , уходит в шестой октант; прямая из первого октанта выходит в четвертый октант¹⁾.

Соответствующий чертеж дан на рис. 67 справа. Прямая показана в первом октанте — проекции $M'P'$, $M''P''$ и $M'''P'''$ и в пятом октанте — проекции $P'N'$, $P''N''$ и $P'''N'''$.

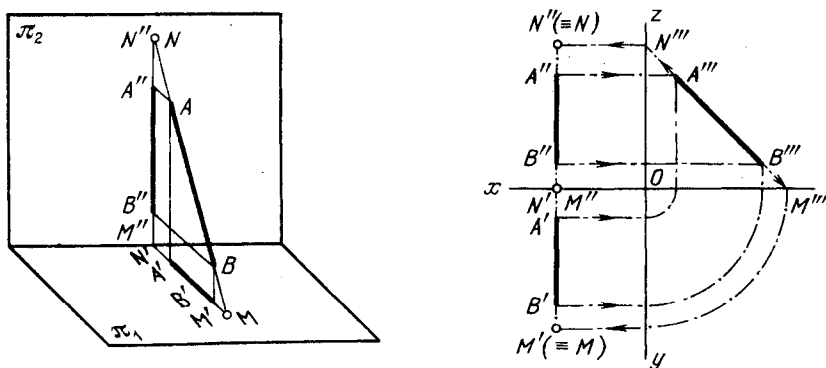


Рис. 68

Если плоскости проекций принять за плоскости координат, то у горизонтального следа прямой координата $z=0$, у фронтального следа $y=0$, у профильного следа $x=0$.

Построение следов профильной прямой (рис. 68) может быть выполнено следующим способом (рис. 68, справа).

¹⁾ Условимся показывать на чертежах сплошными линиями те проекции, которые соответствуют положению отрезка в первой четверти или в первом октанте.

Строим профильную проекцию ($A''B''$), определяем положение профильных проекций горизонтального следа (M'') и фронтального следа (N'') и затем находим положение остальных проекций этих следов (последовательность построения на чертеже показана стрелками).

ВОПРОСЫ К §§ 10–12

1. При каком положении относительно плоскостей проекций прямая называется прямой общего положения?
2. Как доказывается, что чертеж, содержащий две связанные между собой проекции в виде отрезков прямой линии, выражает именно отрезок прямой линии?
3. Как выражается соотношение между проекцией отрезка прямой и самим отрезком?
4. Как расположена прямая в системе π_1, π_2, π_3 , если все три проекции отрезка этой прямой равны между собой?
5. Как построить профильную проекцию отрезка прямой общего положения по данным фронтальной и горизонтальной проекциям?
6. Как выполнить построение по вопросу 5 на чертеже без осей проекций?
7. Какие положения прямой линии в системе π_1, π_2, π_3 считаются «особыми» (иначе – «частными»)?
8. Как располагается фронтальная проекция отрезка прямой линии, если его горизонтальная проекция равна самому отрезку?
9. Как располагается горизонтальная проекция отрезка прямой линии, если его фронтальная проекция равна самому отрезку?
10. Какое свойство параллельного проецирования касается отношения отрезков прямой линии?
11. Как разделить на чертеже отрезок прямой линии в заданном отношении?
12. Что называется следом прямой линии на плоскости проекций?
13. Какая координата равна нулю: а) для фронтального следа прямой, б) для горизонтального следа прямой?
14. Где располагается горизонтальная проекция фронтального следа прямой линии?
15. Где располагается фронтальная проекция горизонтального следа прямой линии?
16. Может ли быть случай, когда прямая линия в системе π_1, π_2, π_3 имеет следы на каждой из этих плоскостей, сливающиеся в одну точку?

§ 13. ПОСТРОЕНИЕ НА ЧЕРТЕЖЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ И УГЛОВ НАКЛОНА ПРЯМОЙ К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ π_1 и π_2

Из рассмотрения левой части рис. 69 можно заключить, что отрезок AB является гипотенузой прямоугольного треугольника $AB1$, в котором один катет равен проекции отрезка ($A1 = A^0B^0$), а другой катет равен разности расстояний концов отрезка от плоскости проекций π_0 .

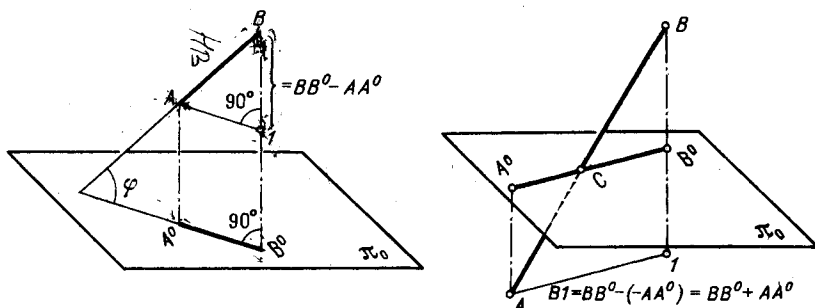


Рис. 69