

§ 66. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДРУГОЮ

Ниже рассмотрено несколько примеров с применением указанных в предшествующих параграфах способов построений, а также особых приемов, пригодных для построения точек искомой линии при частных положениях поверхностей¹⁾.

На рис. 423 дан случай, когда проекция линии пересечения на пл. π_1 совпадает с окружностью — проекцией цилиндра с вертикальной осью, а на пл. π_3 — с полуокружностью — проекцией цилиндра с горизонтальной осью. Остается найти точки, по которым можно построить проекцию искомой линии на пл. π_2 (гиперболу с вершиной в точке B'').

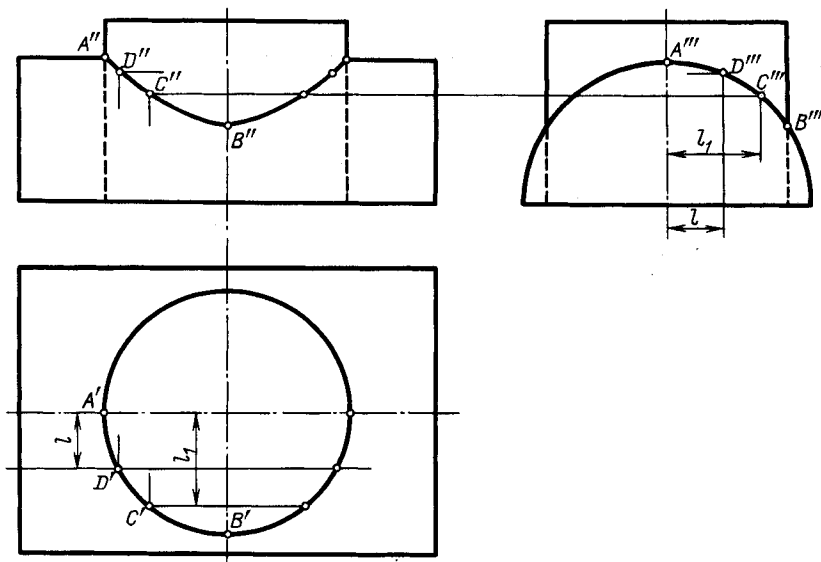


Рис. 423

Очевидно, проекция B'' определяется непосредственно по проекции B''' , а, например, проекция D'' определяется как точка пересечения линий связи, проведенных из точек D' и D''' , координированных между собой расстоянием l от осей горизонтальной и профильной проекций.

Также по координированным между собой проекциям C' и C''' определяется проекция C'' . Как видно, здесь не требуется проводить вспомогательных секущих плоскостей или сфер.

На рис. 424 для построения проекций B'' , D'' , E'' использованы профильные проекции B''' , D''' , E''' , по которым найдены фронтальные проекции образующих наклонного цилиндра и проекции B'' , D'' и E'' . Имея же проекции B''' , D''' , E''' , A'' , B'' , C'' , D'' , E'' , можно найти проекции A' , B' , C' , D' , E' .

В случае, представленном на рис. 425, точки для фронтальных проекций линий, по которым наклонный цилиндр пересекает поверхность цилиндра с вертикальной осью, найдены исходя из положения горизонтальных проекций этих точек. Надо только построить фронтальные проекции соответствующих образующих наклонного цилиндра. Из точек, отмеченных на рис. 425, к числу характерных относятся точки $1''$ и $5''$ — наиболее близкие к оси вертикального цилиндра на видимой и невидимой частях фронтальной проекции правой линии, $3''$ и $3'''$ — наиболее и наименее удаленные от пл. π_1 на очерковых образующих наклонного цилиндра, $4''$ и $4'''$ — отделяющие проекцию очерковой образующей вертикального цилиндра от проекции кривой. Этим точкам соответствуют точки такого же значения на кривой слева.

На рис. 426 показано пересечение цилиндром поверхности конуса. Исходными для построения точек $1''$, $2''$, ..., $6''$ являются точки $1'$, $2'$, ..., $6'$ горизонтальной проекции линии на

¹⁾ На некоторых чертежах для экономии места не все проекции даны полностью.

