

окружность в пространстве расположена в горизонтальной плоскости, или во фронтальной, или в профильной.

Переходя, далее, к диметрической проекции (2-е и 3-е положения на рис. 472), следует обратить внимание на то, что плоскость диметрических проекций наклонена под одним и тем же углом только к двум координатным осям, а именно к Ox и к Oz . Поэтому даны два положения (2-е и 3-е): в первом окружность рассматривается в плоскости xOy (это распространяется и на случай расположения окружности в плоскости yOz), во втором положении окружность рассматривается в плоскости xOz .

Руководствуясь значениями $\cos \varphi$ во 2-м положении: $\cos \varphi_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ и в 3-м положении: $\cos \varphi_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$, получим

$$\cos \sigma_1 = \sqrt{1 - \frac{8}{9}} = \sqrt{\frac{1}{9}} \approx 0,33$$

и

$$\cos \sigma_2 = \sqrt{1 - \frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3} \approx 0,88,$$

а в пересчете на приведенные коэффициенты искажения $\approx 0,35$ и $\approx 0,94$.

§ 74. ПРИМЕРЫ ПОСТРОЕНИЙ В ИЗОМЕТРИЧЕСКОЙ И ДИМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИЯХ

Ниже приведены некоторые примеры построений в прямоугольных изометрической и диметрической проекциях.

1. Проекция сферы. На рис. 473 сверху дано изображение сферы в изометрической и диметрической проекциях.

В обоих случаях сфера показана с вырезом одной восьмой части. Окружности, представляющие собой очерк проекции, проведены: для изометрической проекции радиусом, равным

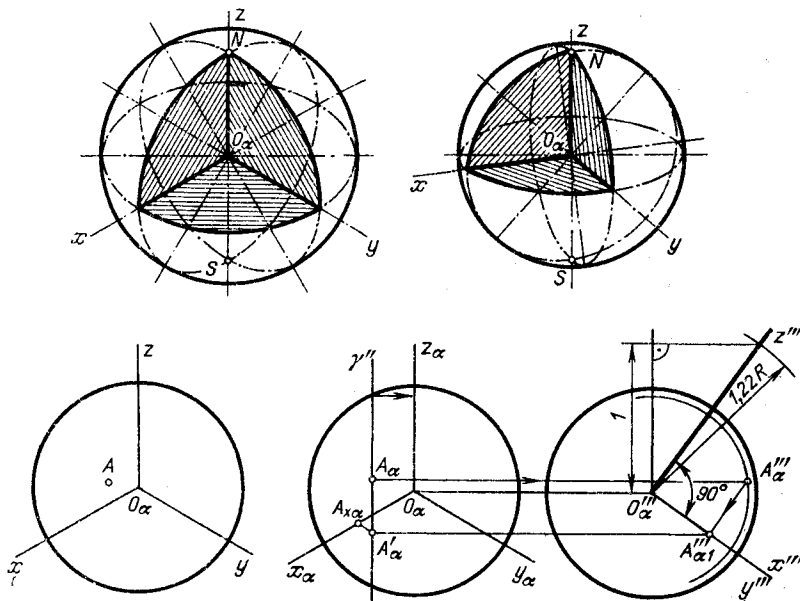


Рис. 473

$1,22R$, для диметрической проекции радиусом $1,06R$, где R – радиус сферы. Эллипсы в обоих случаях соответствуют экваториальному и двум меридиональным сечениям.

На рис. 473 внизу слева дано изображение сферы в изометрической проекции; на видимой стороне сферы дана точка A . Справа показано построение вторичной проекции A'_2 (см. рис. 449) и трехзвенной координатной ломаной линии $A_x A'_x A''_x O_x$, что дает возможность определить прямоугольные координаты точки A в пространстве. Построение выполнено в предположении, что плоскость изометрических проекций занимает фронтальное положение и что равнонаклоненные к ней оси x, y, z прямоугольных координат спроецированы не только на эту плоскость, но и на дополнительную профильную плоскость π_3 . Получается система плоскостей проекций α, π_3 и проекции A_x и A''_x заданной точки A , причем A''_x получена при помощи сечения сферы пл. γ . Вторичная проекция точки A также изображена двумя проекциями: A''_{α_1} и A'_2 .

