

рамид находятся в одной плоскости. Через вершины пирамид проведена прямая, и найден ее след (точка M) на плоскости оснований пирамид. Всякая плоскость, проведенная через прямую ST , проходит через вершины обеих пирамид и рассекает их грани по прямым линиям (см. рис. 276); следы этих плоскостей на плоскости оснований пирамид проходят через точку M .

Проведя, например, прямую $M'F'$, можно принять ее за след одной из таких плоскостей; на рис. 282 след этой плоскости совпадает с проекцией $M'F'$.

Такая плоскость пересекает основание пирамиды $ABCS$ в точках N' и R' ; соединяя эти точки с точкой S' , мы получим контур сечения пирамиды взятой плоскостью (в которой лежит ребро TF) и найдем проекции точек пересечения ребра TF — точки F'_1 и F'_2 ; нахождение фронтальных проекций этих точек пересечения не представит затруднений.

Исследуя таким приемом все ребра обеих пирамид, мы обнаружим точки, необходимые для построения линии пересечения.

Точки пересечения сторон основания определяются на горизонтальной проекции без дополнительных построений.

В нижеследующей таблице дана сводка построений.

Таблица

Исследуемое ребро	Грань, с которой пересекается исследуемое ребро	Ребро, с которым пересекается исследуемое ребро	Точка пересечения	Исследуемое ребро	Грань, с которой пересекается исследуемое ребро	Ребро, с которым пересекается исследуемое ребро	Точка пересечения
TF	ACS	—	F_1	DE	—	BC	A_4
	ABS	—	F_2		—	AB	A_5
ET	CBS	—	E_1	EF	—	BC	A_3
	ABS	—	E_2		—	AC	A_2
DT	нет	—	—	AS	нет	—	—
FD	—	AC	A_1	BS	нет	—	—
	—	AB	A_6	CS	нет	—	—

Применять указанное на рис. 282 построение можно и если основание одной из пирамид находится, например, в пл. π_1 , а другой — в пл. π_2 . При этом в общем случае надо найти следы прямой, проводимой через вершины пирамид, на пл. π_1 и на пл. π_2 и соответственно горизонтальный и фронтальный следы каждой вспомогательной плоскости.

Если взаимно пересекаются призма и пирамида, то прием, показанный на рис. 282 для двух пирамид, может быть применен, если провести прямую через вершину пирамиды параллельно ребрам призмы; плоскости, проводимые через такую прямую, будут рассекать грани призмы по прямым, параллельным ее ребрам, а грани пирамиды — по прямым, проходящим через ее вершину. Если же взаимно пересекаются призмы, то можно брать вспомогательные секущие плоскости параллельно ребрам обеих призм.

Возможно и применение способа перемены плоскостей проекций, если в пересечении участвует призма: получив проекции многогранников на плоскости, перпендикулярной к ребрам призмы, используем грани призмы в этом положении в качестве секущих плоскостей.

§ 44. ОБЩИЕ ПРИЕМЫ РАЗВЕРТЫВАНИЯ ГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ (ПРИЗМЫ И ПИРАМИДЫ)

Развертывание призматической поверхности можно производить по двум схемам. Первая схема (рис. 283):

- 1) пересечь поверхность плоскостью, перпендикулярной к ребрам;
- 2) определить длины отрезков ломаной линии, полученной при пересечении поверхности призмы этой плоскостью;
- 3) развернуть ломаную в прямую A_0D_0 и на перпендикулярах, проведенных в точках A_0, B_0, \dots к прямой A_0D_0 , отложить длины отрезков ребер $A_0A, A_0A_1, B_0B, B_0B_1$ и т. д.;

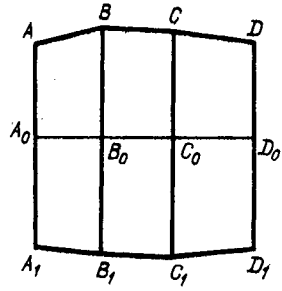
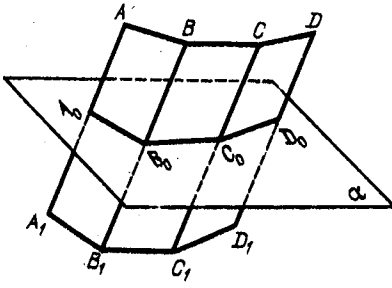