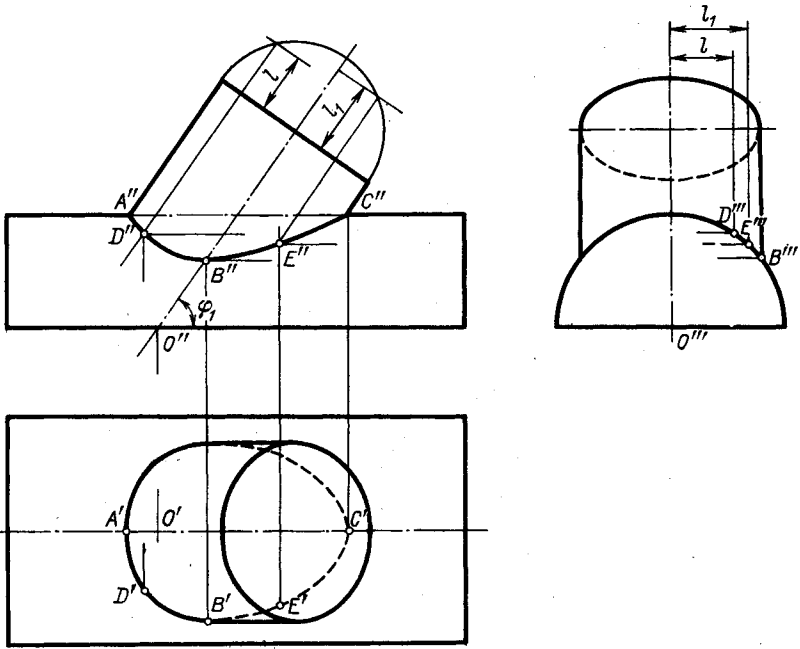


Рис. 424

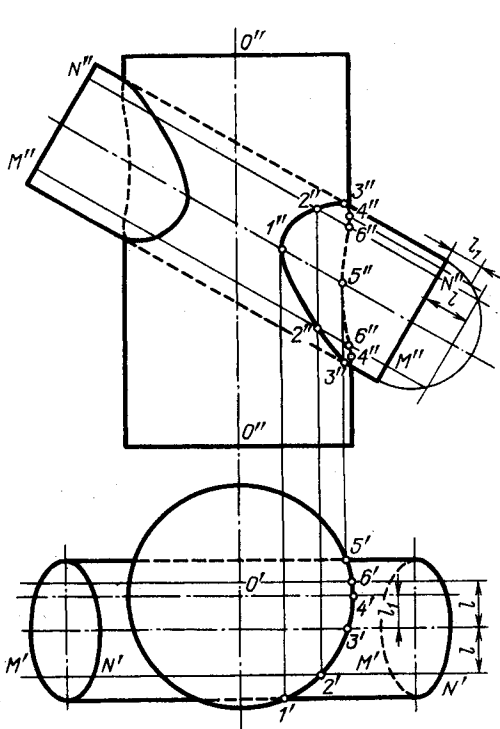
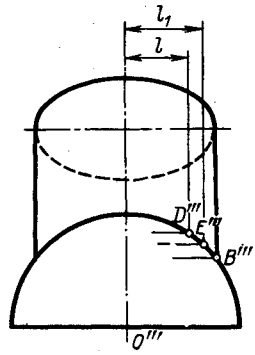


Рис. 425

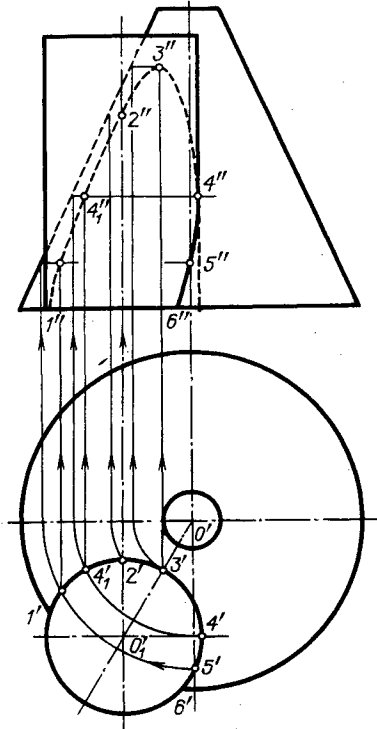


Рис. 426

конической поверхности. Например, точки $4''$ и $4_1'$ получаются на фронтальной проекции параллели радиуса $O'4'$, точка $3''$ — на фронтальной проекции параллели радиуса $O'3'$.

