треугольником, то на чертеже часть горизонтальной проекции прямой проведена штриховой линией.

На рис. 160 фронтальный след пл. γ является ее фронтальной проекцией. Проекция K'' определяется в пересечении проекции $A''B''$ и следа γ''.

На рис. 161 дан пример построения проекций точки пересечения прямой с горизонтально-проецирующей плоскостью.

Для большей наглядности изображают проекции отрезков прямой линии, пересекающей плоскость, одни – сплошными линиями, другие – штриховыми, руководствуясь при этом следующими соображениями:

1. Условно считают, что данная плоскость непрозрачна и точки и линии, лежащие хотя бы и в первой четверти, расположенные для зрителя за плоскостью, будут *невидимыми*; *видимыми* же будут точки и линии, расположенные по одну сторону плоскости со зрителем, который, как мы будем считать, находится в первом октанте и бесконечно далеко от соответствующей плоскости проекций.

2. Видимые отрезки линий вычерчиваются сплошными линиями, а невидимые – штриховыми.

3. При пересечении прямой с плоскостью часть этой прямой делается для зрителя невидимой; точка пересечения прямой с плоскостью служит границей видимости линии.

4. Вопрос о видимости линии всегда можно свести к вопросу о видимости точек. При этом не только плоскость может закрывать точку, но и точка может закрывать другую точку (см. рис. 87).

5. *Если несколько точек расположены на общей для них проецирующей прямой, то видимой будет только одна из них*:

а) по отношению к пл. π_1 – точка, наиболее удаленная от π_1;

б) по отношению к пл. π_2 – точка, наиболее удаленная от π_2;

в) по отношению к пл. π_3 – точка, наиболее удаленная от π_3.

6. Если чертеж содержит оси проекций, то для определения видимости точек, расположенных на общей для них проецирующей прямой, служат расстояния их соответствующих проекций от оси проекций:

а) относительно пл. π_1 видима точка, фронтальная проекция которой находится дальше от оси x;

б) относительно пл. π_2 видима точка, горизонтальная проекция которой находится дальше от оси x;

в) относительно пл. π_3 видима точка, горизонтальная проекция которой находится дальше от оси y.

Как надо поступать в случае, если чертеж не содержит осей проекций? Рассмотрим рис. 162. Точки *1* и *2* двух скрещивающихся прямых расположены на общей для них проецирующей прямой, перпендикулярной к пл. π_2, а точки *3* и *4* – на проецирующей прямой, перпендикулярной к пл. π_1.

Точка пересечения горизонтальных проекций данных прямых представляет собой слившиеся проекции двух точек, из которых точка *4* принадлежит прямой AB, а точка *3* – прямой CD. Так как $3''3' > 4''4'$, то видима относительно пл. π_1 точка *3*, принадлежащая прямой CD, а точка *4* точкой *3* закрыта.

Так же и точка пересечения фронтальных проекций прямых AB и CD представляет собой слившиеся проекции двух точек *1* и *2*, из которых точка *1* принадлежит прямой AB, а точка *2* – прямой CD. Так как $1'1'' > 2'2''$, то видима относительно пл. π_2 точка *1*, закрывающая собой точку *2*.

Это – общий способ: так можно поступать и на чертежах с осями проекций.

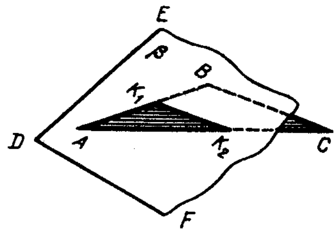

Рис. 163

§ 24. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Прямая линия, получаемая при взаимном пересечении двух плоскостей, вполне определяется двумя точками, из которых каждая принадлежит обеим плоскостям. Так, прямая K_1K_2 (рис. 163), по которой пересекаются между собой плоскость, заданная треугольником ABC, и пл. β, заданная прямыми DE и DF, проходит через точки K_1 и K_2; но в этих точках прямые AB и AC первой плоскости пересекают пл. β, т. е. точки K_1 и K_2 принадлежат обеим плоскостям.

Следовательно, *в общем случае для построения линии пересечения двух плоскостей надо найти какие-либо две точки, каждая из которых принадлежит обеим плоскостям; эти точки определяют линию пересечения плоскостей.*

Для нахождения каждой из таких двух точек обычно приходится выполнять специальные построения. Но если хотя бы одна из пересекающихся плоскостей перпендикулярна к плоскости проекций, то построение проекций линии пересечения упрощается. Начнем с такого случая.

