

няется в США, Англии, Нидерландах, Канаде и некоторых других странах). В этой системе плоскость проекций предполагается расположенной между наблюдателем и предметом. На рис. 272 (слева) призма расположена за фронтальной плоскостью проекций и под горизонтальной; показана также профильная плоскость проекций (т. е. призма расположена в седьмом октанте). Стрелками указаны направления

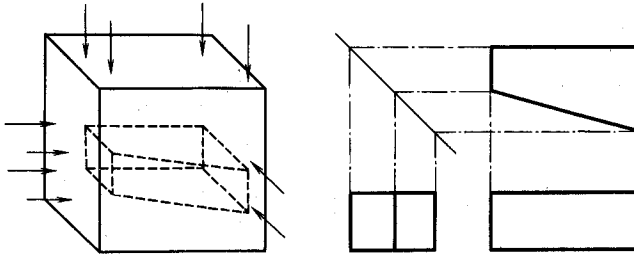


Рис. 272

взгляда наблюдателя; он смотрит на предмет как бы через «стеклянные» плоскости. Полученное расположение видов (в данном случае вида спереди, вида сверху и вида слева) показано на рис. 272 справа: в основе чертежа находится вид спереди (главный вид), как это было и на рис. 271, но вид сверху оказывается над главным видом и вид слева — не справа (см. рис. 268), а слева от главного вида.

Итак, при выполнении технических чертежей применяются две системы, которые с позиций начертательной геометрии могут быть связаны с расположением предмета или в первой четверти пространства, или в третьей. В СССР, как уже было сказано выше, принята первая система — система первого пространственного угла.

§ 42. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРИЗМ И ПИРАМИД ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ

Для построения фигуры, получаемой при пересечении призмы и пирамиды плоскостью, надо или найти точки, в которых ребра призмы или пирамиды пересекают данную плоскость, или найти отрезки прямых, по которым грани призмы или пирамиды пересекаются плоскостью. В первом случае построение сводится к задаче на пересечение прямой с плоскостью, во втором случае — на пересечение плоскостей между собой.

В тех случаях, когда секущая плоскость не параллельна ни одной из плоскостей проекций, фигура сечения проецируется с искажением. Поэтому, если требуется определить натуральный вид фигуры сечения¹⁾, то следует применять один из способов, которые позволяют находить длину отрезка, величину угла и т. д. (см. главу V).

На рис. 273 показано пересечение прямой четырехугольной призмы плоскостью, заданной пересекающимися прямыми EF и EG . Обозначим эту плоскость буквой δ .

При пересечении получается четырехугольник, вершины которого представляют собой точки пересечения ребер призмы с пл. δ . Так как в данном случае призма прямая и основание ее параллельно пл. π_1 , то горизонтальная проекция фигуры сечения определяется сразу, без какого-либо построения: она накладывается на проекцию $A'B'C'D'$. Очевидно, можно найти точки K и L , в которых ребра призмы, проходящие через точки A и D , пересекают пл. δ , при помощи одной пл. α , в кото-

¹⁾ Выражение «натуральный вид сечения» мы будем применять в том случае, когда фигура сечения дается без искажения.

рой находится грань призмы $\alpha \times \delta = 1 - 2$, откуда получаем точки K'' и L'' . Проведем пл. β , получим $\beta \times \delta = 3 - 4$ и точки M' и N' .

Итак, способ построения, который указан на рис. 273, сводится к применению вспомогательных плоскостей α и β , проходящих через соответствующие грани призмы, и построению отрезков KL и MN , по которым эти грани пересекаются пл. δ .

На фронтальной проекции линия пересечения состоит из видимой и невидимой частей; видимая часть линии пересечения расположена на обращенных к зрителю видимых гранях.

На рис. 273 находящаяся под пл. δ нижняя часть призмы представлена как невидимая. Линия пересечения лишь прочерчена на гранях призмы.

Если секущая плоскость перпендикулярна к одной из плоскостей проекций (рис. 274, слева), то проекции фигуры сечения получаются без каких-либо дополнительных построений: фронтальная проекция $K''P''M''N''$ располагается на следе β'' , горизонтальная проекция $K'P'N'M'$ совпадает с проекцией призмы.