Построение фронтальной проекции линии пересечения цилиндрической поверхности конусом (рис. 427) выполнено по исходным точкам, взятым на профильной проекции цилиндра. Точки $1'''$, $3'''$, $4'''$, $6'''$, $8'''$ дают возможность сразу найти характерные точки $1''$, $3''$, $4''$, $6''$ и $8''$ для фронтальной проекции. Другие точки могут быть найдены при помощи образующих; например, взяв проекцию $S''C''$ образующей, на которой должна быть проекция $5'''$, находим по отрезку l точку C' и проекцию $S''C'''$, а затем $S''C''$, остается получить проекции $5''$ и $5'$.

На рис. 428 фронтальные проекции точек линии, по которой цилиндр пересекает поверхность полушария, могут быть найдены по горизонтальным проекциям на соответствующих параллелях сферы. Например, по точке K' определена параллель радиуса $O'K'$ и на ее фронтальной проекции найдена проекция K'' . То же показано для точек A и F . Но, конечно, можно, например, для тех же точек A и F , опять исходя из положения их горизонтальных проекций A' и F' , взять секущую пл. γ , параллельную пл. π_2 , и найти проекции A'' и F'' на полуокружности, полученной при пересечении пл. γ поверхности полушария. Очевидно, во многих случаях целесообразно варьировать способы построения точек для проведения проекций линий пересечения, выбирая наиболее удобные способы, стремясь к простоте и точности построений.

На рис. 428 проекции B'' и E'' найдены на главном меридиане сферы непосредственно по точкам B' и E' . Так же можно было бы найти проекции D'' и G'' , если была бы профильная проекция; теперь же, без профильной проекции, точки D'' и G'' могут быть найдены, например, подобно проекциям A'' и F'' .

Размеченные на рис. 428 проекции A' , B' , C' и др. определяют точки, характерные для фронтальной проекции кривой и для профильной проекции в случае ее построения. Так, точки K'' и M'' — наинизшая и наивысшая; в точках B'' и E'' «прерывается» главный меридиан на сфере, а в точках A'' и F'' линия пересечения разделяется на видимую и невидимую; точки D'' , G'' , C'' , H'' для фронтальной проекции не имеют особого значения, но позволяют построить характерные точки на профильной проекции кривой.

На рис. 429 изображено некоторое тело вращения с цилиндрическим в нем отверстием. Кривая $K''A''B''M''$ построена по точкам K' , A' , B' , M' , т. е. по известным нам горизонтальным проекциям. Например, взяв точку A' , мы строим проекции параллели на поверхности вращения и на фронтальной проекции этой параллели находим проекцию A'' .

Для построения фронтальной проекции линии соприкосновения поверхностей кругового кольца и цилиндра на рис. 430 использованы горизонтальные проекции точек (так же, как на рис. 429). Например, зная положение точки B' , мы можем провести на поверхности кольца дуги радиусом $O'2'$ и радиусом $O'2_1'$ и на этих дугах получить точки B'' и B_1'' . Здесь используется система круговых сечений поверхности кольца.

На рис. 431 также использовано то, что положение точек одной из проекций искомой линии известно. Это дает возможность построить точки другой проекции. В случае, показанном на рис. 431 слева, получена на горизонтальной проекции угловая точка (точка излома).

Построение фронтальной проекции кривой пересечения конической и цилиндрической поверхностей на рис. 432 могло бы быть выполнено, как это, например, показано на рис. 419, т. е. при помощи сфер с центром в точке S . После построения гиперболы можно построить горизонтальную проекцию кривой при помощи образующих цилиндра; например, образующая, на которой находится точка E , определяется отрезком l_1 .

На рис. 432 показан другой прием построения, а именно использование проекции на дополнительной плоскости, в данном случае фронтально-проецирующей, перпендикулярной к оси цилиндрической поверхности. Линия пересечения проектируется на эту плоскость в виде дуги на полуокружности — проекции этой поверхности. Задаваясь точками на дуге, можно построить их горизонтальные и фронтальные проекции. Например, взяв точку E''' , определяем отрезок l_2 на полуокружности радиуса R , представляющей собой половину параллели на конусе. Откладывая отрезок l_2 (как показано на чертеже) на фронтальной проекции, получаем на линии связи с проекцией E''' проекцию E'' .

