

## ГЛАВА IV

### ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ И ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

#### § 15. Параллельность прямой и плоскости и двух плоскостей

**92\***. Через точку  $A$  провести какую-либо прямую, параллельную плоскости треугольника  $BCD$  (рис. 90, а).

**Решение.** Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости. Поэтому через точку  $A$  можно провести неопределенное число прямых, параллельных данной плоскости. Например, проведя (рис. 90, б)

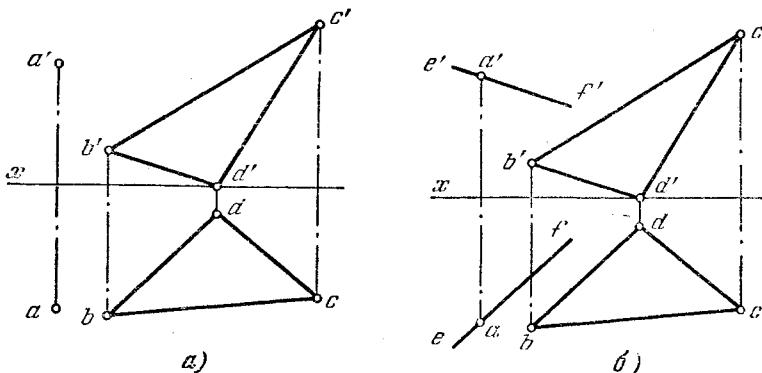


Рис. 90а, б.

через точку  $a'$  прямую  $e'f'$  параллельно  $b'd'$  и через  $a$  прямую  $ef$  параллельно  $bd$ , мы получаем проекции прямой  $EF$ , параллельной стороне треугольника  $BD$ , а следовательно, и его плоскости. Выбор прямой  $BD$  был произволен.

**93\***. Через точку  $A$  провести какую-либо прямую, параллельную пл.  $P$  (рис. 91, а).

**Решение.** Строим (рис. 91, б) проекции  $mn$  и  $m'n'$  некоторой прямой  $MN$ , лежащей в пл.  $P$ . Затем через  $a'$  проводим фронт. проекцию  $b'c'$  параллельно  $m'n'$ ,

а через  $a$  горизонт. проекцию  $b$  с параллельно  $m'n$ . Прямая  $BC$  параллельна прямой  $MN$ , а следовательно, и плоскости  $P$ .

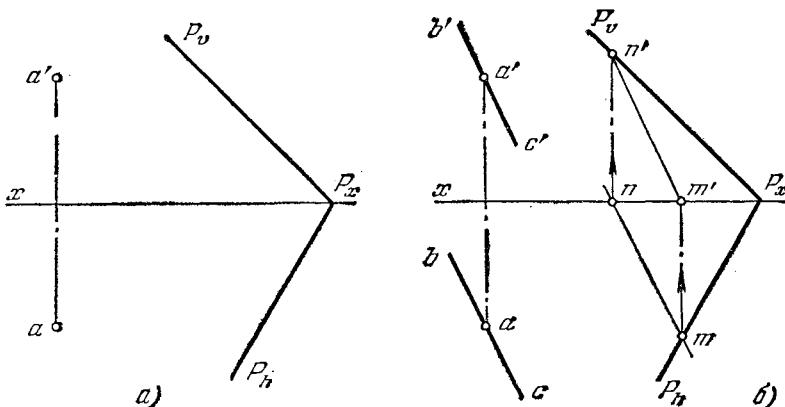


Рис. 91а, б.

**94\***. Определить, параллельна ли прямая  $AB$  плоскости  $P$  (рис. 92, а).

**Решение.** Для определения, параллельна ли прямая  $AB$  пл.  $P$ , надо попытаться провести в этой плоскости прямую, параллельную данной. На рис. 92, б про-веден фронт. проекция  $c'd'$  параллельно  $a'b'$ . Строим горизонт. проекцию  $cd$ ,

