

Решение. Так как заданные плоскости являются профильно-проецирующими, то линия их пересечения MN (рис. 73, б) параллельна оси x . Чтобы найти эту прямую, надо построить одну принадлежащую ей точку. Вводим (рис. 73, б и в) вспомогательную плоскость S и строим линии пересечения ее с пл. P (1—2) и Q (3—4). Эти линии, пересекаясь, дают точку $M (m', m)$, общую для пл. P и Q . Через m' и m проводим проекции искомой прямой $m'n'$ и mn параллельно оси x . В качестве вспомогательной плоскости можно использовать и профильную плоскость проекций (рис. 73, б и г): линия MN проходит через точку пересечения следов P_w и Q_w .

76. Построить линию пересечения плоскостей треугольника ABC и четырехугольника $DEFG$ (рис. 74), пользуясь профильной плоскостью проекций и не пользуясь ею. Определить видимость плоскостей.

§ 13. Пересечение прямой с плоскостью общего положения

77*, Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью, заданной треугольником CDE (рис. 75, а).

Решение. Как известно, для нахождения точки пересечения прямой с плоскостью общего положения следует через прямую провести вспомогательную плоскость (R), построить линию пересечения этой плоскости с заданной (1—2) и найти

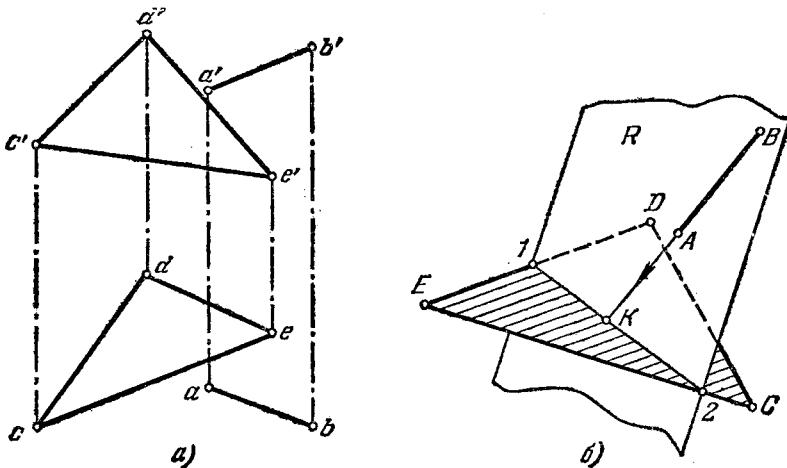


Рис. 75а, б.

точку пересечения (K) заданной и построенной прямых. Точка K является искомой точкой пересечения прямой с плоскостью (рис. 75, б). В качестве вспомогательной плоскости обычно используют горизонтально- или фронтально-проецирующую плоскость.

На рис. 75, б через прямую AB проведена фронтально-проецирующая плоскость R , ее след R_p совпадает с $a'b'$. Горизонт. след плоскости в данной задаче не нужен и поэтому не показан.

Строим линию пересечения плоскости R и плоскости, заданной треугольником CDE (пример такого построения см. в задаче 67). Построив линию 1—2 (рис. 75, б), находим точку пересечения ее с прямой AB — точку $K (k, k')$.

Для определения участков прямой AB , которые будут закрыты треугольником, следует воспользоваться анализом положения точек на скрещивающихся прямых.

Например, точки **1** и **3** находятся на скрещивающихся прямых (соответственно) ED и AB . Фронтальные проекции этих точек совпадают, т. е. точки **1** и **3** одинаково удалены от пл. H . Но расстояния их от пл. V различны: точка **3** находится дальше от пл. V , чем точка **1**. Поэтому по отношению к пл. V точка **3** закрывает точку **1** (направление взгляда указано стрелкой s). Следовательно, прямая AB проходит перед треугольником CDE до точки K . Начиная же от точки K влево прямая AB закрывается треугольником, и поэтому этот участок прямой показан штриховой линией.

