при своем продолжении пересекает проекцию $M'N'$. После этого остается найти фронтальную проекцию точки пересечения – точку $K''$.

На рис. 173 показано построение точки пересечения прямой $MN$ с плоскостью, заданной треугольником $ABC$. Ход построения не отличается от рассмотренного на рис. 172. Но вспомогательная (на этот раз горизонтально-проецирующая) плоскость в данном случае указана только одним следом $\gamma'$, проходящим через проекцию $M'N'$. Пл. $\gamma$ пересекает $ABC$ по прямой $DE$. Но можно обойтись и без $\gamma'$: мысленно представляя себе вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость, проходящую через $MN$, выражаем проекциями $E'D'$ и $E''D''$ отрезок $ED$, по которому проведенная через $MN$ горизонтально-проецирующая плоскость пересекает треугольник.

Считая, что в пространстве заданы прямая и непрозрачный треугольник, определим видимые и невидимые части прямой $MN$ относительно плоскостей $\pi_1$ и $\pi_2$.

В точке $E'$ на пл. $\pi_1$ совмещаются горизонтальные проекции двух точек, из которых одна принадлежит прямой $MN$ (фронтальная проекция $E_1''$), а другая – стороне треугольника $AC$ (фронтальная проекция $E''$).

Из расположения фронтальных проекций $E_1''$ и $E''$ следует, что на участке $KM$ прямая находится над треугольником и, следовательно, на горизонтальной проекции отрезок $M'K'$ – весь видимый, а отрезок $K'D'$ – невидимый.

На фронтальной проекции в точке $F''$ совмещаются фронтальные проекции двух точек, из которых одна принадлежит прямой $MN$, а другая – стороне треугольника $AB$. По расположению горизонтальных проекций $F'$ и $F_1'$ заключаем, что прямая $MN$ на участке $MK$ находится за треугольником и, следовательно, на фронтальной проекции отрезок $F''K''$ – невидимый, а отрезок $K''N''$ – видимый.

На рис. 174–176 даны примеры построения точки пересечения прямой с плоскостью общего положения, выраженной следами. В первом примере через прямую $AB$ проведена горизонтально-проецирующая пл. $\beta$, а во втором (рис. 175) – горизонтальная плоскость, что оказалось возможным сделать, так как в этом примере прямая $AB$ – горизонтальная.

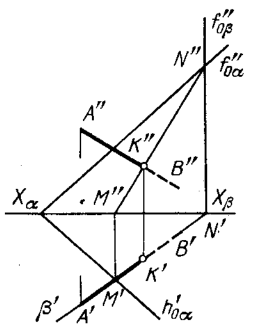


Рис. 174

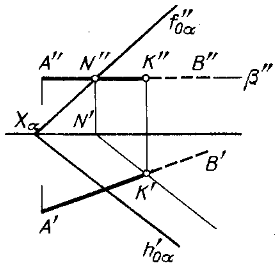


Рис. 175

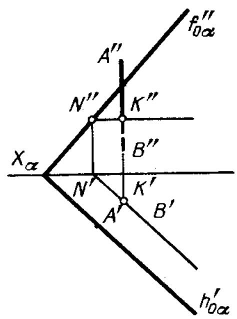


Рис. 176

Изображенная на рис. 176 прямая перпендикулярна к пл. $\pi_1$. Горизонтальные проекции всех точек этой прямой сливаются в одну точку. Следовательно, положение проекции $K'$ искомой точки пересечения прямой $AB$ с пл. $\alpha$ известно. Положение проекции $K''$ определено при помощи горизонтали.

## § 26. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ ПО ТОЧКАМ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ С ПЛОСКОСТЬЮ

В § 24 был изложен общий способ построения линии пересечения двух плоскостей, а именно применение вспомогательных секущих плоскостей (см. рис. 166). Рассмотрим теперь другой способ построения в применении к плоскостям общего положения. *Этот способ заключается в том, что находят точки пересечения двух* *прямых, принадлежащих одной из плоскостей, с другой плоскостью.* Следовательно, надо уметь строить точку пересечения прямой линии с плоскостью общего положения, что изложено в § 25.

На рис. 177 показано пересечение треугольника $ABC$ плоскостью, заданной двумя параллельными прямыми ($DE \parallel FG$). Построение свелось к построению точек $K_1$ и $K_2$, в которых прямые $DE$ и $FG$ пересекают плоскость треугольника, и к проведению через эти точки отрезка прямой линии. Представляя себе, что через $DE$ и $FG$ проведены фронтально-проецирующие плоскости, находим параллельные прямые, по которым эти плоскости пересекают треугольник. Одна из них выражена проекциями $1'2'$ и $1''2''$; для другой показана одна точка $3''$, $3'$, через горизонтальную проекцию которой проведена прямая, параллельно проекции $1'2'$. Определив положение проекций $K_1'$ и $K_2'$, находим проекции $K_1''$ и $K_2''$ и проекции отр. $K_1K_2$.

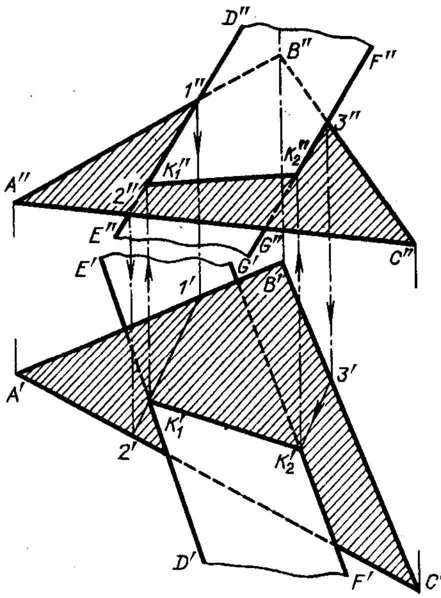

Рис. 177

Конечно, и в рассмотренном случае применим общий способ (см. рис. 166), но пришлось бы провести больше линий, чем это сделано на рис. 177.