2. Линии пересечения цилиндра и конуса плоскостью. На рис. 474 и 475 показано построение в изометрической проекции линий пересечения цилиндра и конуса фронтально-проецирующими плоскостями¹⁾. В рассматриваемых случаях линии пересечения представляют собой эллипсы.

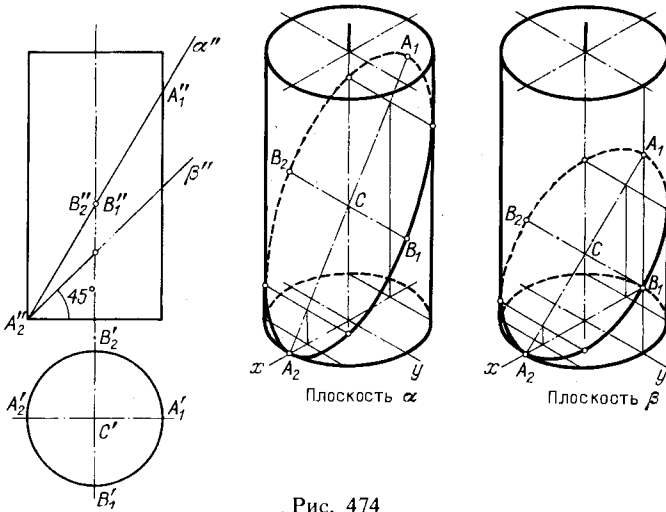


Рис. 474

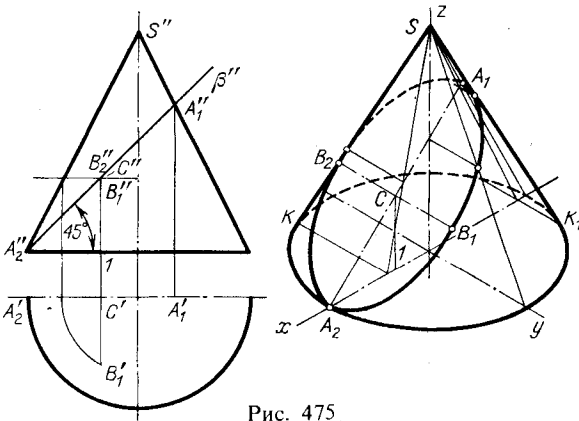


Рис. 475

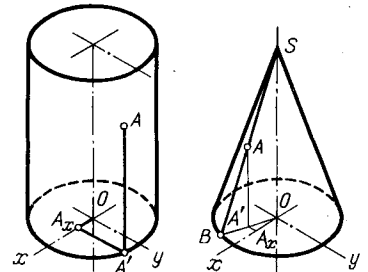


Рис. 476

Прежде всего, руководствуясь чертежом, наносим по координатам точек A_1 и A_2 линии наклона плоскостей α и β . Для построения точек эллипсов берем вспомогательные секущие плоскости: для цилиндра – параллельно его образующим и плоскости yOz , для конуса – про-

¹⁾ Построение выполнено в приведенных коэффициентах искажения.

ходящие через его вершину параллельно оси u . Эти плоскости задаются их следами, параллельными оси u , на плоскостях оснований цилиндра и конуса.

При таком выборе вспомогательных плоскостей прямые, по которым они пересекаются с плоскостями α и β , получаются параллельными оси u . В пересечении этих прямых с образующими цилиндра и конуса получаются точки эллипса.

В первую очередь следует найти такие характерные точки, как отмеченные на чертежах буквами A_1, A_2, B_1 и B_2 , а также получаемые на очерковых линиях изометрической проекции. Малая полуось получаемого в сечении эллипса, равная $C'B_1$, сохраняет свою величину и в изометрической проекции ($C'B_1 = CB_1$). Но свое значение малой оси для эллипса в изометрической проекции отрезок B_1B_2 сохраняет лишь при пл. β , т. е. при указанном на рисунке угле наклона этой плоскости, равном 45° .

