$A''F''$ которой проведена перпендикулярно к фронтальной проекции $B''C''$, и горизонтали, горизонтальная проекция которой перпендикулярна к $B'C'$.

Затем найдена точка K, в которой прямая BC пересекает пл. γ. Для этого через прямую BC проведена горизонтально-проецирующая плоскость β (на чертеже она задана только горизонтальным следом β'). Пл. β пересекает пл. γ по прямой с проекциями $1'2'$ и $1''2''$. В пересечении этой прямой с прямой BC получается точка K. Прямая AK является искомым перпендикуляром к BC. Действительно, прямая AK пересекает прямую BC и находится в пл. γ, перпендикулярной к прямой BC; следовательно, $AK \perp BC$.

В § 15 было показано (рис. 92), как можно провести перпендикуляр из точки на прямую. Но там это было выполнено при помощи введения в систему π_1, π_2 дополнительной плоскости и образования, таким образом, системы π_3, π_1, в которой пл. π_3 проводится параллельно заданной прямой. Рекомендуем сравнить построения, данные на рис. 92 и 191.

На рис. 192 изображены плоскость общего положения α, проходящая через точку A, и перпендикуляр AM к этой плоскости, продолженный до пересечения с пл. π_1 в точке B'.

Угол φ_1 между пл. α и пл. π_1 и угол φ между прямой AM и пл. π_1 являются острыми углами прямоугольного треугольника $B'AM'$, и, следовательно, $\varphi_1 + \varphi = 90°$. Аналогично, если пл. α составляет с пл. π_2 угол σ_2, а прямая AM, перпендикулярная к α, составляет с пл. π_2 угол σ, то $\sigma_2 + \sigma = 90°$. Из этого, прежде всего, следует, что плоскость общего положения, которая должна составлять с пл. π_1 угол φ_1, а с пл. π_2 угол σ_2, может быть построена, лишь если $180° > \varphi_1 + \sigma_2 > 90°$.

Действительно, складывая почленно $\varphi_1 + \varphi = 90°$ и $\sigma_2 + \sigma = 90°$, получим $\varphi_1 + \sigma_2 + \varphi + \sigma = 180°$, т. е. $\varphi_1 + \sigma_2 < 180°$, а так как $\varphi + \sigma < 90°$ (см. с. 33), то $\varphi_1 + \sigma_2 > 90°$. Если взять $\varphi_1 + \sigma_2 = 90°$, то получится профильно-проецирующая плоскость, а если взять $\varphi_1 + \sigma_2 = 180°$, то получится профильная плоскость, т. е. в обоих этих случаях плоскость не общего положения, а частного.

§ 30. ПОСТРОЕНИЕ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

Построение плоскости β, перпендикулярной к плоскости α, может быть произведено двумя путями: 1) пл. β проводится через прямую, перпендикулярную к пл. α; 2) пл. β проводится перпендикулярно к прямой, лежащей в пл. α или параллельной этой плоскости. Для получения единственного решения требуются дополнительные условия.

На рис. 193 показано построение плоскости, перпендикулярной к плоскости, заданной треугольником CDE. Дополнительным условием здесь служит то, что искомая плоскость должна проходить через прямую AB. Следовательно, искомая плоскость определяется прямой AB и перпендикуляром к плоскости треугольника. Для проведения этого перпендикуляра к пл. CDE в ней взяты фронталь CN и горизонталь CM: если $B''F'' \perp C''N''$ и $B'F' \perp C'M'$, то $BF \perp$ пл. CDE.