На рис. 274 справа показано пересечение призмы пл. α , заданной пересекающимися прямыми AB и BM_2 , из которых BM_2 параллельна ребрам призмы. Следовательно, секущая плоскость в данном случае общего положения, параллельная

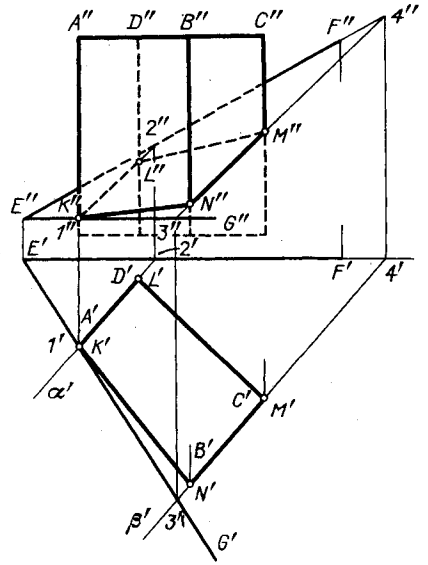


Рис. 273

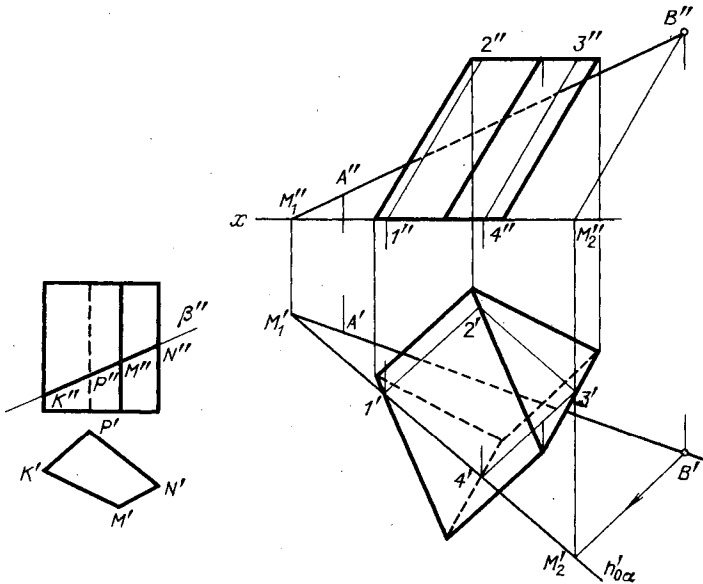


Рис. 274

ребрам призмы. Она пересекает призмы по параллелограмму $1 - 2 - 3 - 4$, стороны $1 - 2$ и $3 - 4$ которого параллельны ребрам призмы. Чтобы провести эти стороны, надо построить след пл. α на плоскости основания призмы и пересечь им это основание по прямой $1 - 4$.

На рис. 275 показано пересечение пирамиды плоскостью общего положения α , выраженной следами. Дело сводится к нахождению точек пересечения ребер SA , SB и SC с пл. α , т. е. к задаче на пересечение прямой с плоскостью (см. § 25). Рассмотрим нахождение точки L , в которой ребро SB пересекает пл. α . Выполняем следующие действия: 1) через SB проводим вспомогательную плоскость, в данном случае горизонтально-проецирующую β ; 2) находим прямую пересечения $1-2$ плоскостей α и β ; 3) находим точку L в пересечении прямых SB и $1-2$.

Далее, так как в данном случае ребро SA расположено параллельно пл. π_2 , проводим через него вспомогательную фронтальную плоскость δ . Она пересекает пл. α