Действительно, в этом случае отрезок B_1B_2 будучи параллельным оси u , остается и в изометрической проекции перпендикулярным к A_1A_2 ; следовательно, отрезки A_1A_2 и B_1B_2 сохраняют свое значение осей эллипса. В случае же иного наклона плоскости, как это показано на цилиндре для пл. α , отрезки A_1A_2 и B_1B_2 в изометрической проекции не являются осями эллипса, а лишь его сопряженными диаметрами.

3. Построение координатных отрезков для точки, заданной на поверхности цилиндра и конуса вращения в аксонометрической проекции. На рис. 476 даны примеры для цилиндра и конуса в изометрической проекции. Во всех случаях начало координат взято в центре основания (точка O).

Через заданную на цилиндре точку A проведена прямая параллельно оси z , и из вторичной проекции A' проведена прямая параллельно оси u до пересечения с осью x . Отрезки OA_x, A_xA' и $A'A$ позволяют определить координаты точки A в данной системе осей координат.

Через заданную на конусе точку A проведена образующая и построена вторичная проекция (OB) этой образующей. Проводя из точки A перпендикуляр до пересечения с OB , получаем вторичную проекцию точки A . Дальнейшее ясно из чертежа.

На рис. 477 показано построение координатных отрезков для точки, заданной на поверхности усеченного конуса вращения в изометрической проекции (рис. 477, а). Положим, что мы имеем сечение конуса плоскостью, проходящей через ось

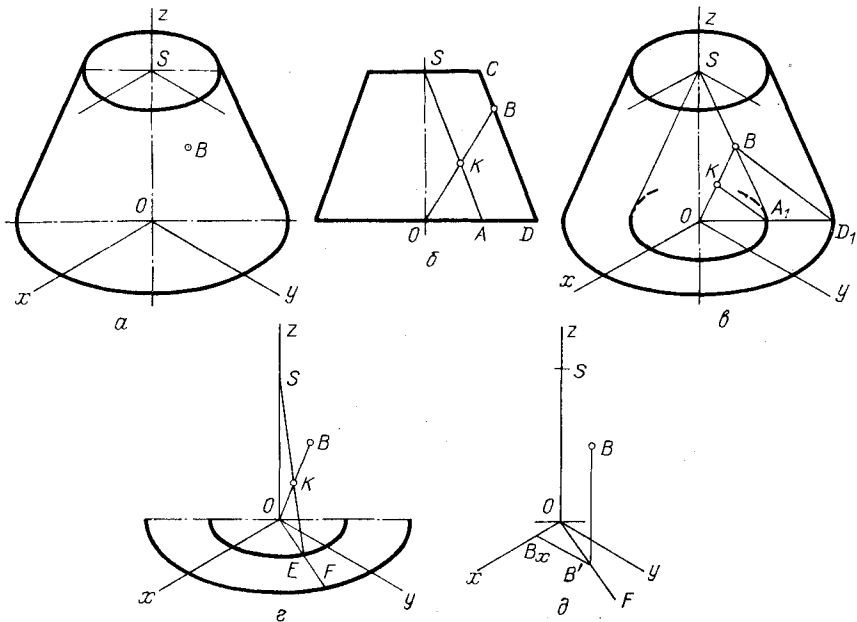


Рис. 477

конуса и точку B (рис. 477, б). В полученной трапеции проведена прямая $SA \parallel CD$ и пересекающая ее в точке K прямая OB . Получаем $OK : KB = OA : AD$. Но эта пропорция сохраняется в изометрической проекции. Построим конус с вершиной в точке S и с образующей, параллельной образующей усеченного конуса (рис. 477, в). От-

ношение $OA_1 : A_1D_1$ повторяет отношение $OA : AD$, содержащееся в указанной выше пропорции. Теперь можно получить точку K на OB на рис. 477, в. Образующая, проведенная через точки S и E , определяет точку K (рис. 477, г) и проекцию OF образующей, на которой находится точка B . Отсюда мы получаем возможность получить вторичную проекцию B' (рис. 477, д) и координатные отрезки BB' , $B'B_x$ и OB_x , определяющие координаты z , y и x .

Указанное построение дается на случай, если нельзя достроить усеченный конус до полного. Если достроить можно, то построение производится, как показано для конуса на рис. 477, б.

