

Если представить себе круговой конус с вершиной в точке O и с основанием на рис. 220 в пл. π_1 , а на рис. 221 в пл. π_2 , и касательную к конусу пл. α , то поворот пл. α вокруг оси вращения, совпадающей с осью конуса, представляет собой как бы «обкатку» конуса касательной к нему плоскостью.

ВОПРОСЫ К §§ 34—35

1. В чем заключается способ вращения?
2. Что такое плоскость вращения точки и как она располагается по отношению к оси вращения?
3. Что такое центр вращения точки при повороте ее вокруг некоторой оси?
4. Что такое радиус вращения точки?

Последующие вопросы относятся к вращению вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций.

5. Как перемещаются проекции точки?
6. Какая из проекций отрезка прямой линии не изменяет своей величины?
7. Как осуществляется поворот плоскости: а) не выраженной следами, б) выраженной следами?
8. В каком случае не изменяется при вращении наклон прямой линии по отношению: а) к пл. π_1 , б) к пл. π_2 ?
9. Такой же вопрос относительно плоскости π_3 .
10. Можно ли путем поворота определить длину отрезка прямой линии и угол ее наклона к пл. π_1 и к пл. π_2 ?
11. Можно ли путем поворота плоскости определить угол ее наклона к пл. π_1 и к пл. π_2 ?
12. Какое выгодное положение можно придать оси вращения при повороте: 1) отрезка прямой, 2) плоскости, выраженной следами?

§ 36. ПРИМЕНЕНИЕ СПОСОБА ВРАЩЕНИЯ БЕЗ УКАЗАНИЯ НА ЧЕРТЕЖЕ ОСЕЙ ВРАЩЕНИЯ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ К ПЛОСКОСТИ π_1 ИЛИ π_2

Раньше (см. § 35) мы видели, что если вращать отрезок прямой линии или плоскую фигуру вокруг оси, перпендикулярной к плоскости проекций, то проекция на эту плоскость не изменяется ни по виду, ни по величине — меняется лишь положение этой проекции относительно оси проекций. Что же касается другой проекции — на плоскости, параллельной оси вращения, то все точки этой проекции (за исключением, конечно, проекций точек, расположенных на оси вращения) перемещаются по прямым, параллельным оси проекций, и проекция вообще изменяется по форме и по величине. Пользуясь этими свойствами, можно применить способ вращения, не задаваясь изображением оси вращения и не устанавливая величины радиуса вращения; достаточно лишь, не изменяя вида и величины одной из проекций рассматриваемой фигуры, переместить эту проекцию в требуемое положение, а затем построить другую проекцию так, как указано выше.

Например, задавшись целью повернуть отрезок AB прямой общего положения (рис. 222) так, чтобы он оказался перпендикулярным к пл. π_1 , начинаем с поворота вокруг оси, перпендикулярной к пл. π_1 , до положения, параллельного пл. π_2 , но эту ось на чертеже не указываем. Так как при таком повороте горизонтальная проекция отрезка не изменяет своей величины, то проекцию $A'B'$ берем равной $A'B'$ и располагаем параллельно оси x , что соответствует параллельности самого отрезка пл. π_2 .

Найдя соответствующую фронтальную проекцию отрезка ($\overline{A''B''}$), выполняем второй поворот, теперь вокруг оси, перпендикулярной к пл. π_2 , до искомого положения — перпендикулярности AB к пл. π_1 . И эту ось на чертеже не изображаем. Располагаем проекцию $\overline{A''B''}$, равную $\overline{A''B''}$, перпендикулярно к оси x . Горизонтальная проекция отрезка выражается точкой с двойным обозначением — $\overline{A'B'}$.

Итак, выполненные операции соответствуют поворотам вокруг осей, перпендикулярных к плоскостям проекций, но оси эти не указаны. Конечно, их можно найти.

Например, если провести прямые — одну через точки A' и \bar{A}' , другую через B' и \bar{B}' , затем провести перпендикуляры в серединах отрезков $A'A'$ и $B'B'$, то полученная точка пересечения этих перпендикуляров и будет горизонтальной проекцией оси вращения, перпендикулярной к пл. π_1 . Но, как видно, необходимости в этом нет.