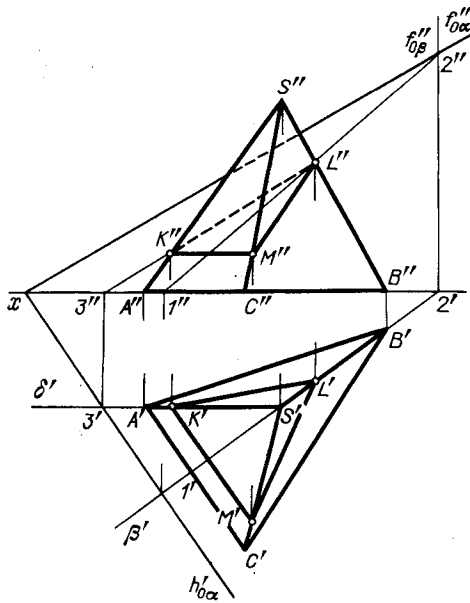


Рис. 275

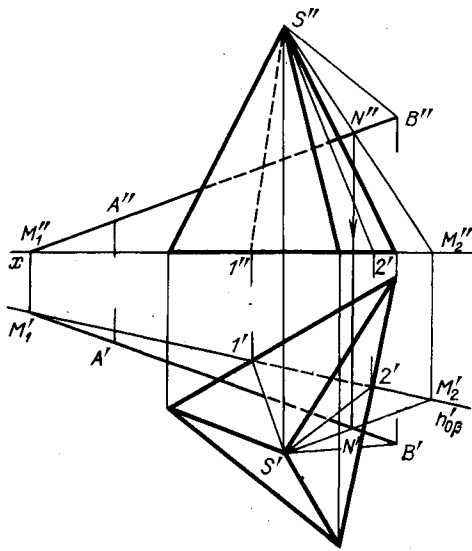


Рис. 276

по ее фронтали с начальной точкой 3; в пересечении этой фронтали с ребром SA получаем точку K .

Теперь обратим внимание на другую особенность в данном примере: проекция $A'C'$ параллельна следу $h'_{0\alpha}$. Это тот случай, когда у двух плоскостей горизонтальные следы взаимно параллельны ($h'_{0\alpha} \parallel A'C'$, но $A'C'$ — часть горизонтального следа плоскости грани SAC) и линия пересечения таких плоскостей является их общей горизонталью. Поэтому мы можем провести через уже найденную точку K прямую, параллельную ребру AC (или $\parallel h'_{0\alpha}$), и так найти точку M .

Если бы не было этих особенностей, то следовало бы поступать аналогично построению точки L .

Чертеж на рис. 275 выполнен согласно условию, что пл. α прозрачна и что основным является нанесение на гранях линий разделения пирамиды на две части.

Пусть (рис. 276) пирамида рассечена пл. α , заданной пересекающимися прямыми AB и SB , причем SB проходит через вершину пирамиды. Следовательно, пл. α рассекает ее по треугольнику, одна из вершин которого находится в точке S . Чтобы найти две другие вершины треугольника — точки 1 и 2 , надо построить след пл. α на плоскости основания пирамиды. Остальное ясно из чертежа.

При пересечении поверхности призмы или пирамиды *прямой линией* получают-ся две точки. Для них встречается название *точки входа* и *выхода*. Чтобы найти эти точки, надо провести через данную прямую вспомогательную плоскость и найти линии ее пересечения с гранями; эти линии на гранях оказываются расположенными-

ми в одной плоскости с данной прямой и в своем пересечении дают точки, в которых данная прямая пересекает поверхность.

Могут быть случаи, когда нет надобности в таких построениях. Пример дан на рис. 277; положение проекций K' и M' очевидно, так как боковые грани призмы перпендикулярны к пл. π_1 . По точкам K' и M' найдены точки K'' и M'' .

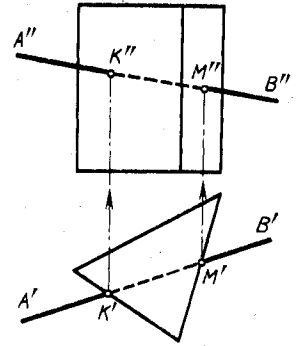


Рис. 277

На рис. 278 показано построение точек пересечения прямой линии с поверхностью пирамиды. Через прямую AB проведена вспомогательная фронтально-проецирующая пл. α . Фронтальная проекция фигуры сечения пирамиды этой плоскостью сливается с фронтальной проекцией плоскости; горизонтальная проекция сечения найдена построением. Точки пересечения горизонтальной проекции прямой AB с горизонтальной проекцией фигуры сечения представляют собой горизонтальные проекции искомых точек; по найденным горизонтальным проекциям (точки K' и M') построены фронтальные проекции (K'' и M'') точек пересечения.