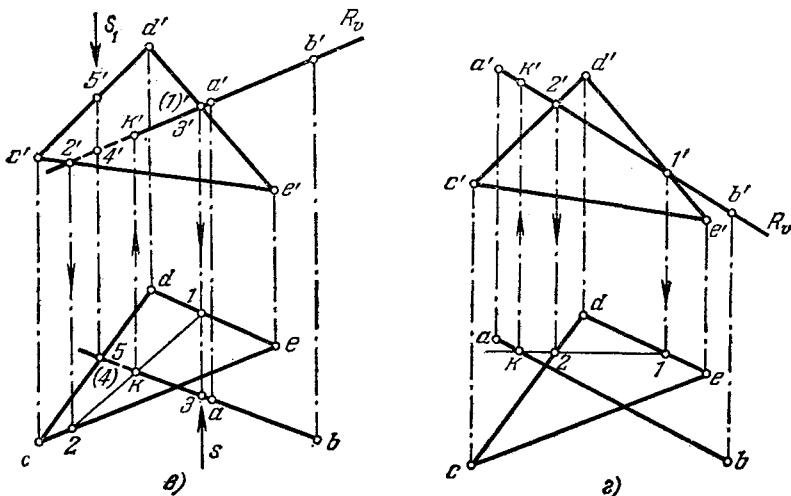


Рис. 75в, г.

Для выявления невидимого участка на горизонте проекции прямой AB рассмотрим точки **4** и **5**, лежащие соответственно на прямых AB и CD .

Если смотреть на эти точки по направлению s_1 , мы видим сначала точку **5**. Точка **4** закрывается точкой **5**. Следовательно, прямая AB в этом месте закрыта треугольником CDE , и участок ее проекции от точки k до точки **4** должен быть показан штриховой линией. В данном случае точка K оказалась внутри контура треугольника CDE .

При ином взаимном расположении пересекающихся элементов возможен случай, когда точка K окажется вне треугольника (рис. 75, г). Это означает, что прямая AB пересекает плоскость, заданную треугольником CDE , вне контура этого треугольника. AB становится невидимой за точкой K (влево).

78. Найти точки пересечения прямой AB с гранями пирамиды (рис. 76). Границы пирамиды следует рассматривать как плоскости, заданные треугольниками.

79. Найти точки пересечения прямой AB с гранями призмы (рис. 77). Границы призмы следует рассматривать как плоскости, заданные параллельными прямыми.

80*. Найти точки пересечения прямой AB с плоскостью P (рис. 78, а).

Решение. Проводим через прямую AB (рис. 78, б и в) фронтально-проецирующую плоскость R (ее след R_v совпадает с $a'b'$) и строим линию MN пересечения обеих плоскостей — заданной и проведенной через AB (построение подобно выполненному в задаче 70). Искомая точка $K(k, k')$ пересечения прямой AB с плоскостью P находится в точке пересечения MN с AB .

В данной задаче видимость участка прямой от точки A до K очевидна; однако в более сложных случаях следует видимый участок прямой определять на основании

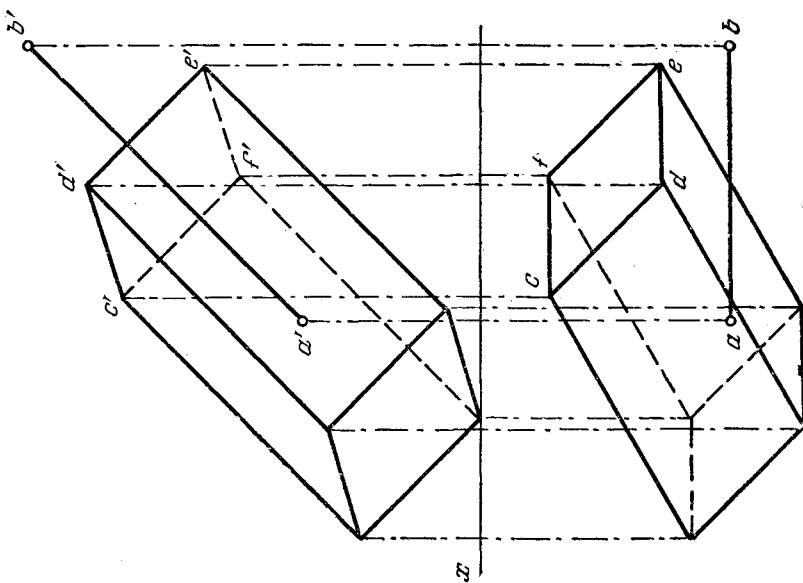


Рис. 77.