4. Примеры построения линий пересечения цилиндрических и конических поверхностей вращения между собой. Линии пересечения строят по точкам; эти точки находят или по их координатам, взятым с ортогональных проекций, или способом вспомогательных секущих плоскостей непосредственно в аксонометрических проекциях. Последнее показано на рис. 478, а — г.

Вспомогательные секущие плоскости пересекают данные цилиндры и конусы по образующим линиям. На рис. 478, а оси цилиндров пересекаются, на рис. б) скрещиваются. Если на рис. а) точки A и A_1 определялись при помощи секущей плоскости, проходящей через оси обоих цилиндров, то на рис. б) надо учесть смещение на

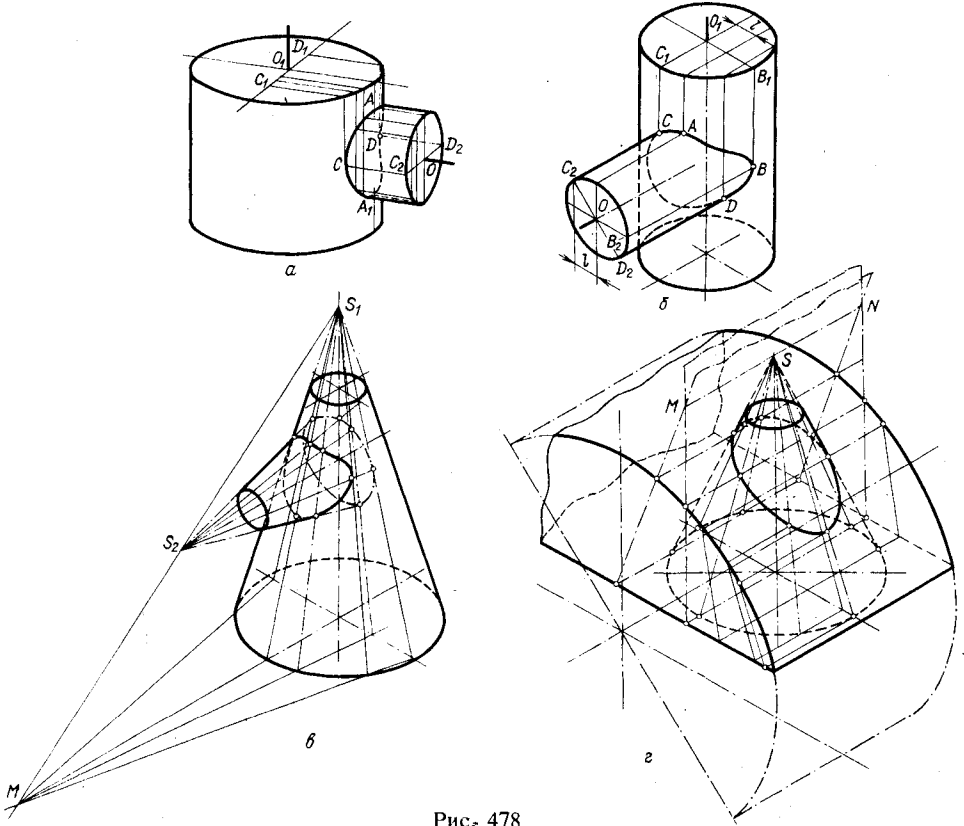


Рис. 478

1¹). На рис. 478, в секущие плоскости проходят через прямую S_1S_2 , а их следы на плоскости основания конуса с вершиной S_1 проходят через след прямой S_1S_2 на этой плоскости. На рис. 478, г плоскости проходят через прямую MN , проведенную через вершину конуса — точку S — параллельно образующей цилиндра.

¹) Разметка точек буквами произведена лишь для пояснений.

5. Построение точек касания окружности — очерка проекции сферы — с эллипсом — проекцией окружности, получаемой на сфере при пересечении ее плоскостью. На рис. 479, а показана сфера, срезанная тремя плоскостями — профильной (γ), горизонтальной (δ) и фронтально-проецирующей (β). По этому чертежу построена изометрическая проекция (рис. 479, б) в приведенных коэффициентах искажения. Эллипс m построен так, как было показано на рис. 469, а эллипс n — как на рис. 465. Проекция сферы дана очерком — окружностью радиуса равного $1,22R$. Эта окружность касается эллипса m в точке K , эллипса n — в точке L .