На рис. 432, кроме того, показана развертка боковой поверхности усеченного конуса, рассмотренного в этой задаче. Построена проекция вершины конуса — точка S'' ; окружность верхнего основания конуса повернута до положения, параллельного пл. π_2 , и разделена на несколько частей (на рисунке показана половина этой окружности). Спроецировав точки G_2 , G_3 и т. д. на прямую $G_1'G_7'$, проводим через эти проекции и через S'' проекции образующих до встречи с проекцией линии пересечения поверхностей; например, $S''K''$ проведена через G_2'' ,

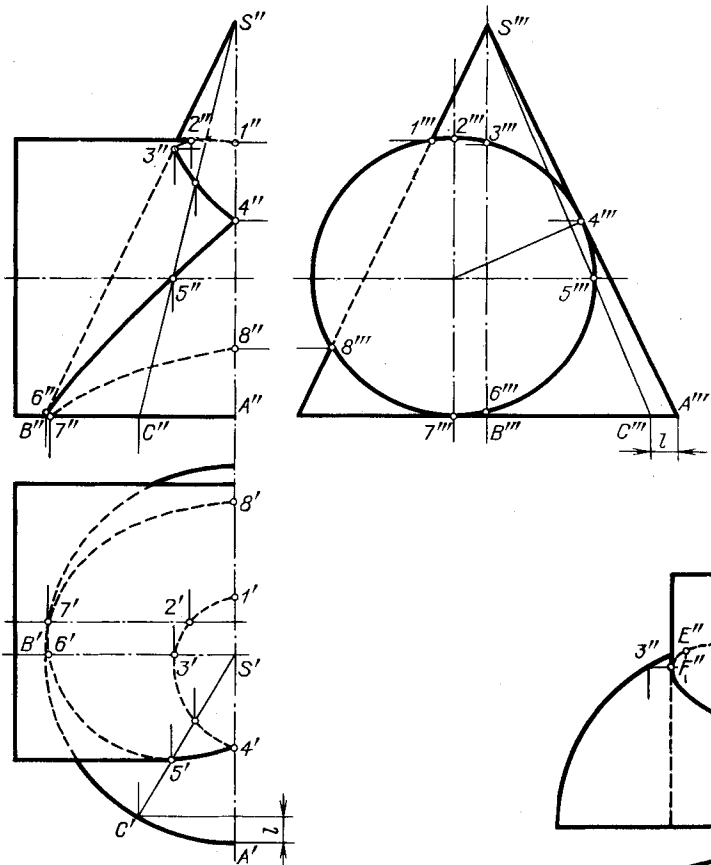


Рис. 427

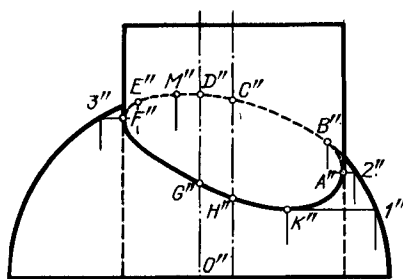


Рис. 428

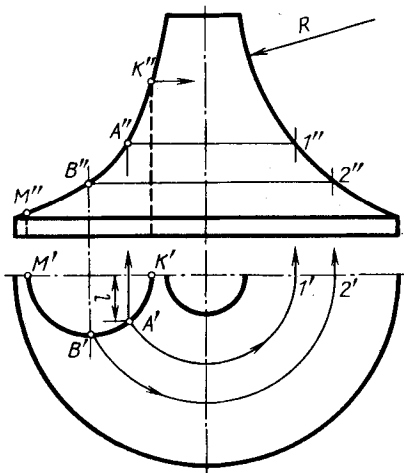
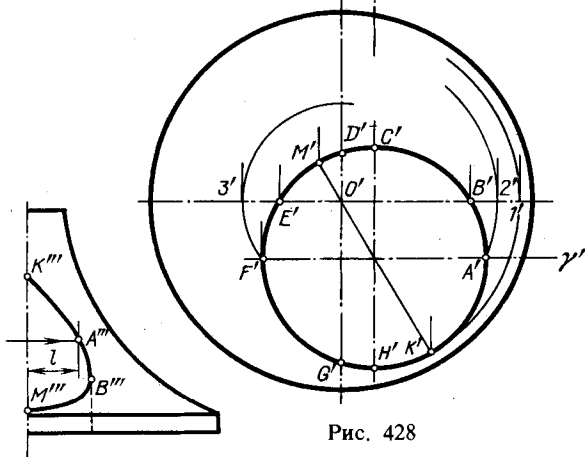