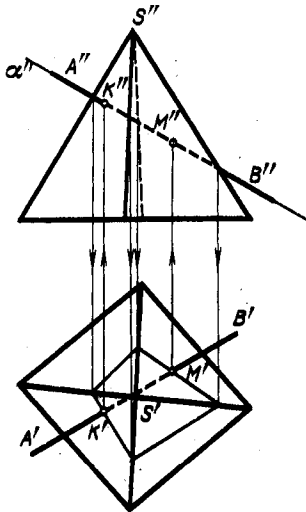


Рис. 278

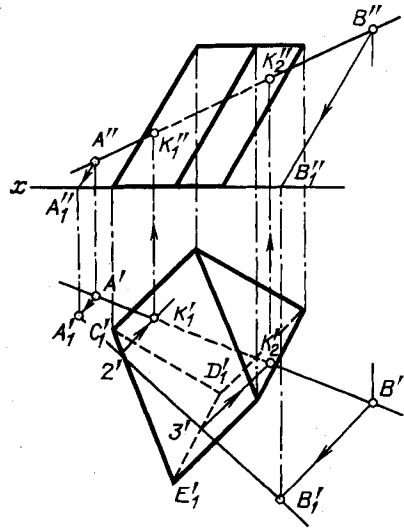


Рис. 279

Построение точек пересечения прямой линии с поверхностью призмы можно представить себе еще следующим образом. Положим, что мы вместо прямоугольного проецирования применим косоугольное¹⁾. Спроецируем призму и прямую AB (рис. 279) на пл. π_1 по направлению, параллельному ребрам данной призмы. Призма спроецируется в треугольник $C_1D_1E_1$, совпадающий с горизонтальной

проекцией нижнего основания призмы, а прямая AB — в прямую A_1B_1 , которая пересечет стороны треугольника $C_1D_1E_1$ в точках 2 и 3. Обратным проецированием мы получим проекции K'_1 и K'_2 , а по ним K''_1 и K''_2 .

¹⁾ См. с. 12.

Итак, мы рассмотрели пересечение призм и пирамид плоскостью и прямой линией. Построения сводятся к решению задач на пересечение плоскостей и прямой с плоскостью, изложенных в §§ 24–26. Эти задачи имеют существенное значение и встречаются в различных случаях. Они же лежат в основе построения линий взаимного пересечения многогранных поверхностей, рассматриваемого в следующем параграфе.

ВОПРОСЫ К §§ 39–42

1. Что называется контуром тела по отношению к плоскости проекций?
2. Чем задается призматическая поверхность?
3. Какие признаки позволяют установить, что на данном чертеже изображена призма (или параллелепипед)?
4. Чем задается поверхность пирамиды?
5. Что понимается под названием «тетраэдр»?
6. При каком условии для изображения пирамиды достаточно двух проекций?
7. Что называется призматомидом?
8. Что называется *видом* на машиностроительных чертежах?
9. В чем различие между *видом* и *проекцией* и при каком условии это различие упраздняется?
10. Какие применяются системы расположения изображений на технических чертежах?
11. Как строится фигура, получаемая при пересечении призмы или пирамиды плоскостью?
12. Как строятся точки пересечения призмы или пирамиды прямой линией (точки входа и выхода)?
13. Можно ли установить общность способов этого построения и построения точки пересечения плоскости прямой линией?
14. Как рассекается призма плоскостью, параллельной боковым ребрам призмы?
15. Как рассекается пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды?
16. Как можно применить косоугольное проецирование для нахождения точек пересечения призмы прямой линией?

§ 43. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ОДНОЙ МНОГОГРАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДРУГОЮ

Построение линии взаимного пересечения многогранных поверхностей можно производить двумя способами, комбинируя их между собой или выбирая из них тот, который в зависимости от условий задания дает более простые построения. Эти способы следующие:

1) Определяют точки, в которых ребра одной из поверхностей пересекают грани другой и ребра второй пересекают грани первой¹⁾. Через найденные точки в определенной последовательности проводят ломаную линию, представляющую собой линию пересечения данных поверхностей. При этом можно соединять прямыми проекции лишь тех точек, полученных в процессе построения, которые лежат в одной и той же грани.

2) Определяют отрезки прямых, по которым грани одной поверхности пересекают грани другой²⁾; эти отрезки являются звеньями ломаной линии, получаемой при пересечении многогранных поверхностей между собой.

¹⁾ Задача на пересечение прямой линии с плоскостью.

²⁾ Задача на пересечение двух плоскостей между собой.