На рис. 164 показано пересечение двух плоскостей, из которых одна (заданная треугольником DEF) расположена перпендикулярно к пл. π_2. Так как треугольник DEF проецируется на пл. π_2 в виде прямой линии ($D''F''$), то фронтальная проекция отрезка прямой, по которому пересекаются оба треугольника, представляет собой отрезок $K_1''K_2''$ на проекции $D''F''$. Дальнейшее построение ясно из чертежа.

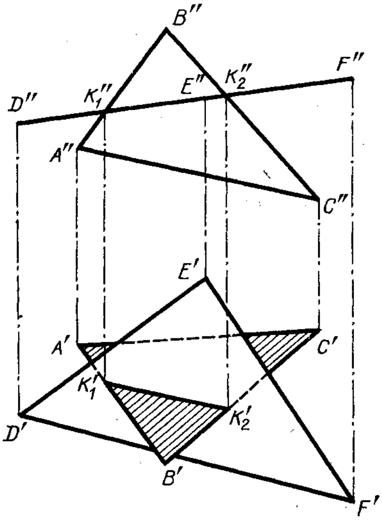

Рис. 164

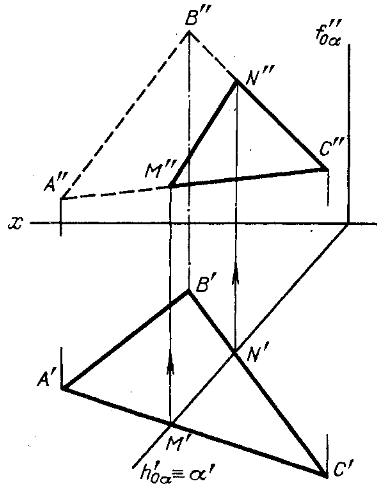

Рис. 165

Другой пример дан на рис. 165. Горизонтально-проецирующая плоскость α пересекает плоскость треугольника ABC. Горизонтальная проекция линии пересечения этих плоскостей – отрезок $M'N'$ – определяется на следе α'.

Теперь рассмотрим *общий случай построения линии пересечения двух плоскостей.* Пусть одна из плоскостей, β, задана двумя пересекающимися прямыми, а другая, γ, – двумя параллельными прямыми. Построение показано на рис. 166. В результате взаимного пересечения плоскостей β и γ получена прямая K_1K_2. Выразим это записью: $\beta \times \gamma = K_1K_2$.

Для определения положения точек K_1 и K_2 возьмем две вспомогательные фронтально-проецирующие плоскости (α_1 и α_2), пересекающие каждую из плоскостей β и γ. При пересечении плоскостей β и γ плоскостью α_1 получаем прямые с проекциями $1''2''$, $1'2'$ и $3''4''$, $3'4'$. Эти прямые, расположенные в пл. α_1, в своем пересечении определяют первую точку, K_1, линии пересечения плоскостей β и γ.

Введя, далее, пл. α_2, получаем в ее пересечении с β и γ прямые с проекциями $5''6''$, $5'6'$ и $7''8''$, $7'8'$. Эти прямые, расположенные в пл. α_2, в своем пересечении определяют вторую точку, K_2, общую для β и γ.

Получив проекции K_1' и K_2', находим на следах α_1'' и α_2'' проекции K_1'' и K_2''. Этим определяются проекции $K_1'K_2'$ и $K_1''K_2''$ искомой прямой пересечения плоскостей β и γ (проекции проведены штрихпунктирной линией).

При построении можно иметь в виду следующее: так как вспомогательные секущие плоскости α_1 и α_2 взаимно параллельны, то, построив проекции $1'2'$ и $3'4'$, следует для проекций $5'6'$ и $7'8'$ взять по одной точке, хотя бы 5 и 8, так как $5'6' \parallel 1'2'$ и $7'8' \parallel 3'4'$.

В рассмотренном построении были взяты в качестве вспомогательных две фронтально-проецирующие плоскости. Конечно, можно было взять и иные плоскости, например две горизонтальные или одну горизонтальную, другую фронтальную и т. д. Сущность построений от этого не меняется. Однако может встретиться такой случай. Положим, что были взяты в качестве вспомогательных две горизонтальные плоскости и полученные при пересечении ими

