

§ 70. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАЗВЕРТОК НЕКОТОРЫХ ФОРМ

1. Изображенная на рис. 443 поверхность представляет собой сочетание поверхностей призмы и наклонного цилиндра, имеющего круговое основание.

Для развертывания поверхности наклонного цилиндра полуокружность делим на равные части точками 1, 2, 3, ..., через которые проводим образующие. Фронтальные проекции этих образующих равны их отрезкам. Через точку 1'' проводим след фронтально-проецирующей плоскости γ , дающей в пересечении с цилиндром его нормальное сечение. На прямой 4_04_0 откладываем отрезки 4_0E_0 , 4_0D_0 , 4_0C_0 , равные фронтальным проекциям $4''E''$, $4''D''$, $4''C''$. Через E_0 , D_0 и C_0 проводим прямые перпендикулярно к прямой 4_04_0 . Теперь из точки 4_0 , как из центра, проводим дугу радиусом, равным хорде $4'3'$, засекая ею прямую, проведенную через точку C_0 , получаем точку 3_0 , из которой в свою очередь проводим дугу тем же радиусом, засекая ею прямую, проведенную через точку D_0 , и из полученной точки 2_0 засекаем прямую, проведенную через точку E_0 , дугой того же радиуса.

Указанное построение основано на развертывании элементов поверхности, проецирующихся на плоскость в виде треугольников. Рассмотрим на пл. π_2 один из таких треугольников $1''K''2''$. Катет $K''2''$ представляет собой отрезок образующей, проецирующийся без искажения, гипотенуза $1''2''$ представляет собой проекцию дуги полуокружности, а катет $1''K''$ — проекцию части эллипса, получающегося как нормальное сечение данной цилиндрической поверхности. При развертывании приходится строить прямоугольный треугольник по катету $2''K''$ и гипотенузе, в качестве которой берут хорду $1'2'$.

Определив положение точек 1_0 , 2_0 , 3_0 , проводим через эти точки и точку 4_0 кривую, которая принимается за развертку дуги окружности¹⁾; проводя 1_01_0 , 2_02_0 , ..., получаем точки для кривой — развертки нижней дуги окружности. В точках 1_0 и 1_0 проводим прямые линии, касательные к построенным кривым. Дальнейшее ясно из чертежа.

2. На рис. 444 показана развертка поверхности переходной части, соединяющей два цилиндра. Эта переходная часть ограничена поверхностями двух наклонных цилиндров того же типа, что и на рис. 443, и двумя плоскостями.

Начинаем развертывание с прямой AB : строим треугольник $A_0B_0I_0$, равный треугольнику $A''B''I''$, присоединяем к нему развертку цилиндрической поверхности (эта развертка сделана аналогично рис. 443), затем вычерчиваем треугольник $I_0I_0I_0$, равный треугольнику $I''I''I''$, и т. д.

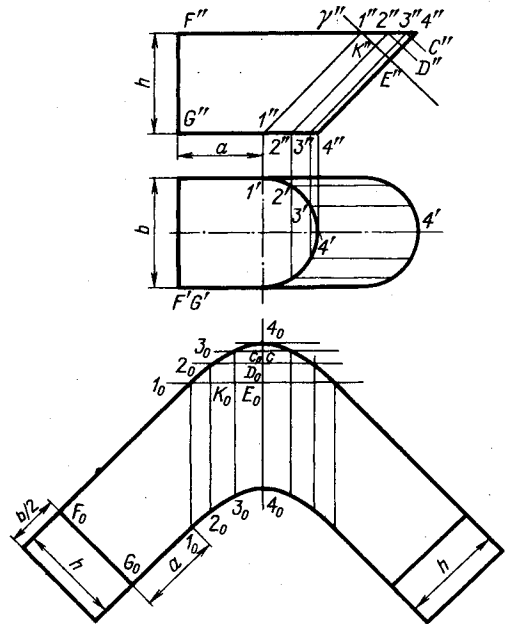


Рис. 443

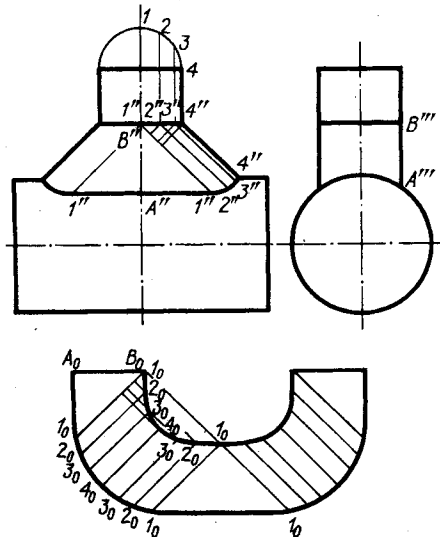


Рис. 444

¹⁾ На рис. 443 построена половина развертки.

