лась перпендикулярность искомой плоскости сразу к двум плоскостям: к пл. ABC и к пл. π_1. Поэтому и ответом служит горизонтально-проецирующая плоскость. А так как она проведена перпендикулярно к горизонтали AD, т. е. к прямой, принадлежащей пл. ABC, то пл. β перпендикулярна к пл. ABC.

Может ли перпендикулярность одноименных следов плоскостей служить признаком перпендикулярности самих плоскостей?

К очевидным случаям, когда это так, относится взаимная перпендикулярность двух горизонтально-проецирующих плоскостей, у которых горизонтальные следы взаимно перпендикулярны. Также это имеет место при взаимной перпендикулярности фронтальных следов фронтально-проецирующих плоскостей; эти плоскости взаимно перпендикулярны.

Рассмотрим (рис. 195) горизонтально-проецирующую плоскость β, перпендикулярную к плоскости общего положения α.

Если пл. β перпендикулярна к пл. π_1 и к пл. α, то $\beta \perp h'_{0\alpha}$, как к линии пересечения пл. α и пл. π_1. Отсюда $h'_{0\alpha} \perp \beta$ и, следовательно, $h'_{0\alpha} \perp \beta'$, как к одной из прямых в пл. β.

Итак, перпендикулярность горизонтальных следов плоскости общего положения и горизонтально-проецирующей соответствует взаимной перпендикулярности этих плоскостей.

Очевидно, перпендикулярность фронтальных следов фронтально-проецирующей плоскости и плоскости общего положения также соответствует взаимной перпендикулярности этих плоскостей.

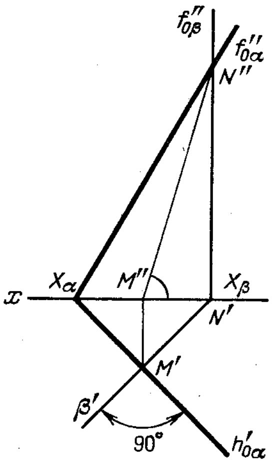

Рис. 195

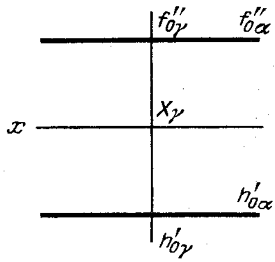

Рис. 196

Но если одноименные следы двух плоскостей общего положения взаимно перпендикулярны, то самые плоскости не перпендикулярны между собой, так как здесь не соблюдается ни одно из условий, изложенных в начале этого параграфа.

В заключение рассмотрим рис. 196. Здесь имеет место случай взаимной перпендикулярности одноименных следов в обеих их парах и перпендикулярности самих плоскостей: обе плоскости особого (частного) положения – профильная γ и профильно-проецирующая α.

§ 31. ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИЙ УГЛА МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ И МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ

Если прямая не перпендикулярна к плоскости, то *углом между прямой и плоскостью называют угол между этой прямой и ее проекцией на данной плоскости.*

Об углах между прямой и плоскостями проекций см. § 13.

На рис. 197 изображена прямая AB, пересекающая пл. π_0 в точке D; угол φ образован отрезком BD данной прямой и проекцией B^0D этого отрезка на пл. π_0.

Построение проекций угла между прямой AB и некоторой пл. α выполнено на рис. 198. Пл. α задана ее горизталью (проекции $P''H''$ и $P'H'$) и фронталью (проекции $P''F''$ и $P'F'$).

Построение выполнено в следующем порядке:

а) найдена точка D пересечения прямой AB с пл. α, для чего через AB проведена горизонтально-проецирующая плоскость β;

б) из точки A проведен перпендикуляр к пл. α;

в) найдена точка E пересечения этого перпендикуляра с пл. α, для чего проведена горизонтально-проецирующая плоскость γ;

г) через точки D'' и E'', D' и E' проведены прямые, чем определяются *проекции прямой AB* на пл. α.

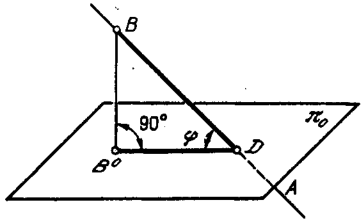

Рис. 197

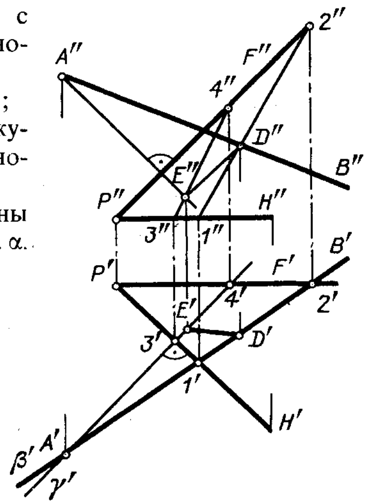

Рис. 198

Угол $A''D''E''$ представляет собой фронтальную проекцию угла между AB и пл. α, а угол $A'D'E'$ – горизонтальную проекцию этого угла.