На рис. 223 показаны две стадии поворота $\triangle ABC$, расположенного в плоскости общего положения, с целью получения натурального вида этого треугольника. Действительно, он в последнем своем положении параллелен пл. π_1 , и, следовательно, проекция $\bar{A}'\bar{B}'\bar{C}'$ представляет собой натуральный вид треугольника. Но чтобы получить такое положение, надо предварительно повернуть плоскость общего

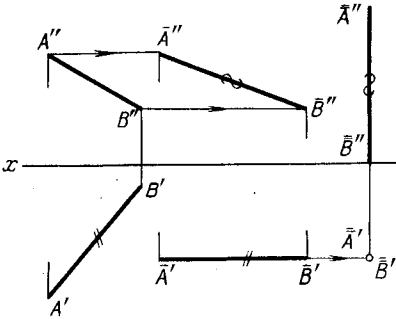


Рис. 222

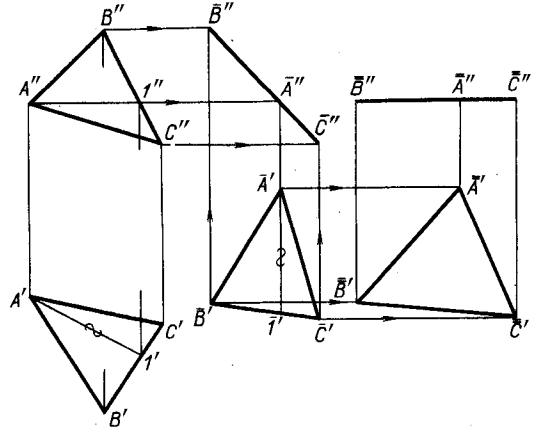


Рис. 223

положения, в которой расположен треугольник, так, чтобы эта плоскость оказалась перпендикулярной к пл. π_2 . А для этого надо взять горизонталь в $\triangle ABC$ и повернуть ее до перпендикулярности к пл. π_2 ; тогда и треугольник, содержащий эту горизонталь, окажется перпендикулярным к пл. π_2 . Так как построение производится без указания осей вращения, то проекцию $A'B'C'$ располагаем произвольно, но так, чтобы горизонталь оказалась перпендикулярной к пл. π_2 ; для этого проекцию горизонтали $A'I'$ направляем параллельно хотя бы линии связи $A''A'$ (чертеж выполнен без оси проекций). При этом повороте подразумевается ось вращения, перпендикулярная к пл. π_1 ; поэтому горизонтальная проекция треугольника сохраняет свой вид и величину ($A'B'C' = A'B'C'$), изменяется лишь ее положение. Так, точки A , B и C при таком повороте перемещаются в плоскостях, параллельных пл. π_1 ; проекции B'' , A'' и C'' находятся на горизонтальных линиях связи $A''A'$, $B''B'$ и $C''C'$.

При втором повороте, приводящем треугольник в параллельное пл. π_1 положение, подразумевается ось вращения, перпендикулярная к пл. π_2 . Теперь фронтальная проекция при повороте сохраняет вид и величину, полученные во второй стадии поворота, точки A , B и C перемещаются в плоскостях, параллельных пл. π_2 , проекции \bar{A}' , \bar{B}' и \bar{C}' находятся на горизонтальных линиях связи с точками A' , B' , C' .

Проекция $\bar{A}'\bar{B}'\bar{C}'$ передает натуральный вид и натуральную величину треугольника ABC .

При таком способе, во-первых, несколько упрощаются построения и, во-вторых, не происходит наложения проекций одной на другую, однако чертеж занимает большую площадь¹⁾.

Еще один пример вращения без изображения осей дан на рис. 224 и 225.

На этих рисунках показаны последовательный поворот куба и выведение его в положение, когда диагональ AB расположится перпендикулярно к пл. π_2 .

¹⁾ Для рассмотренного случая вращения, а именно без изображения осей вращения, встречается название «способ плоскопараллельного перемещения».