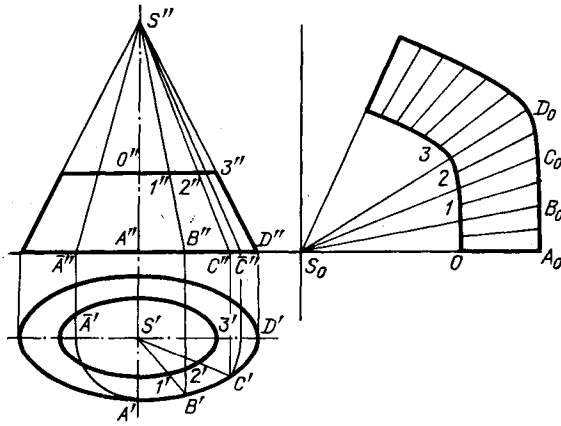


Рис. 445

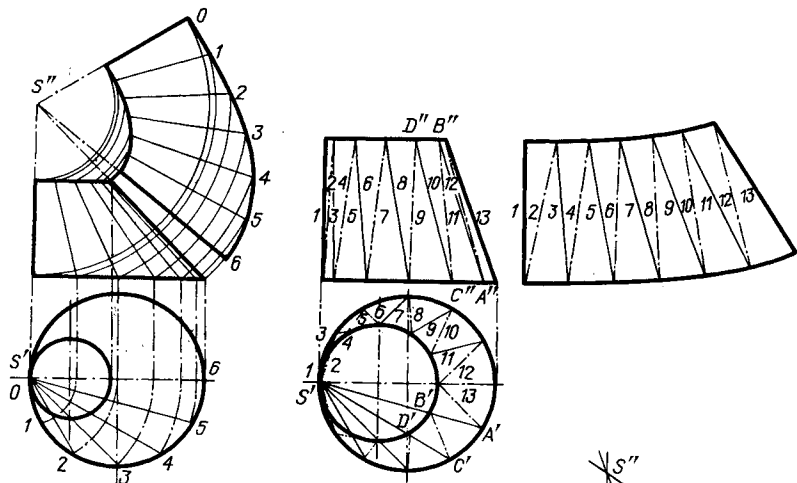


Рис. 446

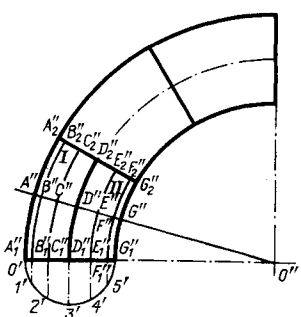


Рис. 447

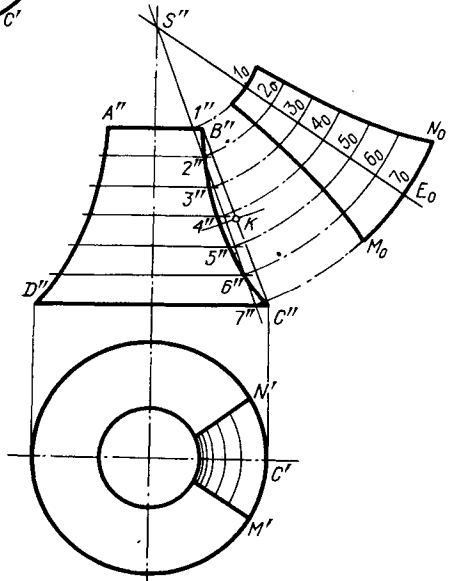
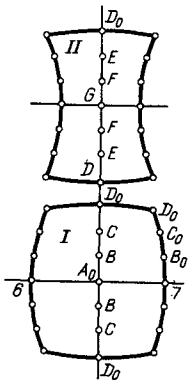


Рис. 448

3. На рис. 445 показана развертка боковой поверхности эллиптического усеченного конуса.