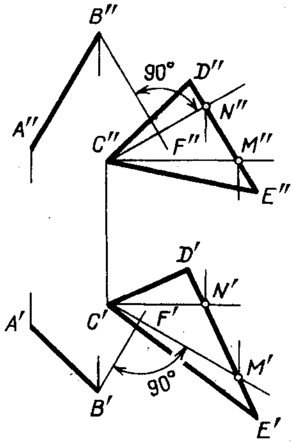

Рис. 193

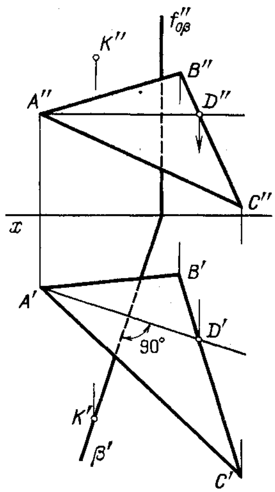

Рис. 194

Образованная пересекающимися прямыми AB и BF плоскость перпендикулярна к пл. CDE, так как проходит через перпендикуляр к этой плоскости. На рис. 194 горизонтально-проецирующая плоскость β проходит через точку K перпендикулярно к плоскости, заданной треугольником ABC. Здесь дополнительным условием являлась перпендикулярность искомой плоскости сразу к двум плоскостям: к пл. ABC и к пл. π_1. Поэтому и ответом служит горизонтально-проецирующая плоскость. А так как она проведена перпендикулярно к горизонтали AD, т. е. к прямой, принадлежащей пл. ABC, то пл. β перпендикулярна к пл. ABC.

Может ли перпендикулярность одноименных следов плоскостей служить признаком перпендикулярности самих плоскостей?

К очевидным случаям, когда это так, относится взаимная перпендикулярность двух горизонтально-проецирующих плоскостей, у которых горизонтальные следы взаимно перпендикулярны. Также это имеет место при взаимной перпендикулярности фронтальных следов фронтально-проецирующих плоскостей; эти плоскости взаимно перпендикулярны.

Рассмотрим (рис. 195) горизонтально-проецирующую плоскость β, перпендикулярную к плоскости общего положения α.

Если пл. β перпендикулярна к пл. π_1 и к пл. α, то $\beta \perp h'_{0\alpha}$, как к линии пересечения пл. α и пл. π_1. Отсюда $h'_{0\alpha} \perp \beta$ и, следовательно, $h'_{0\alpha} \perp \beta'$, как к одной из прямых в пл. β.

Итак, перпендикулярность горизонтальных следов плоскости общего положения и горизонтально-проецирующей соответствует взаимной перпендикулярности этих плоскостей.

Очевидно, перпендикулярность фронтальных следов фронтально-проецирующей плоскости и плоскости общего положения также соответствует взаимной перпендикулярности этих плоскостей.

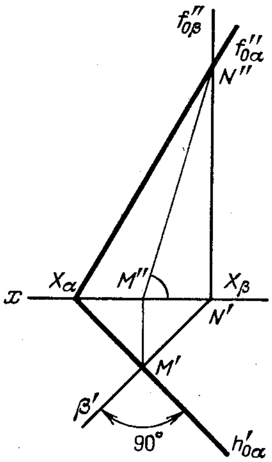

Рис. 195

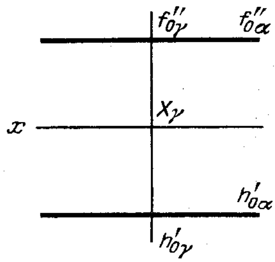

Рис. 196

Но если одноименные следы двух плоскостей общего положения взаимно перпендикулярны, то самые плоскости не перпендикулярны между собой, так как здесь не соблюдается ни одно из условий, изложенных в начале этого параграфа.

В заключение рассмотрим рис. 196. Здесь имеет место случай взаимной перпендикулярности одноименных следов в обеих их парах и перпендикулярности самих плоскостей: обе плоскости особого (частного) положения – профильная γ и профильно-проецирующая α.

§ 31. ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИЙ УГЛА МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ И МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ

Если прямая не перпендикулярна к плоскости, то *углом между прямой и плоскостью называют угол между этой прямой и ее проекцией на данной плоскости.*

Об углах между прямой и плоскостями проекций см. § 13.

На рис. 197 изображена прямая AB, пересекающая пл. π_0 в точке D; угол φ образован отрезком BD данной прямой и проекцией B^0D этого отрезка на пл. π_0.