

Итак, мы рассмотрели пересечение призм и пирамид плоскостью и прямой линией. Построения сводятся к решению задач на пересечение плоскостей и прямой с плоскостью, изложенных в §§ 24–26. Эти задачи имеют существенное значение и встречаются в различных случаях. Они же лежат в основе построения линий взаимного пересечения многогранных поверхностей, рассматриваемого в следующем параграфе.

ВОПРОСЫ К §§ 39–42

1. Что называется контуром тела по отношению к плоскости проекций?
2. Чем задается призматическая поверхность?
3. Какие признаки позволяют установить, что на данном чертеже изображена призма (или параллелепипед)?
4. Чем задается поверхность пирамиды?
5. Что понимается под названием «тетраэдр»?
6. При каком условии для изображения пирамиды достаточно двух проекций?
7. Что называется призматомидом?
8. Что называется *видом* на машиностроительных чертежах?
9. В чем различие между *видом* и *проекцией* и при каком условии это различие упраздняется?
10. Какие применяются системы расположения изображений на технических чертежах?
11. Как строится фигура, получаемая при пересечении призмы или пирамиды плоскостью?
12. Как строятся точки пересечения призмы или пирамиды прямой линией (точки входа и выхода)?
13. Можно ли установить общность способов этого построения и построения точки пересечения плоскости прямой линией?
14. Как рассекается призма плоскостью, параллельной боковым ребрам призмы?
15. Как рассекается пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды?
16. Как можно применить косоугольное проецирование для нахождения точек пересечения призмы прямой линией?

§ 43. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ОДНОЙ МНОГОГРАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДРУГОЮ

Построение линии взаимного пересечения многогранных поверхностей можно производить двумя способами, комбинируя их между собой или выбирая из них тот, который в зависимости от условий задания дает более простые построения. Эти способы следующие:

1) Определяют точки, в которых ребра одной из поверхностей пересекают грани другой и ребра второй пересекают грани первой¹⁾. Через найденные точки в определенной последовательности проводят ломаную линию, представляющую собой линию пересечения данных поверхностей. При этом можно соединять прямыми проекции лишь тех точек, полученных в процессе построения, которые лежат в одной и той же грани.

2) Определяют отрезки прямых, по которым грани одной поверхности пересекают грани другой²⁾; эти отрезки являются звеньями ломаной линии, получаемой при пересечении многогранных поверхностей между собой.

¹⁾ Задача на пересечение прямой линии с плоскостью.

²⁾ Задача на пересечение двух плоскостей между собой.

Если проекция ребра одной из поверхностей не пересекает проекции грани другой хотя бы на одной из проекций, то данное ребро не пересекает этой грани. Однако пересечение проекций ребра и грани еще не означает, что эти ребро и грань пересекаются в пространстве.

В некоторых из приводимых ниже примеров применены изложенные выше общие схемы построения точек пересечения, в других — использованы частные особенности для упрощения построений.

Пример, приведенный на рис. 268, можно рассматривать как случай пересечения пирамиды призмой. Точки 2 и 3 получаются при пересечении верхней и нижней граней призмы ребром пирамиды, а прямые, проходящие через точки 5 и 6, получаются как результат пересечения тех же граней призмы с гранью SAC пирамиды.

На рис. 280 показано пересечение поверхности треугольной призмы треугольной пирамидой; пирамида вставлена в соответствующее по форме отверстие в призме.