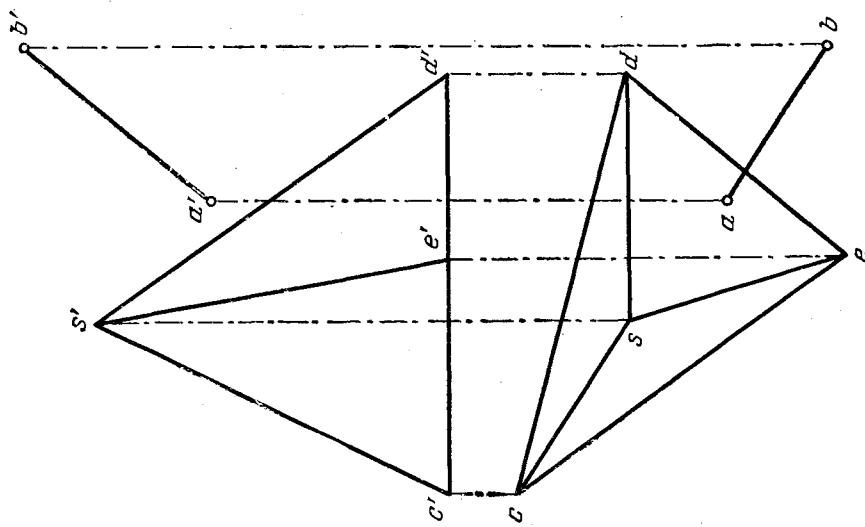


Рис. 76.

анализа положения точек. Например, взяв точку I (на прямой AB) и точку N (на следе P_v), видим, что точка I располагается дальше относительно пл. V , чем точка N . Следовательно, прямая AB до точки K видима. За точкой K прямая показана штриховой линией — она невидима. Аналогично определяется видимость на горизонт. проекции.

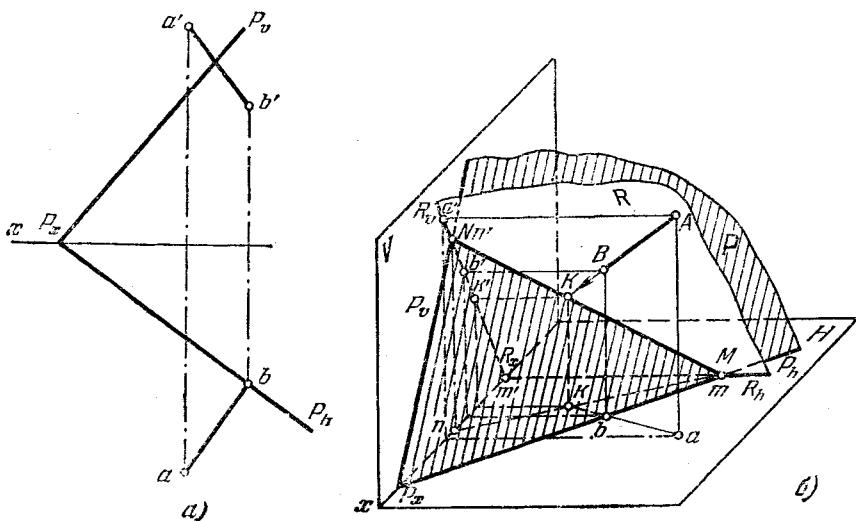


Рис. 78а, б.

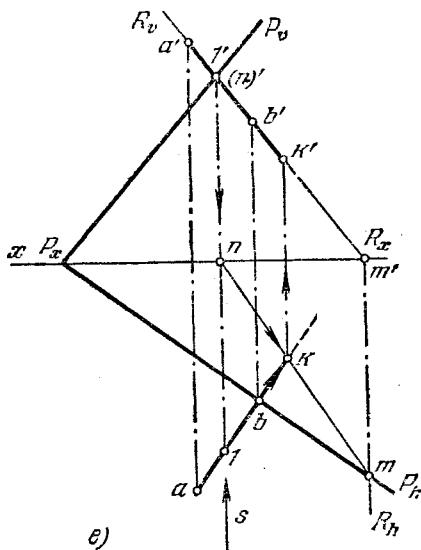


Рис. 78в.