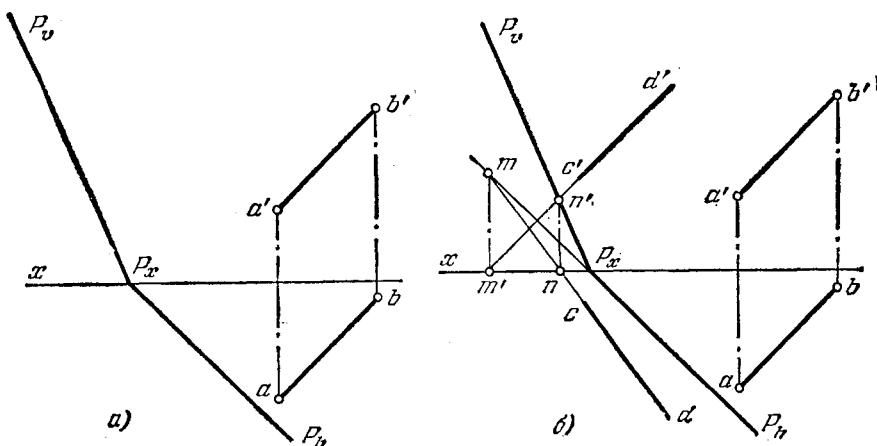


Рис. 92а, б.

соблюдая условие, что прямая  $CD$  должна лежать в пл.  $P$ . Так как построенная проекция  $cd$  оказалась не параллельной  $ab$ , то прямые  $AB$  и  $CD$  не параллельны, а это значит, что прямая  $AB$  и пл.  $P$  также не параллельны.

Можно было начать с проведения горизонт. проекции некоторой прямой параллельно  $ab$ , построить ее фронт. проекцию, придерживаясь условия, что эта прямая должна лежать в пл.  $P$ , и сопоставить построенную фронт. проекцию с  $a'b'$ .

**95.** Определить, параллельна ли прямая  $AB$

а) плоскости, заданной двумя параллельными прямыми  $CD$  и  $EF$  (рис. 93, а),

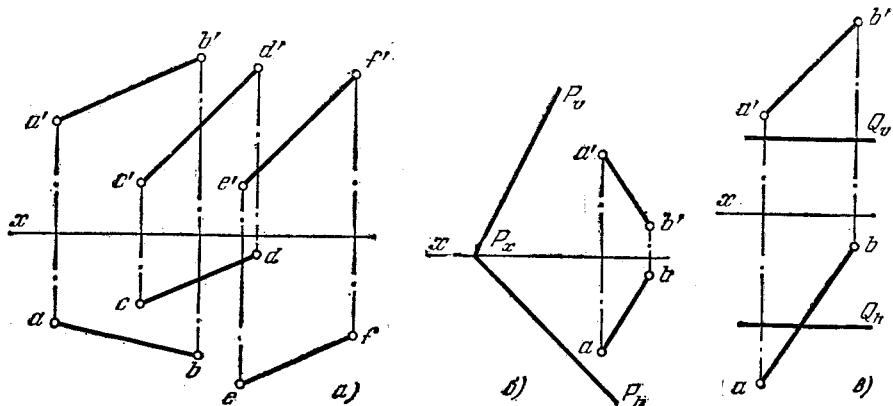


Рис. 93а—в.

б) плоскости  $P$  (рис. 93, б),

в) плоскости  $Q$  (рис. 93, в).

**96\*.** Провести через точку  $A$  плоскость параллельно плоскости, заданной точками  $B, C$  и  $D$  (рис. 94, а).

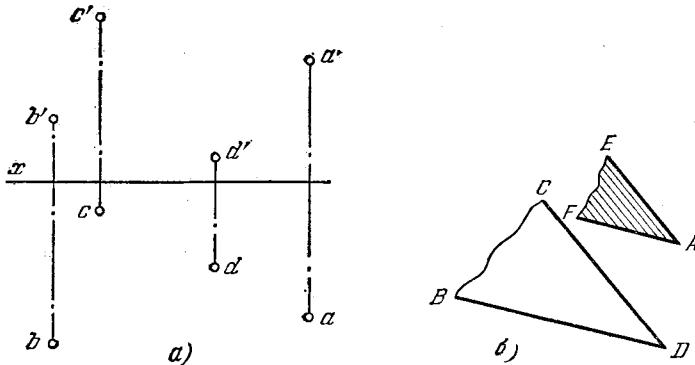


Рис. 94а, б.

**Решение.** Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной из них соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости (рис. 94, б).

Для построения искомой плоскости проводим в заданной плоскости две пересекающиеся прямые  $BD$  и  $CD$  (рис. 94, б и в). Затем через  $a'$  проводим  $a'f'$  параллельно  $b'd'$  и  $a'e'$  параллельно  $c'd'$ , а через  $a$  проводим  $af$  параллельно  $bd$  и  $ae$  параллельно  $cd$ . Прямые  $AF$  и  $AE$  параллельны прямым  $BD$  и  $CD$ ; следовательно, параллельны между собой и определяемые ими плоскости.

