

Искомый угол определен из прямоугольного треугольника $A'B'B^*$, в котором катет $B'B^* = B'I$. Если принять $B'I$ равным единице, то $A'B' = A''B'' = \sqrt{2}$ и угол $\varphi_1 \approx 35^\circ 15'$. Таковы же углы между этой прямой и плоскостями π_2 и π_3 .

Если применить то, что было сказано в § 8, т. е. дополнить систему π_1, π_2 системой π_4, π_1 , выбрав пл. $\pi_4 \perp \pi_1$ и параллельно заданному на чертеже отрезку прямой линии, то, очевидно, проекция этого отрезка на пл. π_4 выразит его натуральную величину и угол с пл. π_1 .

Положим (рис. 77), требуется определить натуральную величину отрезка AB и угол его с пл. π_1 . В систему π_1, π_2 введена пл. $\pi_4 \perp \pi_1$ так, что $\pi_4 \parallel AB$. Возникла дополнительная система π_4, π_1 . В ней $AB \parallel \pi_4$ (ось $\pi_4/\pi_1 \parallel A'B'$); проекция $A^{IV}B^{IV}$ выражает натуральную величину отрезка AB .

§ 14. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ

Параллельные прямые. К числу свойств параллельного проецирования относится следующее: *проекции двух параллельных прямых параллельны между собой*. Если (рис. 78) прямая AB параллельна прямой CD , то проецирующие плоскости α и β параллельны между собой и при пересечении этих плоскостей с плоскостью проекций π_0 получаются параллельные между собой проекции A^0B^0 и C^0D^0 .

Однако, хотя $A^0B^0 \parallel C^0D^0$ (рис. 78), прямые, для которых A^0B^0 и C^0D^0 являются проекциями, могут быть не параллельны между собой: например, прямая AB не параллельна прямой C_1D_1 .

Из указанного свойства параллельного проецирования следует, что *горизонтальные проекции параллельных прямых параллельны между собой, фронтальные проекции параллельны между собой и профильные проекции параллельны между собой*.

Справедливо ли обратное заключение, т. е. будут ли параллельны две прямые в пространстве, если на чертеже их одноименные проекции попарно параллельны?

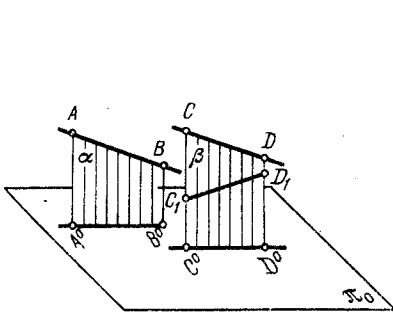


Рис. 78

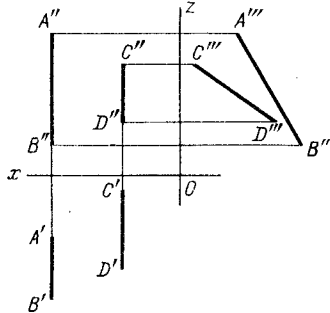


Рис. 79

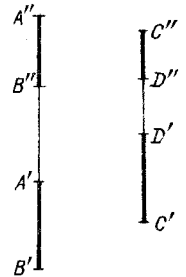


Рис. 80

Да, если даны параллельные между собой проекции на каждой из трех плоскостей проекций π_1, π_2 и π_3 . Но если даны параллельные между собой проекции прямых лишь на двух плоскостях проекций, то этим параллельность прямых в пространстве подтверждается всегда для прямых общего положения и может не подтвердиться для прямых, параллельных одной из плоскостей проекций.

Пример дан на рис. 79. Хотя профильные прямые AB и CD заданы проекциями $A'B', A''B''$ и $C'D', C''D''$, между собой параллельными, но сами прямые не параллельны — это видно из взаимного расположения их профильных проекций, построенных по заданным проекциям.

Итак, *вопрос был решен при помощи проекций прямых на той плоскости проекций, по отношению к которой данные прямые параллельны*.

На рис. 80 показан случай, когда можно установить, что профильные прямые AB и CD не параллельны между собой, не прибегая к построению третьей

проекции: достаточно обратить внимание на чередование буквенных обозначений.

Если через данную точку A требуется провести прямую, параллельную данной прямой LM , то (рис. 81, слева) построение сводится к проведению через точку A'' прямой, параллельной $L''M''$, и через точку A' прямой, параллельной $L'M'$.

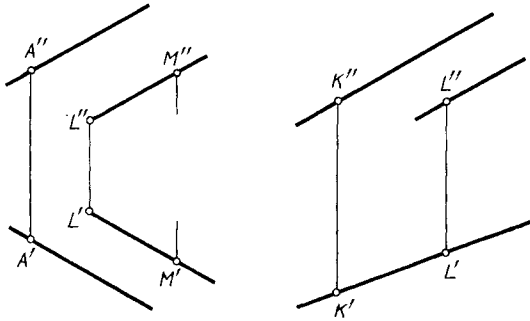


Рис. 81

В случае, изображенном на рис. 81 справа, параллельные прямые расположены в общей для них проецирующей плоскости, перпендикулярной к пл. π_1 . Поэтому горизонтальные проекции этих прямых расположены на одной прямой.

Пересекающиеся прямые. Если прямые линии пересекаются, то их одноименные проекции пересекаются между собой в точке, которая является проекцией точки пересечения этих прямых.

Действительно (рис. 82), если точка K принадлежит обеим прямым AB и CD , то проекция этой точки должна быть точкой пересечения проекций данных прямых.