Рис. 429



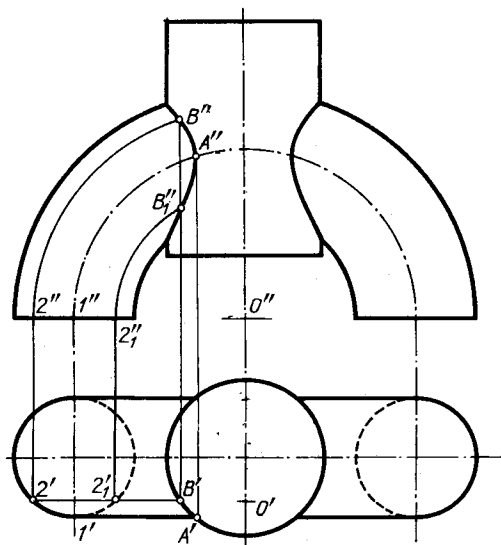


Рис. 430

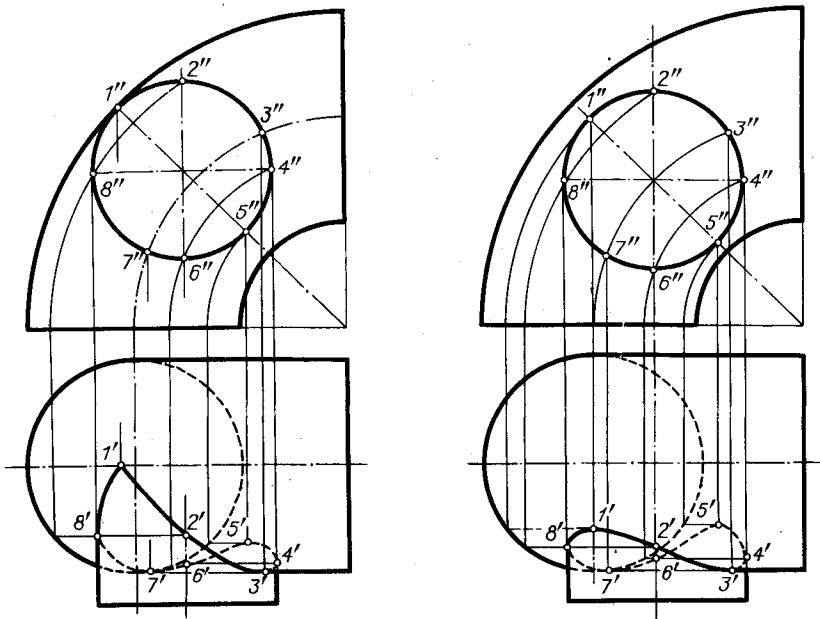


Рис. 431

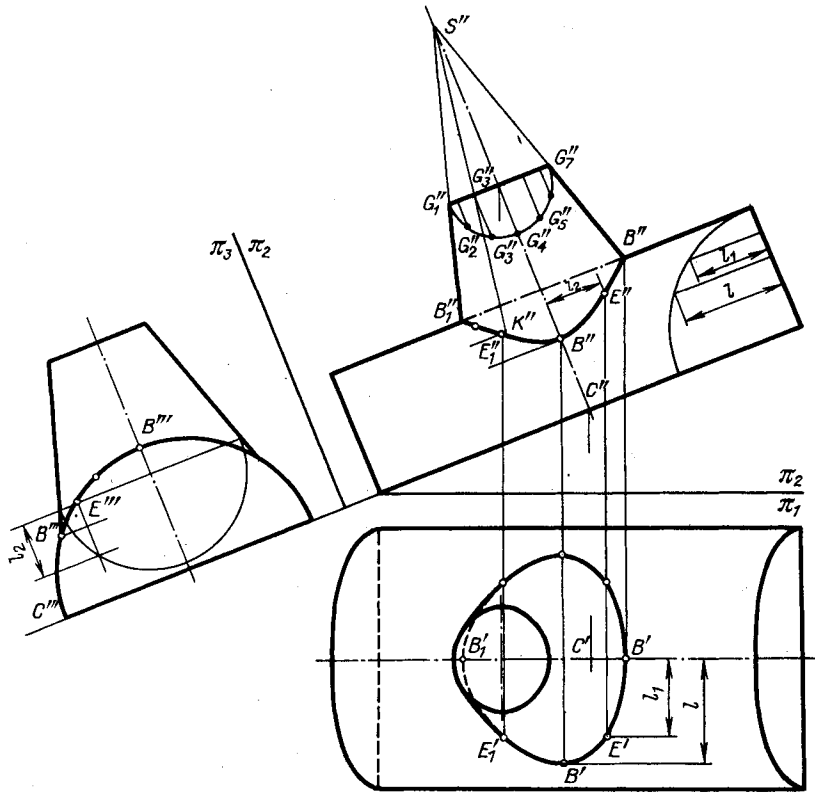
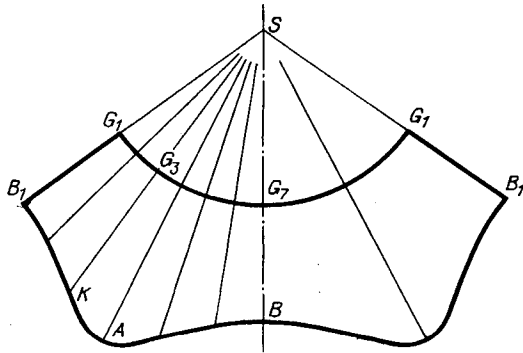


Рис. 432



Построив развертку боковой поверхности конуса, откладываем длины отрезков образующих. Например, найдя способом вращения длину отрезка образующей G_3K , откладываем ее соответственно на развертке.

На рис. 433 построена линия пересечения четырехугольной призмы с цилиндром и развертка полученной части призмы.