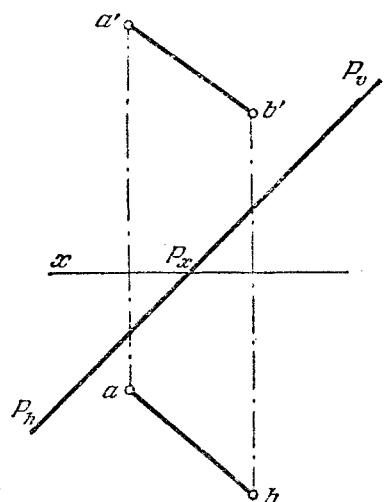
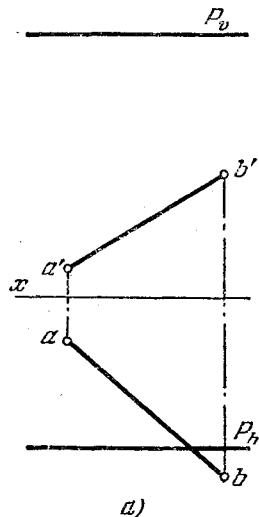


Рис. 79.

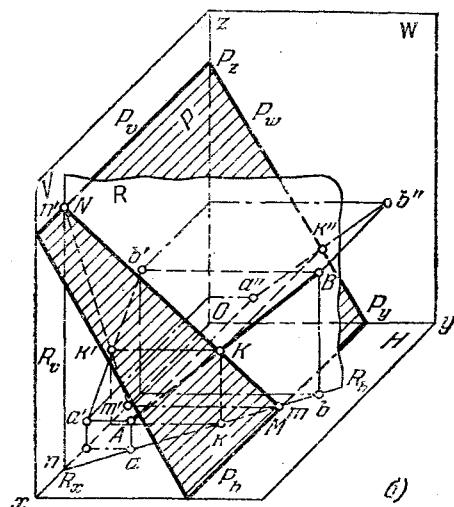
81. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью P (рис. 79).

82*. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью P (рис. 80, а).

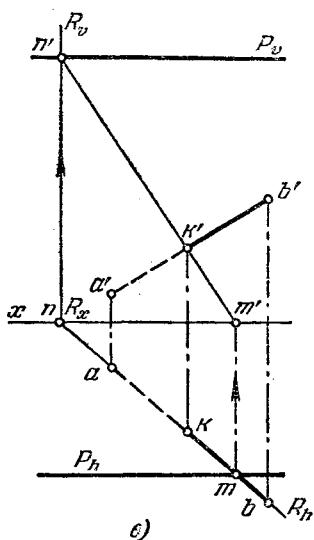
Решение. Через прямую AB проводим горизонтально-проецирующую плоскость R (след R_h совпадает с ab) и строим линию пересечения плоскостей P и R .



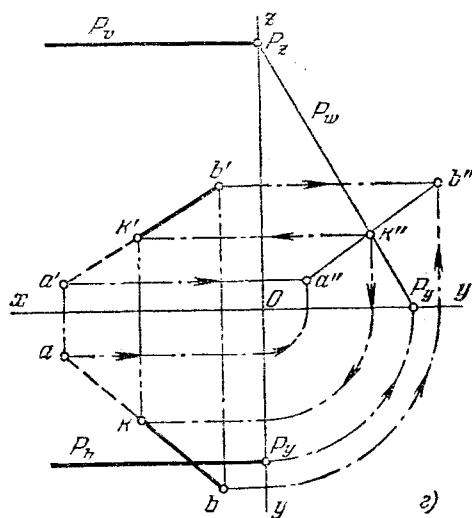
а)



б)



в)



г)

Рис. 80а—г.

используя точки M и N пересечения их одноименных следов (рис. 80, б и в). Искомая точка (k', k) находится в точке пересечения MN с AB . На рис. 80, г точка K построена с помощью пл. W . Так как пл. P профильно-проецирующая (рис. 80, б),

то профильная проекция k'' лежит в точке пересечения следа P_w с $a''b''$. Зная k'' , строим k' на $a'b'$ и k на ab . Видимые участки прямой AB определяются так же, как в задачах 77 и 80.

83. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью P (рис. 81).

84*. Найти точку пересечения прямой AB с плоскостью, заданной треугольником CDE (рис. 82, а).