Построение проекции угла между прямой и плоскостью значительно упрощается, если плоскость не является плоскостью общего положения, так как в подобных случаях точка пересечения заданной прямой с плоскостью определяется без дополнительных построений.

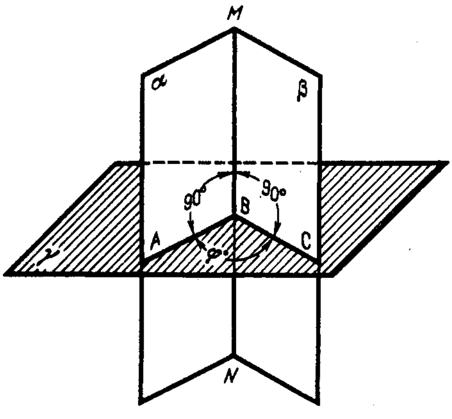

Рис. 199

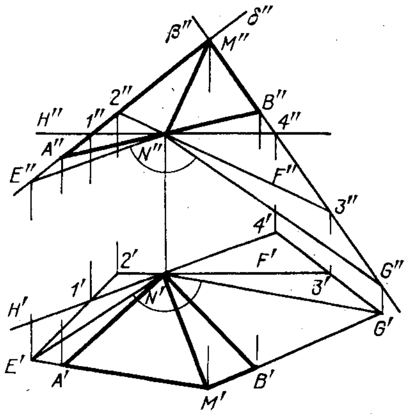

Рис. 200

Две пересекающиеся между собой плоскости образуют четыре двугранных угла. Ограничиваясь рассмотрением угла между α и β, показанного на рис. 199, построим его линейный угол, для чего пересечем ребро MN двугранного угла плоскостью γ, перпендикулярной к MN.

Построение проекций линейного угла выполнено на рис. 200. Пл. α задана треугольником AMN, пл. β – треугольником BMN.

а) Построена пл. $\gamma \perp MN$, проходящая через точку N (пл. γ задана ее фронталью NF и горизонталью NH).

б) Построена линия пересечения плоскостей α и γ (прямая EN); так как пл. γ проведена через точку N пл. α, то надо найти только точку E, для чего взята вспомогательная плоскость δ.

в) Найдена линия пересечения плоскостей β и γ (прямая NG); здесь также надо было найти только точку G (вспомогательная пл. β).

Точка N является вершиной искомого линейного угла, угол $E'N'G'$ представляет собой горизонтальную проекцию этого угла, угол $E''N''G''$ – его фронтальную проекцию.

На рис. 195 построены проекции линейного угла, измеряющего двугранный угол, образуемый пл. α с плоскостью проекций π_1. Так как для получения линейного угла надо провести плоскость, перпендикулярную к ребру двугранного угла, то для получения угла наклона пл. α к пл. π_1 проведена пл. β, перпендикулярная к следу $h'_{0\alpha}$. Аналогично, для получения угла между пл. α и пл. π_2 надо было бы провести плоскость перпендикулярно к следу $f''_{0\alpha}$.

На рис. 195 фронтальной проекцией искомого угла является угол $N''M''N'$, а горизонтальная проекция угла совпадает со следом β'. Величина угла может быть определена построением прямоугольного треугольника по катетам $N''N'$ и $M'N'$.

ВОПРОСЫ К §§ 29–31

1. Как располагаются проекции перпендикуляра к плоскости?

2. Как взаимно располагаются горизонтальные проекции перпендикуляра к плоскости и ее линии ската, проведенной через точку пересечения перпендикуляра с плоскостью?

3. Как провести плоскость, перпендикулярную к данной прямой (через точку на прямой и через точку вне прямой)?

4. Как провести перпендикуляр из точки на прямую общего положения (при помощи плоскости, перпендикулярной к прямой, и при помощи введения в систему π_1, π_2 дополнительной плоскости проекций)?

5. Как построить взаимно перпендикулярные плоскости?

6. В каких случаях взаимная перпендикулярность одной пары одноименных следов плоскостей соответствует взаимной перпендикулярности самих плоскостей?

7. В каком случае в системе π_1, π_2 взаимная перпендикулярность плоскостей выражается взаимной перпендикулярностью фронтальных следов? В каком случае в системе π_1, π_2 взаимная перпендикулярность плоскостей выражается взаимной перпендикулярностью горизонтальных следов?

8. Перпендикулярны ли плоскости общего положения одна к другой, если их одноименные следы взаимно перпендикулярны?

9. Что называется углом между прямой и плоскостью и какие действия надо выполнить для построения на чертеже проекций этого угла?

10. Какие действия надо выполнить для построения на чертеже проекций линейного угла для данного двугранного?