Каждая грань призмы пересекает цилиндрическую поверхность по эллипсу; эти эллипсы пересекаются между собой в точках, которые являются точками пересечения ребер призмы с цилиндрической поверхностью. Фронтальные проекции указанных точек определяются по

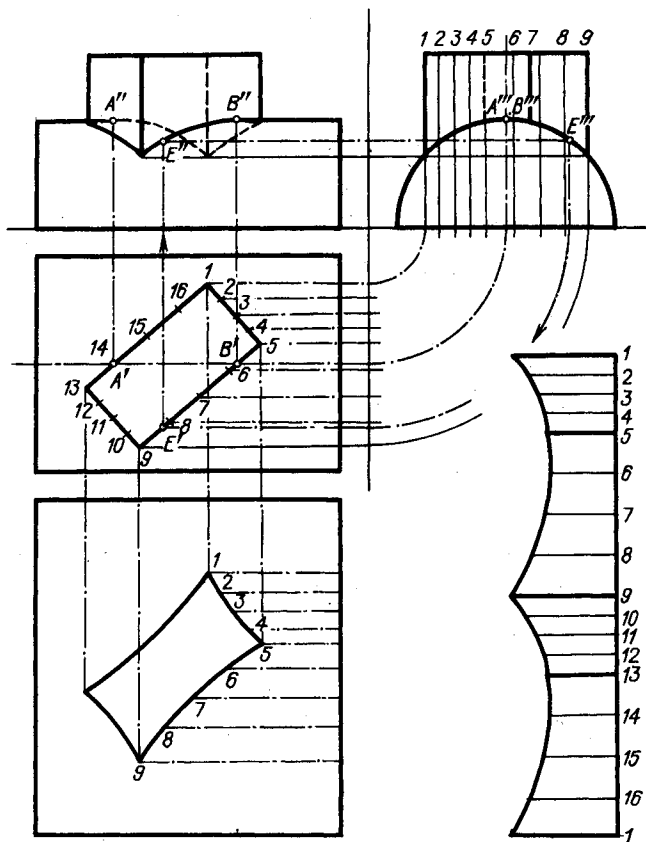


Рис. 433

их профильным проекциям. Для любой точки E по ее профильной проекции E''' определяем проекцию E' , а по проекциям E''' и E' находим E'' . Точки A'' и B'' определяются по их горизонтальным проекциям.