Заключение о том, что данные на чертеже прямые пересекаются между собой, можно сделать всегда по отношению к *прямым общему положению*, независимо от того, даны ли проекции на трех или двух плоскостях проекций. Необходимым и достаточным условием является лишь то, чтобы точки пересечения одноименных

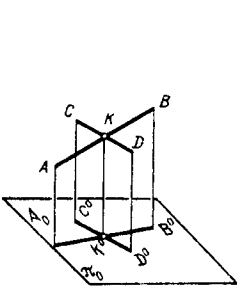


Рис. 82

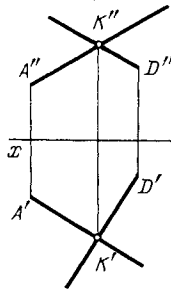


Рис. 83

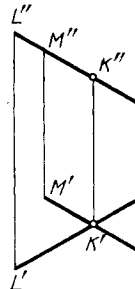


Рис. 84

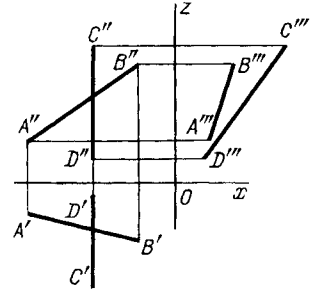


Рис. 85

проекций находились на одном и том же перпендикуляре к соответствующей оси проекций (рис. 83) или, на чертеже без оси проекций (рис. 84), эти точки оказались бы на линии связи установленного для нее направления. Но если одна из данных прямых параллельна какой-либо из плоскостей проекций, а на чертеже не даны проекции на этой плоскости, то нельзя утверждать, что такие прямые пересекаются между собой, хотя бы и было соблюдено указанное выше условие. Например, в случае, данном на рис. 85, прямые AB и CD , из которых прямая CD параллельна пл. π_3 , не пересекаются между собой; это может быть подтверждено построением профильных проекций или применением правила о делении отрезков в данном отношении.

Изображенные на рис. 84 пересекающиеся прямые расположены в общей для них проецирующей плоскости, перпендикулярной к пл. π_2 . Поэтому фронтальные проекции этих прямых расположены на одной прямой.

Скрещивающиеся прямые. Скрещивающиеся прямые линии не пересекаются и не параллельны между собой. На рис. 86 изображены две скрещивающиеся прямые общего положения: хотя одноименные проекции и пересекаются между собой, но точки их пересечения не могут быть соединены линией связи, параллельной линиям связи $L''L'$ и $M''M'$, т. е. эти прямые не пересекаются между собой. Прямые, изображенные на рис. 79, 80 и 85; также скрещивающиеся.

Как надо рассматривать точку пересечения одноименных проекций скрещивающихся прямых? Она представляет собой проекции двух точек, из которых одна

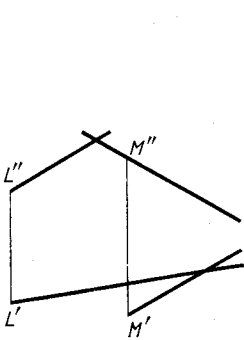


Рис. 86

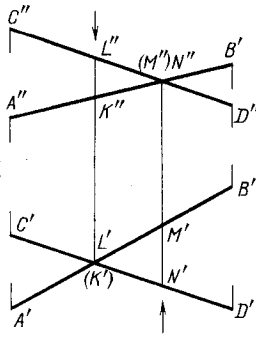


Рис. 87

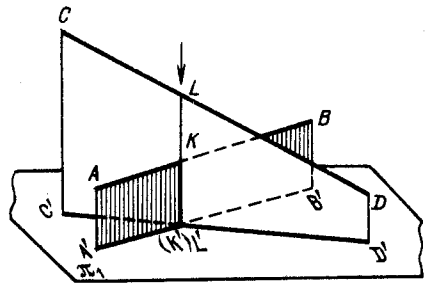


Рис. 88

принадлежит первой, а другая – второй из этих скрещивающихся прямых. Например, на рис. 87 точка с проекциями K'' и K' принадлежит прямой AB , а точка с проекциями L'' и L' принадлежит прямой CD . Эти точки одинаково удалены от пл. π_2 , но расстояния их от пл. π_1 различны: точка с проекциями L'' и L' дальше от π_1 , чем точка с проекциями K'' и K' (рис. 88).

Точки с проекциями M'' , M' и N'' , N' одинаково удалены от пл. π_1 , но расстояния этих точек от пл. π_2 различны.

Точка с проекциями L'' и L' , принадлежащая прямой CD , закрывает собой точку с проекциями K'' и K' прямой AB по отношению к пл. π_1 ; соответствующее направление взгляда показано стрелкой у проекции L'' . По отношению к пл. π_2 точка с проекциями N'' и N' прямой CD закрывает собой точку с проекциями M'' и M' прямой AB ; направление взгляда указано стрелкой вниз, у проекции N' .

Обозначения проекций «закрывать» точек помещены в скобках¹⁾.

§ 15. О ПРОЕКЦИЯХ ПЛОСКИХ УГЛОВ

1. Если плоскость, в которой расположен некоторый угол, перпендикулярна к плоскости проекций, то он проецируется на эту плоскость проекций в виде прямой линии.

2. Если плоскость прямого угла не перпендикулярна к плоскости проекций и хотя бы одна его сторона параллельна этой плоскости, то прямой угол проецируется на нее в виде прямого же угла.

Положим, что сторона CB прямого угла ACB (рис. 89) параллельна плоскости проекций. В таком случае прямая CB параллельна C^0B^0 . Пусть вторая сторона (AC) прямого угла пересекает свою проекцию A^0C^0 в точке K . Проводим в плоскости проекций через точку K прямую параллельно C^0B^0 . Прямая KL также параллель-

¹⁾ Для точек, принадлежащих скрещивающимся прямым и расположенных на одной и той же проецирующей прямой, встречается название «конкурирующие».