На рис. 178 дано построение линии пересечения двух треугольников $ABC$ и $DEF$ с указанием видимых и невидимых участков этих треугольников.

Прямая $K_1K_2$ построена по точкам пересечения сторон $AC$ и $BC$ треугольника $ABC$ с плоскостью треугольника $DEF$. Вспомогательная фронтально-проецирующая плоскость, проведенная через $AC$ (на чертеже эта плоскость особо не обозначена), пересекает треугольник $DEF$ по прямой с проекциями $1''2''$ и $1'2'$; в пересечении проекций $A'C'$ и $1'2'$ получена горизонтальная проекция точки $K_1$ пересечения прямой $AC$ и треугольника $DEF$, затем построена фронтальная проекция $K_1''$. Так же найдена и точка $K_2$.

В примерах на рис. 177 и 178 мы встретились с вопросом о разделении плоских фигур на части, видимые и невидимые для зрителя, так как плоскости считаются

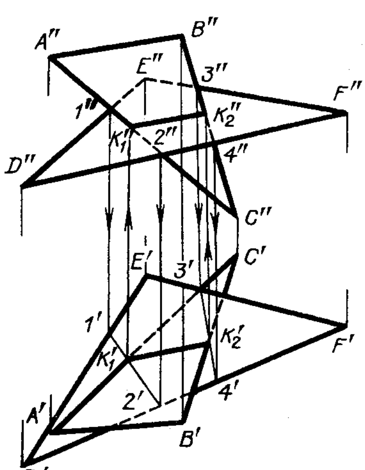

Рис. 178

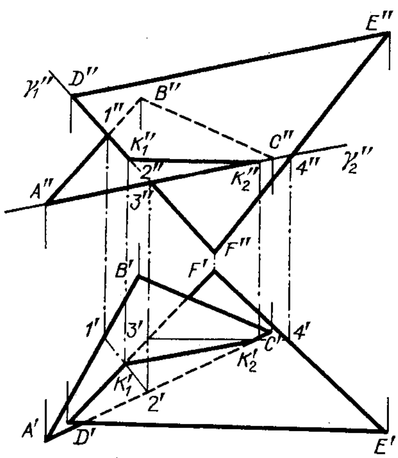

Рис. 179

непрозрачными. На чертежах это показано при помощи штриховки соответствующих частей треугольников $ABC$. Видимость определена на основании таких же рассуждений, какие имели место в примере, рассмотренном на рис. 173.

На рис. 179 приведен еще один пример построения линии пересечения двух треугольников. В данном случае с одинаковым основанием можно считать, что треугольник $ABC$ проходит в прорезь в треугольнике $DEF$ или треугольник $DEF$ проходит в прорезь в треугольнике $ABC$: надо лишь условиться, в каком из треугольников считать эту прорезь по прямой $K_1K_2$. Между тем в случае, приведенном на рис. 178, прорезь только в треугольнике $DEF$ и треугольник $ABC$ проходит через нее.

Самое построение на рис. 179 сводится к нахождению точки $K_1$ и точки $K_2$ при помощи фронтально-проецирующих плоскостей $\gamma_1$ и $\gamma_2$.

Следует еще раз обратить внимание на то, что применение штриховых линий вместо сплошных, например на рис. 159, 161, 164, 165, 173–179, подсказано желанием сделать изображения более наглядными. Если исходить из понятия о проекции как геометрическом образе, то вопрос о «прозрачности» или «непрозрачности», о «видимости» и «невидимости» отпал бы: все надо было бы изображать сплошными линиями. Но для придания чертежам наглядности введены некоторые условности, в том числе штриховые линии.

ВОПРОСЫ К §§ 25–26

1. В чем заключается в общем случае способ построения точки пересечения прямой с плоскостью?

2. Какие действия и в какой последовательности надо выполнить для построения этой точки (см. вопрос 1)?

3. Как определить «видимость» при пересечении прямой с плоскостью?

4. Как можно построить прямую пересечения двух плоскостей, если не применять общего способа, описанного в § 24?

5. Как определить «видимость» в случае взаимного пересечения двух плоскостей?

6. Чем отличаются случаи, рассмотренные на рис. 178 и 179?

## § 27. ПОСТРОЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МЕЖДУ СОБОЙ

Построение *прямой, параллельной заданной плоскости*, основано на следующем положении, известном из геометрии: *прямая параллельна плоскости, если эта прямая параллельна любой прямой в плоскости.*

Через заданную точку в пространстве можно провести бесчисленное множество прямых линий, параллельных заданной плоскости. Для получения единственного решения требуется какое-нибудь дополнительное условие.

Например, через точку $M$ (рис. 180) требуется провести прямую, параллельную плоскости, заданной треугольником $ABC$, и плоскости проекций $\pi_1$ (дополнительное условие).

Очевидно, искомая прямая должна быть параллельна линии пересечения обеих плоскостей, т. е. должна быть параллельна горизонтальному следу плоскости, заданной треугольником $ABC$. Для определения направления этого следа можно воспользоваться горизонталью плоскости, заданной треугольником $ABC$. На рис. 180 проведена горизонталь $DC$ и затем через точку $M$ проведена прямая, параллельная этой горизонтали.

Поставим обратную задачу: *через заданную точку провести плоскость, параллельную заданной прямой линии.* Плоскости, проходящие через некоторую точку $A$ параллельно некоторой прямой $BC$, образуют пучок плоскостей, осью которого является прямая, проходящая через точку $A$ параллельно прямой $BC$. Для получения единственного решения требуется какое-либо дополнительное условие.