Найдя вершину конуса (S'' , S'), делим верхний эллипс точками 1, 2, ... Образующие, проведенные из точки S в точки 1, 2, ..., делят поверхность конуса на части. Эти части развертываются в виде треугольников. Например, часть SCD конической поверхности развернута в треугольник $S_0C_0D_0$, в котором стороны S_0D_0 и S_0C_0 равны образующим SD и SC (длина образующей SC определена способом вращения), а сторона C_0D_0 взята как отрезок прямой, равный выпрямленной дуге $C'D'$ (делением ее на мелкие части).

Найдя точки C_0 , B_0 , A_0 и расположенные симметрично им точки относительно образующей S_0D_0 , проводим кривую – развертку нижнего эллипса, а откладывая D_03 , C_02 и т. д., равные длинам отрезков образующих $D3$, $C2$ и т. д., находим кривую – развертку верхнего эллипса. На рис. 445 дана половина всей развертки.

4. На рис. 446 показана развертка боковой поверхности наклонного усеченного конуса с круговым основанием. Слева показано развертывание, произведенное аналогично выполненному на рис. 445. Справа показан другой прием: данная поверхность заменена вписанной в нее многогранной поверхностью. Используя горизонтальную проекцию вершины конуса – точку S' , производим сначала разбивку на горизонтальной проекции проведением прямых из этой точки. Проведя, например, $S'A'$, получаем проекцию $A'B'$ отрезка образующей. По точкам на горизонтальной проекции получаем разбивку фронтальной проекции. Далее рассматриваем, например, плоский элемент $ACDB$, проводим в нем диагональ BC и определяем длины отрезков для построения треугольников; одна сторона каждого треугольника является хордой соответствующей окружности горизонтальной проекции. Развертка составляется из таких треугольников; ломаные линии заменяются плавными кривыми, проводимыми через вершины ломаных.

5. На рис. 447 показано построение развертки поверхности кругового кольца. В проекции изображено колесо – $1/4$ кругового кольца; на развертке представлена поверхность одной трети этого колеса.

Проведена прямая $O''A''$ – ось симметрии проекции рассматриваемой части колеса. Этим определяется окружность – нормальное сечение, развертка которой в виде прямой D_0D_0 принимается за среднюю линию фигуры развертки рассматриваемого участка кольца. Соответственно делениям $1'$, $2'$, ... на этом сечении проведены из точки O'' концентрические дуги. Построение развертки производится для I и II частей отдельно. Для первой части откладываем отрезок D_0D_0 , равный по длине половине окружности нормального сечения, и делим его на части соответственно первоначальным делениям $1'$, $2'$, ... В точке A_0 проводим перпендикуляр к D_0D_0 и откладываем на нем в обе стороны от точки A_0 отрезки A_06 и A_07 , равные дугам $A''A_1''$ и $A''A_2''$. Для определения точки B_0 на развертке проводим из точки B дугу радиусом, равным длине дуги $B''B_2''$, а из точки 7 – дугу радиусом, равным отрезку $A_1''1'$. Таким же образом поступаем для построения точек C_0 , D_0 и других.

Аналогично строим развертку поверхности II части колеса.

6. На рис. 448 показано построение развертки поверхности вращения с криволинейной образующей.

Развертывание производим, разбивая поверхность сначала на равные части меридианами. На чертеже показано развертывание одной шестой части.

Проводим хорду $B''C''$, делим ее пополам и в точке деления K проводим перпендикуляр до пересечения с дугой $B''C''$. Полученный отрезок этого перпендикуляра от точки K до дуги делим пополам и через точку деления проводим прямую параллельно хорде $B''C''$. Отрезок $1''7''$ делим на некоторое число равных между собой частей и через точки деления проводим горизонтальные плоскости, дающие в сечении с поверхностью вращения параллели. Построение развертки начинается со средней линии – прямой $S''E_0$. На $S''E_0$ отложены отрезки 1_02_0 , 2_03_0 , ..., равные соответственно отрезкам $1''2''$, $2''3''$, ..., при помощи проведения дуг из точки S'' радиусами $S''1''$, $S''2''$, ... На этих дугах от точек 1_0 , 2_0 , ... откладываем длины дуг горизонтальных проекций параллелей развертываемой доли поверхности (например, $7_0M_0 = C''M''$ и $7_0N_0 = C''N''$).

ВОПРОСЫ К ГЛАВЕ XI

1. Укажите приемы построения разверток цилиндрических и конических поверхностей.
2. Как построить развертку боковой поверхности усеченного конуса, если нельзя построить этот конус до полного?
3. Как построить условную развертку сферической поверхности?