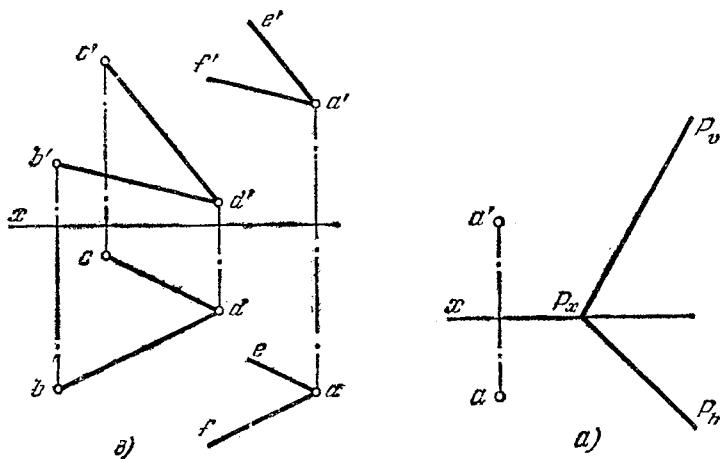


Рис. 94в.

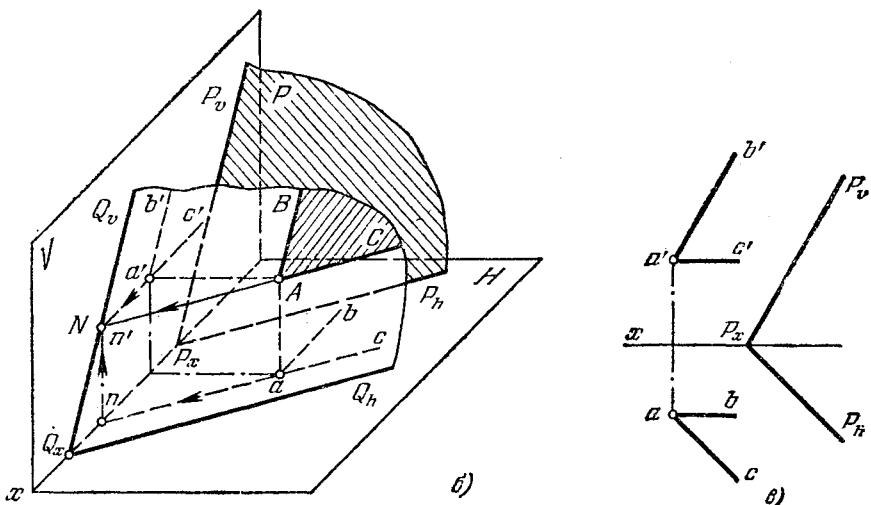


Рис. 95а—в.

**97\***. Через точку  $A$  (рис. 95, а) провести плоскость параллельно пл.  $P$ .

**Решение.** Как известно, горизонтали параллельных плоскостей параллельны между собой, параллельны между собой и фронтали. Также одноименные следы параллельных плоскостей соответственно параллельны между собой (рис. 95, в).

На рис. 95, в задаем искомую плоскость двумя прямыми — горизонталью  $AC$  и фронталью  $AB$ , для чего через  $a'$  проводим  $a'b'$  параллельно  $P_v$  и  $a'd'$  параллельно оси  $x$ , а через точку  $a$  проводим  $ac$  параллельно  $P_h$  и  $ab$  параллельно оси  $x$ . Так как след  $P_v$  есть одна из фронталей пл.  $P$ , а след  $P_h$  — одна из ее горизонталей, то получаем параллельность горизонталей и параллельность фронталей одной и другой плоскостей, т. е. параллельность этих плоскостей. На рис. 95, г показано построение для искомой плоскости ее следов  $Q_v$  и  $Q_h$ . Для их построения проводим через точку  $A$  горизонталь искомой плоскости параллельно  $P_v$  и следу  $P_h$  и находим фронт. след  $N(n, n')$  этой горизонтали. Теперь через  $n'$  проводим  $Q_v \parallel P_v$ , находим точку  $Q_x$  на оси  $x$  и проводим след  $Q_h$  параллельно  $P_h$ .

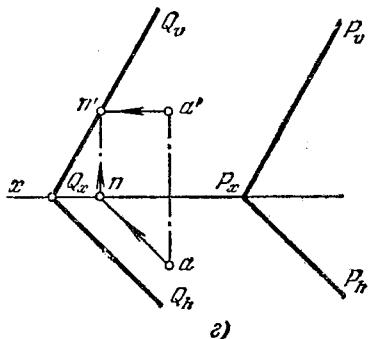


Рис. 95г.