Для построения развертки призмы произведена разбивка горизонтальной проекции призмы на отрезки, причем взято одинаковое число делений на каждой грани. Эта разбивка соответствует разбивке цилиндрической поверхности в зоне ее пересечения призмой.

На рис. 434 построены линия пересечения пирамиды с цилиндром и развертки обеих поверхностей.

Линии пересечения являются эллипсами, которые пересекаются между собой в точках пересечения ребер пирамиды с поверхностью цилиндра. Точка B'' может быть построена и так, как показано на чертеже — без помощи профильной проекции.

Для построения разверток поверхностей пирамиды и цилиндра произведена разбивка окружности на горизонтальной проекции цилиндра на 12 равных частей. Для нахождения точек, принадлежащих эллипсам, на развертке поверхности пирамиды проведены вспомогательные прямые через вершину пирамиды (например, прямая SG). Длина отрезков этих прямых (например, EI) определена при помощи поворота до параллельности пл. π_2 .

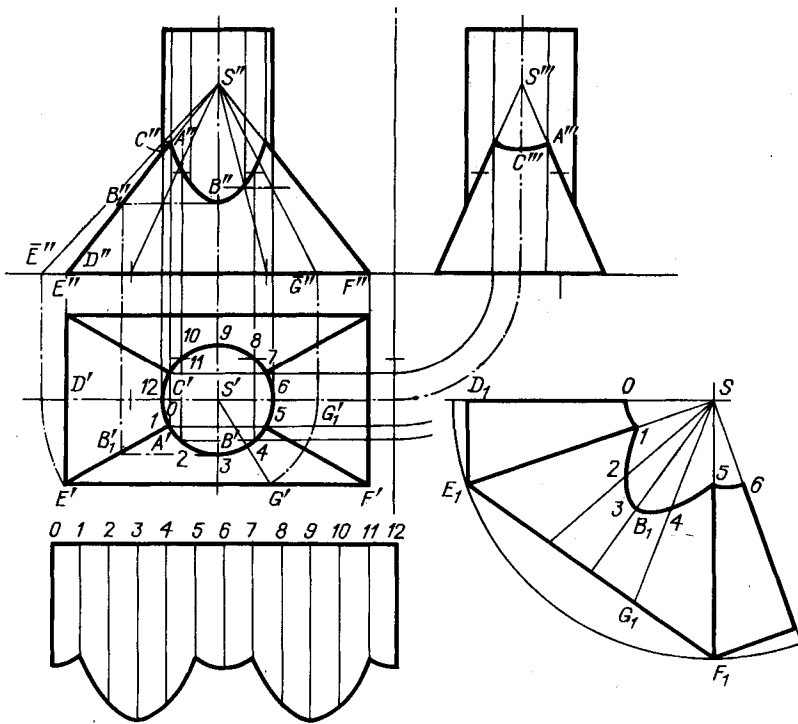


Рис. 434

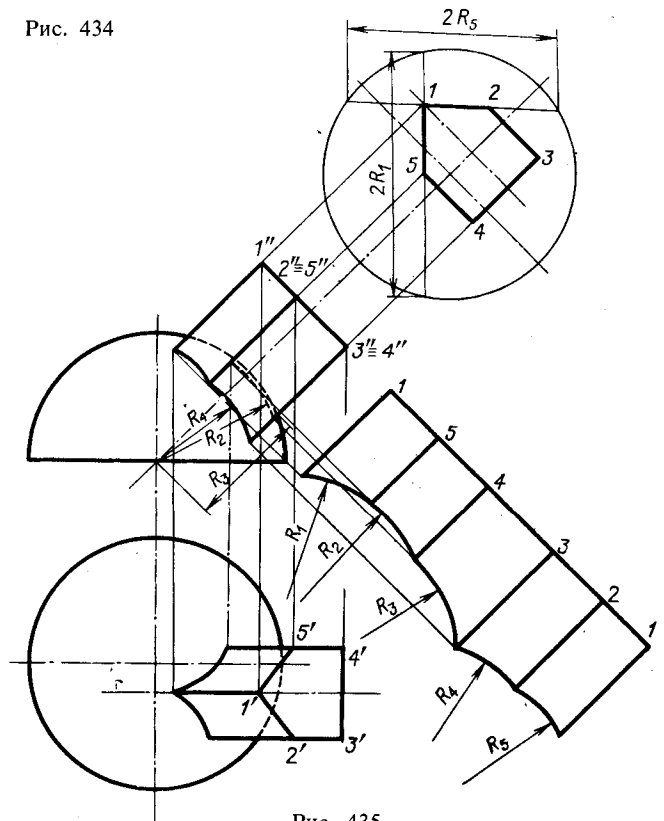


Рис. 435

Пример построения линии пересечения призмы со сферой и развертки поверхности призмы показан на рис. 435. Грани призмы пересекают поверхность по дугам окружностей. Проекция этих дуг на пл. π_1 являются частями эллипсов; проекция линии пересечения на пл. π_2 состоит из частей эллипсов, дуг окружностей (так как две грани призмы параллельны пл. π_2) и прямой линии. Найдены точки пересечения ребер призмы со сферой. Далее следует отметить точки, принадлежащие одновременно линии пересечения призмы со сферой и главному меридиану сферы. Плоскость, определяющая главный меридиан, пересекает призму по прямой, на которой и должны находиться указанные точки. На чертеже показана развертка призмы. Кривая на развертке составлена из дуг окружностей. Радиусы для проведения этих дуг частично взяты с фронтальной проекции (R_2, R_3, R_4), частично найдены при помощи дополнительной проекции (R_1 и R_5).