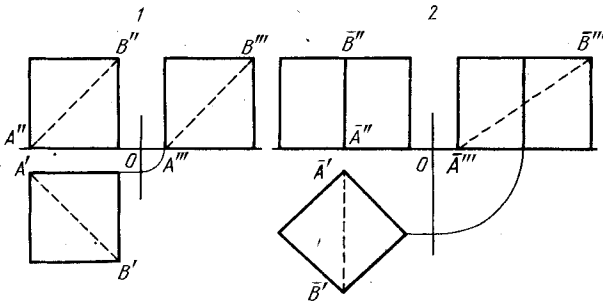


Рис. 224

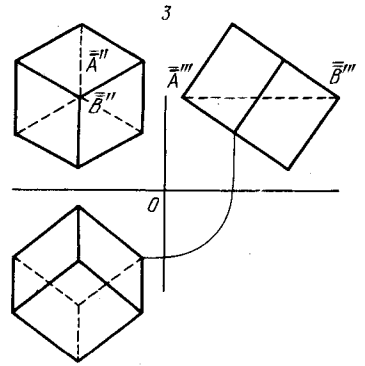


Рис. 225

Сначала вращением вокруг оси, перпендикулярной к пл. π_1 , куб поставлен так, что диагональ AB оказалась в профильной плоскости (рис. 224). Из этого положения куб переведен в третье, при котором диагональ AB оказывается перпендикулярной к пл. π_2 (рис. 225). Это достигнуто поворотом куба вокруг оси, перпендикулярной к пл. π_3 ¹⁾.

§ 37. ВРАЩЕНИЕ ТОЧКИ, ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ, ПЛОСКОСТИ ВОКРУГ ОСИ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ, И ВОКРУГ СЛЕДА ПЛОСКОСТИ

Поворот плоской фигуры вокруг ее горизонтали. Для определения формы и размеров плоской фигуры можно ее повернуть вокруг принадлежащей ей *горизонтальной* так, чтобы в результате вращения фигура расположилась параллельно плоскости π_1 .

Рассмотрим сначала поворот точки (рис. 226). Точка B вращается вокруг некоторой горизонтально расположенной оси ON'' , описывая дугу окружности, лежащую в пл. α . Эта плоскость перпендикулярна к оси вращения и, следовательно, является горизонтально-проецирующей; поэтому горизонтальная проекция окружности, описываемой точкой B , должна находиться на α' .

Если радиус OB займет положение, параллельное пл. π_1 , то проекция $O'B'$ окажется равной OB , т. е. равной натуральной величине радиуса OB .

Теперь рассмотрим рис. 227. На нем показан вращение треугольника ABC . В качестве оси вращения взята горизонталь AD . Точка A , расположенная на оси

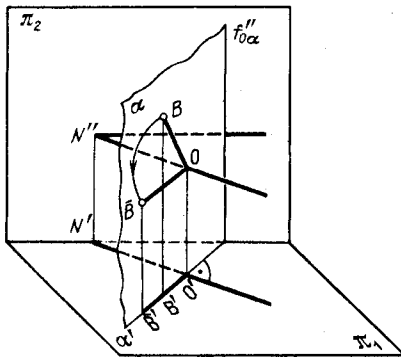


Рис. 226

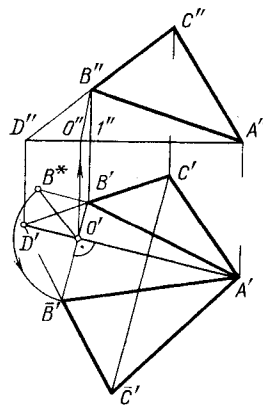


Рис. 227

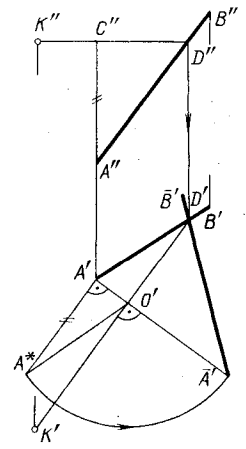


Рис. 228

¹⁾ Получающаяся при этом проекция куба на пл. π_2 (рис. 225) совпадает с изображением куба в прямоугольной изометрической проекции, изучаемой в курсе черчения средней школы.