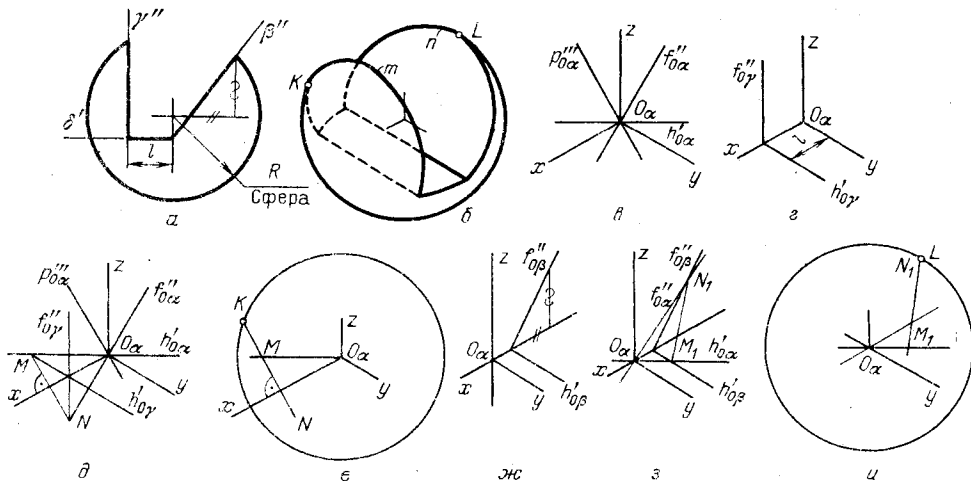


Рис. 479

Рассмотрим, как найдена точка K . Она получена на окружности — очерке проекции сферы, т. е. в плоскости изометрической проекции (а), и в то же время на эллипсе m , т. е. в пл. γ , перескающей сферу. Но если точка принадлежит одновременно двум плоскостям, то она принадлежит линии пересечения этих плоскостей.

Плоскость изометрической проекции, как известно, равнонаклонна к π_1 , π_2 и π_3 . Треугольник следов этой плоскости равносторонний (см. рис. 457). Отнеся пл. α к точке O_α , т. е. к началу осей и центру сферы, получим положение следов, указанное на рис. 479, в.

Пл. γ в системе тех же осей изобразится в следах, как показано на рис. 479, г. Совместим рис. в) и г) и построим линию пересечения плоскостей α и γ (рис. 479, д): прямая MN проходит через точку M пересечения горизонтальных следов параллельно следу $r''_{\alpha\gamma}$, так как $\gamma \parallel \pi_3$ (при этом $r''_{\alpha\gamma} \perp O_\alpha x$, следовательно, $MN \perp O_\alpha x$).

Теперь остается найти точку K в пересечении прямой MN с окружностью — изометрической проекцией сферы (рис. 479, е).

Для определения положения точки L (см. рис. 479, б) надо изобразить в системе изометрических осей фронтально-проецирующую пл. β (рис. 479, ж), а затем найти прямую пересечения плоскостей α и β (рис. 479, з), эта прямая проходит через точку M_1 пересечения следов $h''_{\alpha\beta}$ и $h''_{\beta\gamma}$, и через точку N_1 пересечения следов $f''_{\alpha\beta}$ и $f''_{\alpha\gamma}$. Искомая точка L получается в пересечении прямой M_1N_1 с окружностью — изометрической проекцией сферы (рис. 479, и).

§ 75. НЕКОТОРЫЕ КОСОУГОЛЬНЫЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

Из числа косоугольных аксонометрических проекций остановимся прежде всего на часто применяемой проекции, получаемой на плоскости, параллельной пл. π_2 . Если плоскость аксонометрических проекций α параллельна пл. π_2 , то не следует направление проецирования выбирать параллельно пл. π_3 , так как проекции координатных осей займут положение, при котором аксонометрическое изображение получается мало наглядным. Направление проецирования следует выбрать так, чтобы проекции координатных осей на пл. α располагались, как указано на рис. 480. При этом отрезки по осям x и z проецируются без искажения, равно как и самый