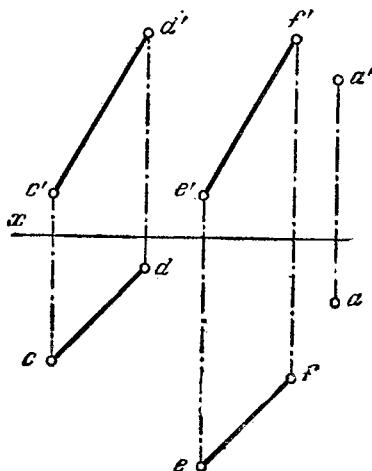


Рис. 96.

**98.** Через точку  $A$  (рис. 96) провести плоскость, параллельную плоскости, заданной параллельными прямыми  $CD$  и  $EF$ ; выразить искомую плоскость двумя пересекающимися прямыми.

**99.** Через точку  $A$  (рис. 97) провести плоскость параллельно пл.  $P$ ; выразить искомую плоскость ее следами.

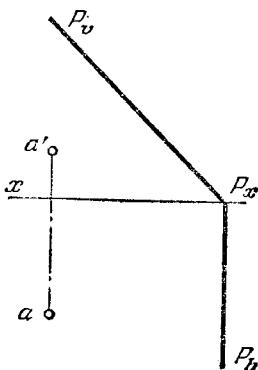


Рис. 97.

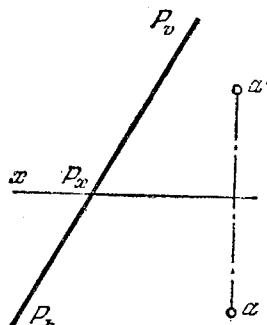


Рис. 98.

**100.** Через точку  $A$  (рис. 98) провести плоскость параллельно пл.  $P$ . Дать ответы: а) выразить пл. горизонталью и фронталью, б) следами.

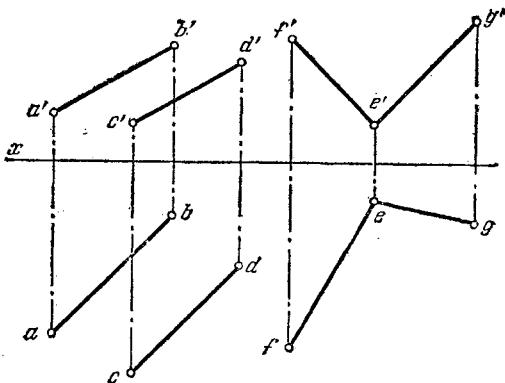


Рис. 99.

**101.** Определить, параллельны ли плоскости, из которых одна задана параллельными прямыми  $AB$  и  $CD$ , а другая — пересекающими прямыми  $EF$  и  $EG$  (рис. 99).

### § 16. Перпендикулярность прямой и плоскости и двух плоскостей

**102\*.** Провести через точку  $A$  перпендикуляр к плоскости, заданной прямыми  $AB$  и  $AC$  (рис. 100, а).

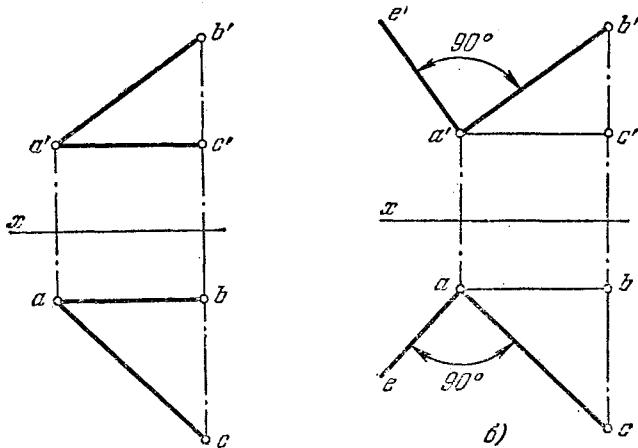


Рис. 100а, б.

**Решение.** Известно, что фронт. проекция перпендикуляра к плоскости перпендикулярна к фронт. проекции фронтали плоскости, а горизонтальная — к горизонту, проекции горизонтали плоскости. На чертеже (рис. 100, б) проводим фронт. проекцию перпендикуляра  $a'e'$  перпендикулярно к фронт. проекции фронтали  $a'b'$ , а горизонтальную его проекцию  $ae$  — перпендикулярно к проекции  $ac$  горизонтали.