Рис. 283

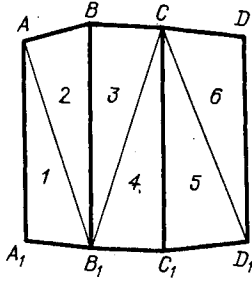
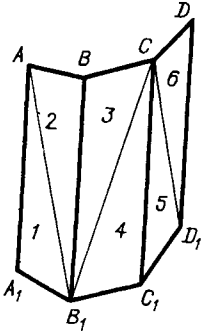


Рис. 284

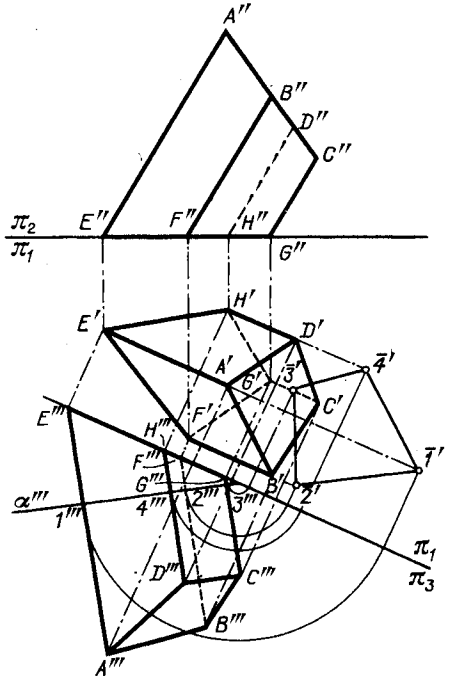


Рис. 285

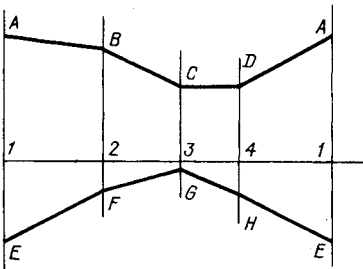


Рис. 286

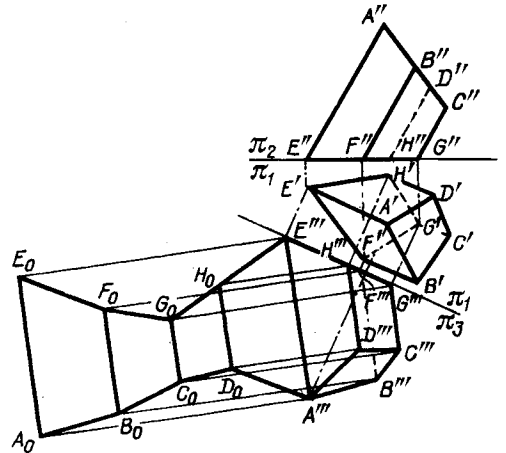


Рис. 287

4) провести отрезки AB , BC и CD , а также отрезки A_1B_1 , B_1C_1 и C_1D_1 .

Вторая схема разворачивания призматической поверхности заключается в следующем (рис. 284):

- 1) четырехугольники (грani) разбить диагоналями на треугольники;
- 2) определить длины сторон этих треугольников;
- 3) построить последовательно треугольники 1, 2, 3 и т. д. в плоскости чертежа.

Можно произвести разворачивание и так, как указано далее на рис. 287.

На рис. 285 и 286 дан пример разворачивания боковой поверхности призмы.

Построение развертки произведено по первой схеме. На рис. 285 выполнены построения, подготовительные к разворачиванию поверхности. Прежде всего, введена дополнительная плоскость проекций π_3 , перпендикулярная к π_1 и параллельная ребрам призмы.

Для получения нормального сечения проведена пл. α , перпендикулярная к ребрам призмы. В системе π_3, π_1' пл. α перпендикулярна к пл. π_3 , и поэтому проекция фигуры сечения на пл. π_3 находится на следе α''' . Так как пл. α перпендикулярна к ребрам призмы, то проекции этих ребер на пл. π_3 перпендикулярны к α''' , а так как пл. π_3 параллельна ребрам, то их длины равны длинам отрезков $A'''E'''$, $B'''F'''$ и т. д. Далее, при помощи совмещения пл. α с пл. π_1 определяется натуральный вид сечения — четырехугольник $\bar{1}\bar{2}\bar{3}\bar{4}$.

На рис. 286 показана искомая развертка: на прямой отложены последовательные отрезки $1-2 = \bar{1}\bar{2}$, $2-3 = \bar{2}\bar{3}$ и т. д., в точках 1, 2 и т. д. проведены перпендикуляры к этой прямой, и на них отложены отрезки $1A = 1'''A'''$, $1E = 1'''E'''$, $2B = 2'''B'''$ и т. д. Затем проведены ломаные $ABCD$ и $EFGHE$.