Решение. Через прямую AB проводим (рис. 82, б и в) пл. R , параллельную пл. W . Она пересекает заданную плоскость по прямой MN (точки m' , n' , m и n лежат на пересечении следов R_v и R_h с одноименными проекциями соответствующих сторон

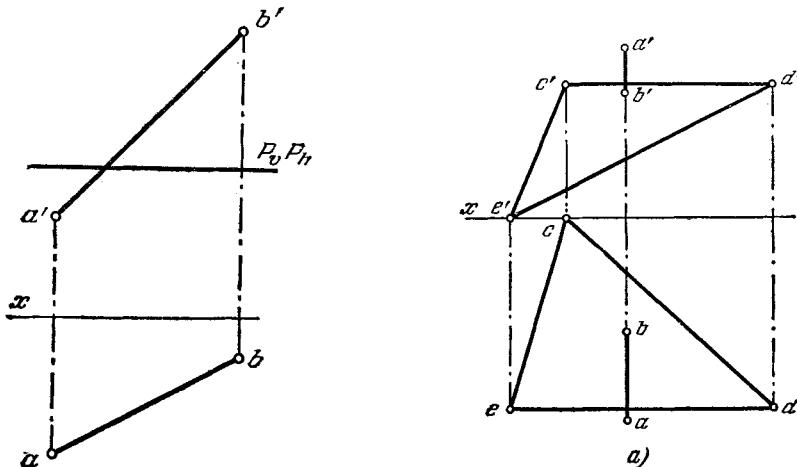


Рис. 81.

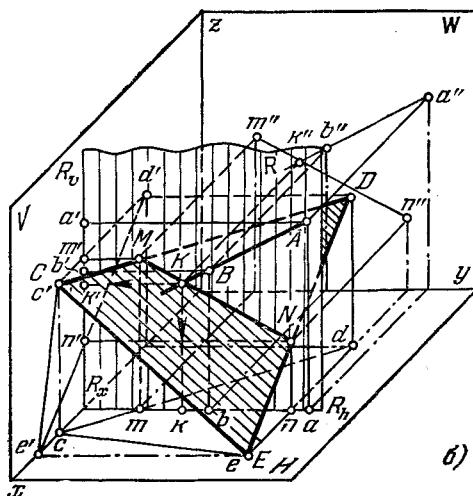


Рис. 82а, б.

треугольника CDE). Так как прямые AB и MN профильные, то для нахождения точки (K) их пересечения строим профильные проекции $a''b''$ и $m''n''$. Проекция k'' находится на пересечении $a''b''$ и $m''n''$. По k'' строим k' на $a'b'$ и k на ab .

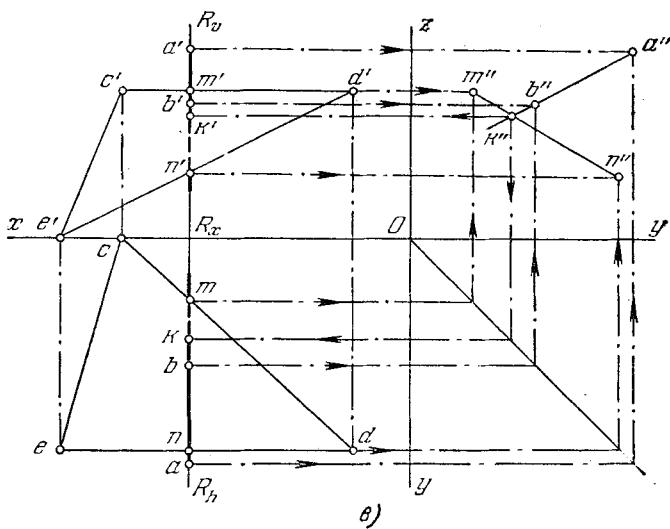


Рис. 82в.

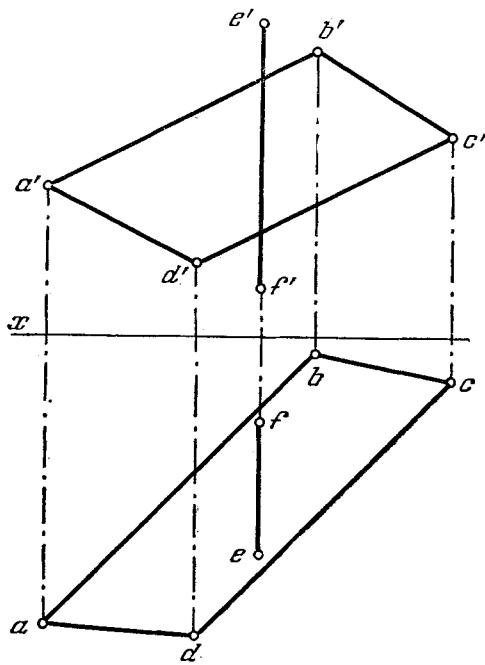


Рис. 83.

85. Найти точку пересечения прямой EF с плоскостью, заданной четырехугольником $ABCD$ (рис. 83).