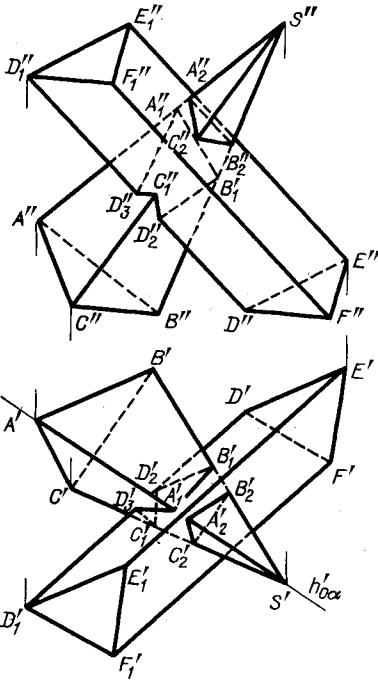


Рис. 280

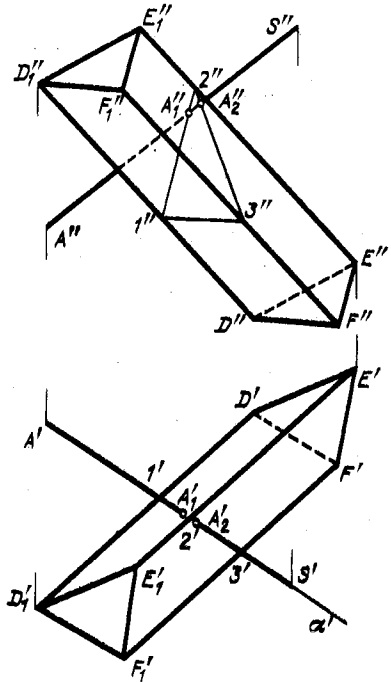


Рис. 281

Построение основано на нахождении точек пересечения ребер одного многогранника с гранями другого. На рис. 281 показано построение точек A_1 и A_2 , в которых ребро пирамиды SA пересекает грани в $D_1E_1E_1D_1$ и грань EFF_1E_1 призмы. Через ребро SA проведена пл. α (горизонтально-проецирующая), которая в горизонтальной проекции пересекает ребра призмы в точках $1', 2', 3'$; по этим проекциям найдены фронтальные проекции точек пересечения пл. α с ребрами призмы $1'', 2'', 3''$. Далее отмечены точки A_1'' и A_2'' , в которых $A''S''$ пересекается с контуром $1''2''3''$. Точки A_1'' и A_2'' — фронтальные проекции точек встречи ребра SA с гранями призмы; горизонтальные проекции этих точек — точки A_1' и A_2' — находятся на горизонтальной проекции ребра SA . Поступая таким же образом с ребрами SB и SC , находим точки B_1, B_2, C_1, C_2 (рис. 280).

Затем находим пересечение ребер призмы с гранями пирамиды, также проводя вспомогательные горизонтально-проецирующие плоскости (можно, конечно, в этом случае, как и в предыдущем, воспользоваться фронтально-проецирующими плоскостями). Исследуя ребро DD_1 , отмечаем точки встречи D_2 и D_3 . Ребро EE_1 с гранями пирамиды не пересекаются, так же как и ребро FF_1 .

Для того чтобы не сделать ошибки при большом количестве вспомогательных построений, можно записывать найденные точки' встречи так:

Исследуемое ребро		Грань, с которой пересекается ребро	Точка пересечения ребра с гранью	Место, занимаемое данной точкой в общем порядке соединения точек
Пирамиды	$\left. \begin{array}{l} SA \\ SB \\ SC \end{array} \right\}$	DEE_1D_1	A_1	1, 6
		EFF_1E_1	A_2	I
		DEE_1D_1	B_1	2
Призмы	$\left. \begin{array}{l} DD_1 \\ EE_1 \\ FF_1 \end{array} \right\}$	EFF_1E_1	B_2	II
		DFE_1D_1	C_1	4
		EFF_1E_1	C_2	III
		SCB	D_2	3
		SAC	D_3	5
		нет	—	—
нет	—	—		

В данном примере получается два отдельных многоугольника. В таблице порядок образования многоугольников показан для одного цифрами 1, 2 и т. д., для другого — I, II и т. д. Это означает, что точку $A_1''(1)$ следует соединить с точкой $B_1''(2)$, точку B_1'' — с точкой $D_2''(3)$, D_2'' — с $C_1''(4)$, C_1'' — с $D_3''(5)$ и, наконец, D_3'' — с $A_1''(6)$.

В построениях, показанных на рис. 280, 281, были использованы вспомогательные горизонтально-проецирующие плоскости. И хотя применение именно горизонтально- или фронтально-проецирующих плоскостей в качестве вспомогательных при нахождении точки пересечения прямой линии с плоскостью или двух плоскостей между собой (а значит, и в случаях взаимного пересечения многогранных поверхностей) удобно и является обычным приемом, могут быть случаи, когда плоскости общего положения в качестве вспомогательных окажутся предпочтительными; они дадут меньше дополнительных построений. Но для этого должны быть соответствующие условия. Пример дан на рис. 282. Здесь основания обеих пи-