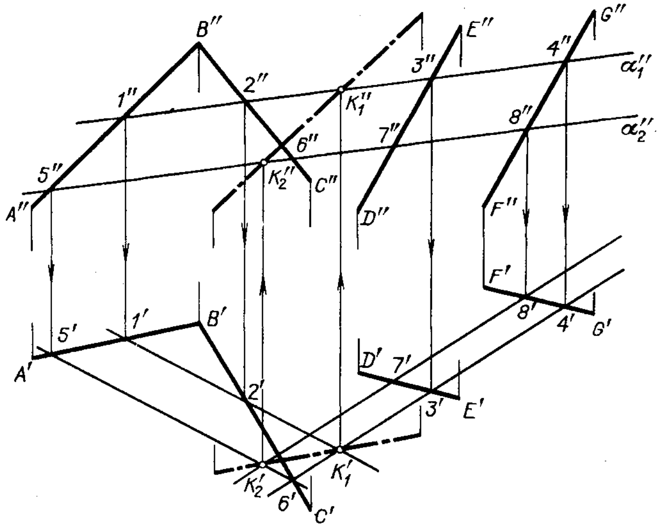

Рис. 166

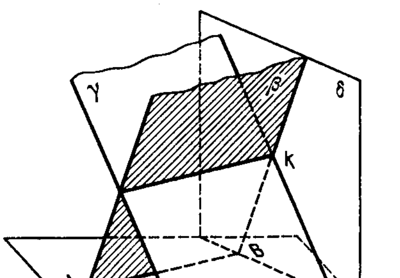

Рис. 167

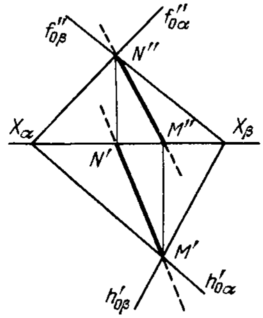

Рис. 168

плоскостей β и γ горизонтали оказались взаимно параллельными. Но рис. 167 показывает, что β и γ пересекаются между собой, хотя их горизонтали параллельны. Следовательно, получив взаимно параллельные горизонтальные проекции горизонталей AB и CD и зная, что плоскости при этом не обязательно параллельны, а могут пересекаться (по общей для них горизонтали), надо испытать плоскости β и γ при помощи хотя бы горизонтально-проецирующей плоскости (см. рис. 167); если прямые, по которым эта вспомогательная плоскость δ пересечет β и γ, также оказались бы параллельны одна другой, то плоскости β и γ не пересекаются, а параллельны одна другой. На рис. 167 эти прямые пересекаются в точке K, через которую и проходит линия пересечения плоскостей β и γ параллельно прямым BA и CD.

Если плоскости заданы их следами на плоскостях проекций, то естественно искать точки, определяющие прямую пересечения плоскостей, в точках пересечения одноименных следов плоскостей (рис. 168): *прямая, проходящая через эти точки, является общей для обеих плоскостей, т. е. их линией пересечения.*

Схему построения линии пересечения двух плоскостей (см. рис. 166) можно, конечно, распространить и на случай задания плоскостей их следами. Здесь роль вспомогательных секущих плоскостей исполняют сами плоскости проекций:

$$\alpha \times \pi_1 = h'_{0\alpha}; \quad \beta \times \pi_1 = h'_{0\beta}; \quad h'_{0\alpha} \times h'_{0\beta} = M;$$

$$\alpha \times \pi_2 = f''_{0\alpha}; \quad \beta \times \pi_2 = f''_{0\beta}; \quad f''_{0\alpha} \times f''_{0\beta} = N.$$

Точки пересечения одноименных следов плоскостей являются следами линии пересечения этих плоскостей. Поэтому для построения проекций линии пересечения плоскостей α и β (рис. 168) надо: 1) найти точку M' в пересечении следов $h'_{0\alpha}$ и $h'_{0\beta}$