§ 67. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ КРИВОЙ ЛИНИИ С КРИВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Для нахождения точек пересечения кривой линии с кривой поверхностью надо через кривую линию провести некоторую вспомогательную поверхность, построить линию пересечения вспомогательной и заданной поверхностей и найти точки пересечения этой линии с заданной кривой линией¹⁾.

Рассмотрим несколько примеров пересечения пространственной кривой (кривой двойкой кривизны) с кривой поверхностью.

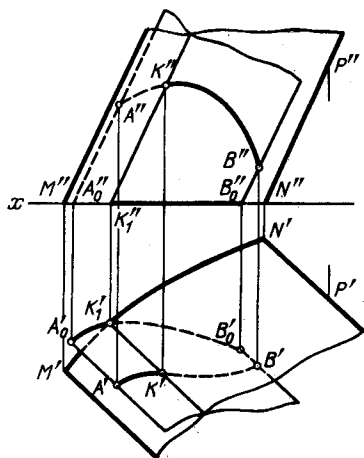


Рис. 436

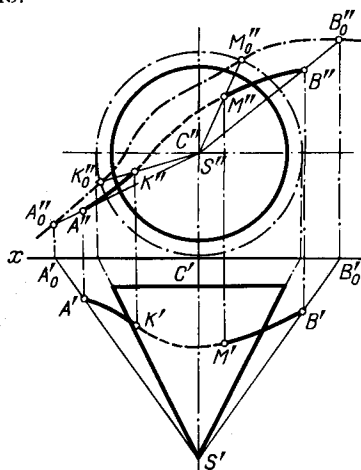


Рис. 437

1. На рис. 436 показано построение точки пересечения кривой AB с цилиндрической поверхностью, заданной горизонтальным следом MN и направлением образующей NP .

Через кривую AB проведена вспомогательная цилиндрическая поверхность, образующие которой параллельны NP . При таком направлении образующих линия пересечения обеих поверхностей будет общей для них образующей. Далее, построен след вспомогательной цилиндрической поверхности на пл. π_1 — кривая A_0B_0 . В пересечении кривых MN и A_0B_0 получается точка K_1 , через которую проходит линия пересечения поверхностей — их общая образующая. Эта образующая пересекает заданную кривую AB в точке K , которая и является искомой точкой пересечения линии AB с заданной цилиндрической поверхностью.

2. Для построения точек пересечения кривой AB с конической поверхностью (рис. 437) через кривую AB проведена вспомогательная коническая поверхность с вершиной S заданного конуса. При таком положении обеих конических поверхностей в случае их пересечения получаются прямые — общие образующие для обеих поверхностей (см. § 63).

¹⁾ Следует вновь обратить внимание на общность данного способа со способом, примененным в рассмотренных выше случаях пересечения прямой линии с поверхностью (§ 59) и прямой линии с плоскостью (§ 25).