На рис. 287 дано иное построение. Построив проекцию призмы на плоскости π_3 , параллельной ребрам призмы, проводим из точек E''' , H''' , G''' , F''' , A''' , D''' , C''' и B''' прямые, перпендикулярные к $E'''A'''$. Из точки E''' проводим дугу радиуса, равного $E'H'$, и в пересечении с прямой, проведенной из точки H''' , получаем точку H_0 ; проводим из нее дугу радиуса, равного $H'G'$, и в пересечении с прямой, проведенной из точки G''' , получаем точку G_0 и т. д. ($G_0F_0 = G'F'$, $F_0E_0 = F'E'$). Из точек H_0, G_0, F_0, E_0 проводим прямые параллельно $E'''A'''$ до пересечения с соответствующими прямыми, проведенными из точек D''' , C''' , B''' и A''' . Указанный вариант целесообразен, когда величина сторон основания может непосредственно взята с чертежа.

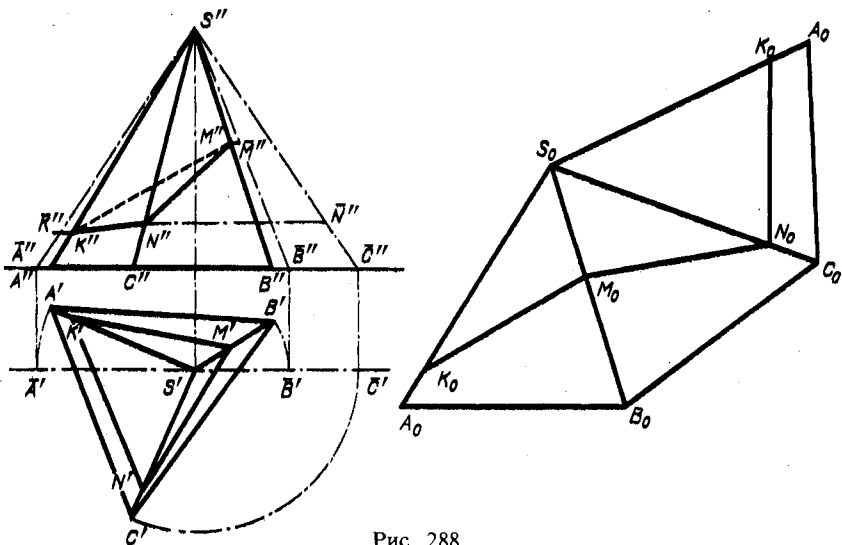


Рис. 288

Развертывание боковой поверхности пирамиды можно производить по следующей схеме:

- 1) определить длины ребер и сторон основания пирамиды;
- 2) построить в плоскости чертежа последовательно треугольники — грани пирамиды.

На рис. 288 выполнено построение развертки боковой поверхности пирамиды с нанесенными на ее грани сторонами треугольного сечения пирамиды некоторой плоскостью. Найдена длина каждого из ребер, затем построен треугольник $A_0S_0B_0$ по трем сторонам: основание A_0B_0 взято равным горизонтальной проекции $A'B'$, а боковые стороны взяты равными натуральным величинам ребер SA и SB (т. е. отрезкам $S'A''$ и $S''B''$).

Далее, на стороне S_0B_0 построен второй треугольник, причем две другие стороны взяты следующих размеров: сторона B_0C_0 равна горизонтальной проекции $B'C'$, сторона S_0C_0 равна длине ребра SC (т. е. отрезку $S''C''$).

Так же построен и третий треугольник. В результате получена развернутая боковая поверхность пирамиды. Если теперь на сторонах S_0A_0 , S_0B_0 и S_0C_0 отложить отрезки S_0K_0 , S_0M_0 и S_0N_0 , равные отрезкам ребер пирамиды, пересеченной плоскостью, то получим ломаную линию $K_0M_0N_0K_0$, состоящую из сторон фигуры сечения.

ВОПРОСЫ К §§ 43–44

1. Как строится линия пересечения одной гранной поверхности другой?
2. В каком случае целесообразно применять плоскости общего положения (как вспомогательные) при взаимном пересечении двух пирамид и как проводить эти плоскости?
3. По каким схемам можно производить развертывание поверхностей, ограничивающих призмы и пирамиды?
4. В каком случае эти развертки будут полными?