

ГЛАВА IX. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ ЛИНИЕЙ

§ 55. ОБЩИЕ ПРИЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ КРИВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ

Для нахождения кривой линии, получаемой при пересечении линейчатой поверхности плоскостью, следует в общем случае строить точки пересечения образующих поверхности с секущей плоскостью, т. е. находить точку пересечения прямой с плоскостью. Искомая кривая (линия среза) проходит через эти точки. Пример дан на рис. 358: коническая поверхность, заданная точкой S и кривой ACE , пересечена фронтально-проецирующей пл. α ; горизонтальная проекция линии пересечения проведена через горизонтальные проекции точек пересечения ряда образующих пл. α .

В этом примере построение упрощается благодаря тому, что секущая пл. α частного положения. Но указанный прием — получение точек пересечения ряда прямолинейных образующих поверхности в заданной секущей плоскостью для проведения через них искомой линии пересечения — годится при любом положении плоскости.

Если же кривая поверхность нелинейчатая, то для построения линии пересечения такой поверхности плоскостью в общем случае следует применять вспомогательные плоскости. Точки искомой линии определяются в пересечении линий, по которым вспомогательные секущие плоскости пересекают данную поверхность и плоскость. Вспомним рис. 166, на котором был показан случай применения вспомогательных плоскостей для построения линии пересечения двух плоскостей.

При подборе вспомогательных плоскостей, как и во всех случаях, когда они применяются (см., например, с. 64), надо стремиться к упрощению построений.

На рис. 359 изображено тело вращения, срезанное плоскостью, заданной трапецией $ABCD$. Здесь для построения точек кривых линий, получаемых на поверхности тела вращения, применены вспомогательные секущие плоскости. Рассмотрим для примера одну из них, пл. α . Пересекая поверхность тела вращения, эта плоскость дает окружность (параллель) радиуса $O''1''$, а пересекая пл. $ABCD$ — горизонталь $A_1''D_1''$. В пересечении параллели поверхности вращения с горизонталью $A_1''D_1''$ получаются точки M'' и N'' , принадлежащие одновременно и поверхности вращения, и плоскости $ABCD$, т. е. принадлежащие искомой линии пересечения. Повторяя этот прием, мы получим ряд точек, определяющих криволинейную часть линии среза. Плоские грани данного тела вращения срезаны пл. $ABCD$ по прямым, выраженным отрезками AD и BC .

В рассмотренном примере построение упрощается в связи с тем, что ось тела вращения перпендикулярна к пл. π_1 и параллели проецируются на эту плоскость в виде окружностей. Плоскость симметрии β позволяла контролировать правильность взаимного расположения точек кривых $A'M'B'$ и $D'N'C'$, так как, например, должно получаться $M'2' = N'2'$.

Пользуясь способом перемены плоскостей проекций или вращения, можно получить удобные для построений положения фигуры, если они были заданы в общих положениях в системе π_1, π_2 . Но все это не касается изложенного приема, основан-

ного на введении вспомогательных плоскостей. Этот прием применим независимо от положения пересекающихся поверхности и плоскости.

В ряде случаев кривая, которая должна получиться при пересечении поверхности

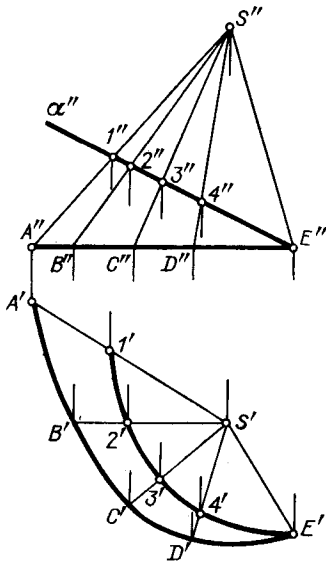


Рис. 358

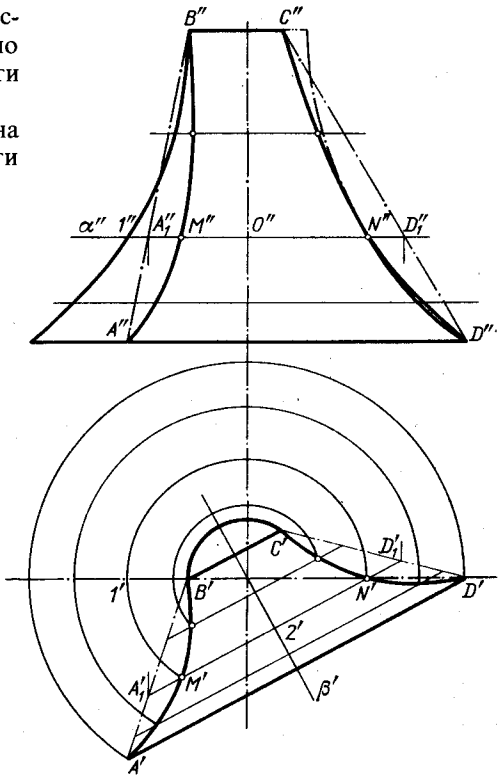


Рис. 359

плоскостью, известна и ее проекции могут быть построены на основании их геометрических свойств. Вспомним хотя бы спираль Архимеда (с. 159, рис. 340), получаемую при пересечении косога геликоида плоскостью, перпендикулярной к его оси. Очевидно, целесообразнее строить эту спираль так, как показано на рис. 340, а не искать точки для нее путем проецирования.

§ 56. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОСТЬЮ. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТКИ

Для построения кривой линии, получаемой при пересечении цилиндрической поверхности плоскостью, следует в общем случае находить точки пересечения образующих с секущей плоскостью, как было сказано на с. 170 в отношении линейчатых поверхностей вообще. Но это не исключает возможности применять и вспомогательные плоскости, пересекающие каждый раз поверхность и плоскость.

Прежде всего отметим, что любая цилиндрическая поверхность пересекается плоскостью, расположенной параллельно образующей этой поверхности, по прямым линиям (образующим). На рис. 360 показано пересечение цилиндрической поверхности плоскостью. В данном случае эта поверхность является вспомогательным элементом при построении точки пересечения кривой линии с плоскостью: через заданную кривую (см. рис. 360, слева) $DMNE$ проведена цилиндрическая поверхность, проецирующая кривую на пл. π_1 . Далее, плоскость (на рис. 360 — треугольник) пересекает цилиндрическую поверхность по плоской кривой $M_1 \dots N_1$. Искомая точка пересечения кривой с плоскостью — точка K — получается в пересечении кривых — заданной и построенной.

Такая схема решения задачи на пересечение кривой линии с плоскостью совпадает со схемой решения задач на пересечение прямой линии с плоскостью (см. §§ 23