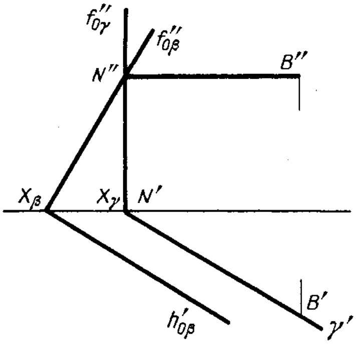

Рис. 169

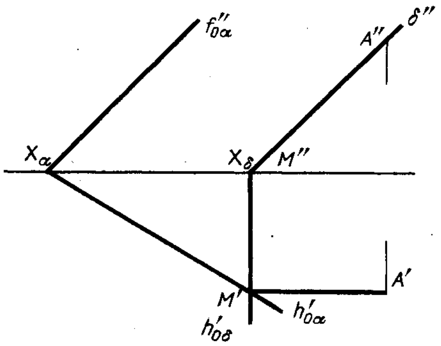

Рис. 170

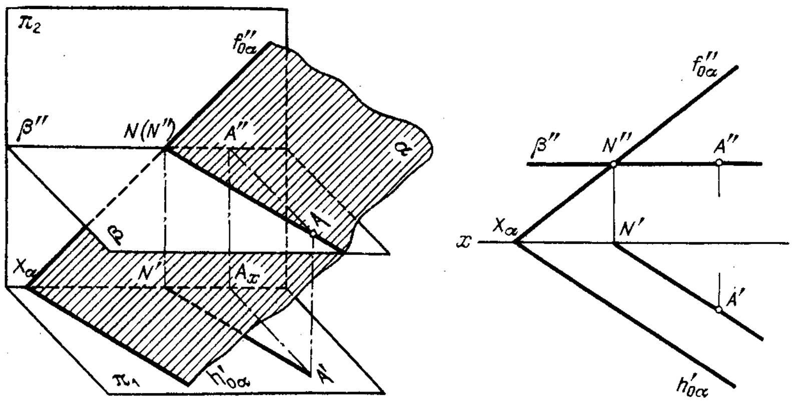

Рис. 171

и точку N'' в пересечении $f''_{0\alpha}$ и $f''_{0\beta}$, а по ним – проекции M'' и N'; 2) провести прямые линии $M''N''$ и $M'N'$.

На рис. 169 – 171 показаны случаи, когда известно направление линии пересечения. Поэтому достаточно иметь лишь одну точку от пересечения следов и далее провести через эту точку прямую, исходя из положения плоскостей и их следов.

ВОПРОСЫ К §§ 22 – 24

1. Какое взаимное положение могут занимать две плоскости?
2. Каков признак параллельности двух плоскостей?
3. Как взаимно располагаются фронтальные следы двух параллельных между собой фронтально-проецирующих плоскостей?

4. Как взаимно располагаются горизонтальные следы двух параллельных между собой горизонтально-проецирующих плоскостей?

5. Как взаимно располагаются одноименные следы двух параллельных между собой плоскостей?

6. Служит ли признаком взаимного пересечения двух плоскостей пересечение хотя бы одной пары их одноименных следов?

7. Как установить взаимное положение прямой и плоскости?

8. Как строится точка пересечения прямой линии с плоскостью, перпендикулярной к одной или к двум плоскостям проекций?

9. Какая точка из числа расположенных на общем перпендикуляре к а) пл. π_1, б) пл. π_2 считается видимой соответственно на π_1, на π_2?

10. Как строится линия пересечения двух плоскостей, из которых хотя бы одна перпендикулярна к пл. π_1 или к пл. π_2?

11. В чем заключается общий способ построения линии пересечения двух плоскостей?

§ 25. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С ПЛОСКОСТЬЮ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

Для построения точки пересечения прямой с плоскостью общего положения надо выполнить следующее (рис. 158):

1) *через данную прямую* (AB) *провести некоторую вспомогательную плоскость* (α),

2) *построить прямую* (MN) *пересечения плоскости данной* (β) *и вспомогательной* (α),

3) *определить положение точки* (K) *пересечения прямых — данной* (AB) *и построенной* (MN).

На рис. 172 показано построение точки пересечения прямой FK с плоскостью общего положения, заданной двумя пересекающимися прямыми AB и CD.

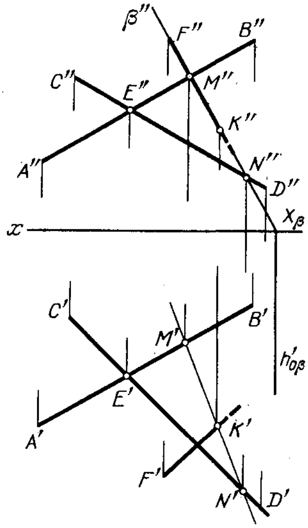

Рис. 172

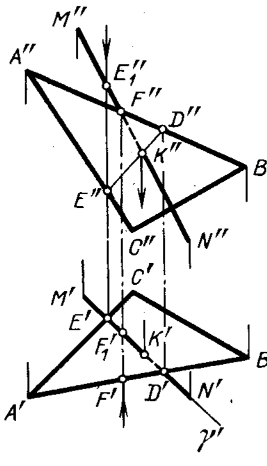

Рис. 173

Через прямую FK проведена вспомогательная фронтально-проецирующая плоскость β. Выбор фронтально-проецирующей плоскости объясняется удобством построения точек пересечения ее фронтального следа с проекциями $A''B''$ и $C''D''$. По точкам M'' и N'' найдены горизонтальные проекции M' и N' и тем самым определена прямая MN, по которой вспомогательная пл. β пересекает данную пл. α. Затем найдена точка K', в которой горизонтальная проекция прямой непосредственно или