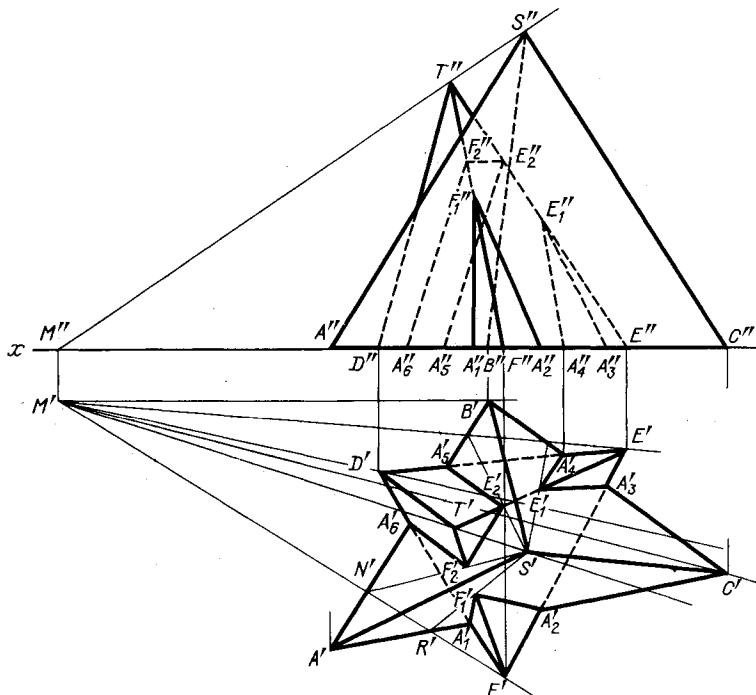


Рис. 282

рамид находятся в одной плоскости. Через вершины пирамид проведена прямая, и найден ее след (точка M) на плоскости оснований пирамид. Всякая плоскость, проведенная через прямую ST , проходит через вершины обеих пирамид и рассекает их грани по прямым линиям (см. рис. 276); следы этих плоскостей на плоскости оснований пирамид проходят через точку M .

Проведя, например, прямую $M'F'$, можно принять ее за след одной из таких плоскостей; на рис. 282 след этой плоскости совпадает с проекцией $M'F'$.

Такая плоскость пересекает основание пирамиды $ABCS$ в точках N' и R' ; соединяя эти точки с точкой S' , мы получим контур сечения пирамиды взятой плоскостью (в которой лежит ребро TF) и найдем проекции точек пересечения ребра TF — точки F'_1 и F'_2 ; нахождение фронтальных проекций этих точек пересечения не представит затруднений.

Исследуя таким приемом все ребра обеих пирамид, мы обнаружим точки, необходимые для построения линии пересечения.

Точки пересечения сторон основания определяются на горизонтальной проекции без дополнительных построений.

В нижеследующей таблице дана сводка построений.

Таблица

Исследуемое ребро	Грань, с которой пересекается исследуемое ребро	Ребро, с которым пересекается исследуемое ребро	Точка пересечения	Исследуемое ребро	Грань, с которой пересекается исследуемое ребро	Ребро, с которым пересекается исследуемое ребро	Точка пересечения
TF	ACS	—	F_1	DE	—	BC	A_4
	ABS	—	F_2		—	AB	A_5
ET	CBS	—	E_1	EF	—	BC	A_3
	ABS	—	E_2		—	AC	A_2
DT	нет	—	—	AS	нет	—	—
FD	—	AC	A_1	BS	нет	—	—
	—	AB	A_6	CS	нет	—	—

Применять указанное на рис. 282 построение можно и если основание одной из пирамид находится, например, в пл. π_1 , а другой — в пл. π_2 . При этом в общем случае надо найти следы прямой, проводимой через вершины пирамид, на пл. π_1 и на пл. π_2 и соответственно горизонтальный и фронтальный следы каждой вспомогательной плоскости.

Если взаимно пересекаются призма и пирамида, то прием, показанный на рис. 282 для двух пирамид, может быть применен, если провести прямую через вершину пирамиды параллельно ребрам призмы; плоскости, проводимые через такую прямую, будут рассекают грани призмы по прямым, параллельным ее ребрам, а грани пирамиды — по прямым, проходящим через ее вершину. Если же взаимно пересекаются призмы, то можно брать вспомогательные секущие плоскости параллельно ребрам обеих призм.

Возможно и применение способа перемены плоскостей проекций, если в пересечении участвует призма: получив проекции многогранников на плоскости, перпендикулярной к ребрам призмы, используем грани призмы в этом положении в качестве секущих плоскостей.

§ 44. ОБЩИЕ ПРИЕМЫ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (ПРИЗМЫ И ПИРАМИДЫ)

Развертывание призматической поверхности можно производить по двум схемам. Первая схема (рис. 283):

- 1) пересечь поверхность плоскостью, перпендикулярной к ребрам;
- 2) определить длины отрезков ломаной линии, полученной при пересечении поверхности призмы этой плоскостью;
- 3) развернуть ломаную в прямую A_0D_0 и на перпендикулярах, проведенных в точках A_0, B_0, \dots к прямой A_0D_0 , отложить длины отрезков ребер $A_0A, A_0A_1, B_0B, B_0B_1$ и т. д.;