

редственno угол  $\varphi$ , а угол  $\sigma$  (рис. 172, б) между перпендикулярами  $KM$  и  $KN$ , проведенными из какой-либо точки  $K$  на заданные плоскости. Найдя угол  $\sigma$ , получаем  $\varphi = 180^\circ - \sigma$ .

Такое решение отличается в своей сущности от решений по рис. 171, в и 171, г. Взяв некоторую точку  $K$  (рис. 172, в), проведем из нее перпендикуляры  $KN$  и  $KM$  соответственно к плоскости треугольника  $ABC$  и к пл.  $P$ ; из точки  $k'$  проводим  $k'n' \perp a'b'$  и  $k'm' \perp P_x$ , а из точки  $k - kn \perp ac$  и  $km \perp P_h$ . Таким образом получается угол с проекциями  $mkn$  и  $m'k'n'$  (угол  $\sigma$ ). Натуральная величина этого угла получена поворотом вокруг фронтали 1—2 (рис. 172, г). Так как получен острый угол, то можно

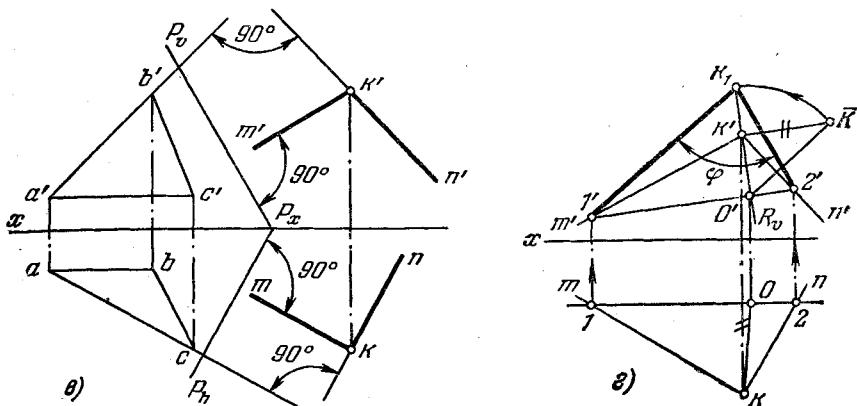


Рис. 172в, г.

считать, что он определяет искомый угол между заданными плоскостями, так как из смежных углов, полученных при взаимном пересечении двух плоскостей, угол между плоскостями считается острый.

**185.** Данна пирамида  $SABCD$  (см. рис. 154). Определить способом перемены плоскостей проекций углы между гранями  $SAB$  и  $SBC$ ,  $SBC$  и  $SCD$ ,  $SAD$  и  $SAB$ .

**186.** Дан параллелепипед (рис. 165). Определить углы между гранями  $CDHG$  и  $EFGH$ ,  $BCGF$  и  $CDHG$ .

## § 20. Смешанные задачи с применением способов преобразования чертежа

**187\*.** Поворотом вокруг прямой  $MN$  ввести точку  $A$  в пл.  $H$  (рис. 173, а).

**Решение.** Ось вращения — прямая  $MN$  — в данном случае параллельна пл.  $H$ . Поэтому плоскость вращения точки  $A$  является горизонтально-проецирующей. Ее след  $S_h$  (рис. 173, б) проходит через проекцию  $a$ . Точка  $A$  при повороте ее вокруг  $MN$  описывает в пл.  $S$  окружность, горизонт. проекция которой совпадает с  $S_h$ ; центр этой окружности находится в точке  $O$  пересечения оси вращения  $MN$  с пл.  $S$ . Так как пл.  $S$  составляет с пл.  $V$  острый угол, то проекция окружности, расположенной в пл.  $S$ , получится на пл.  $V$  в виде эллипса. Чтобы избежать построения этого эллипса, совместим пл.  $S$  и лежащие в ней точки  $O$  и  $A$  с пл.  $H$ . Это даст возможность изобразить дугу окружности, по которой перемещается точка  $A$ , без искажения. По условию

задачи точка  $A$ , находясь в пл.  $S$ , должна оказаться в пл.  $H$ ; следовательно, точка  $A$  должна получиться после поворота на следе  $S_h$  и совпасть со своей горизонт. проекци-

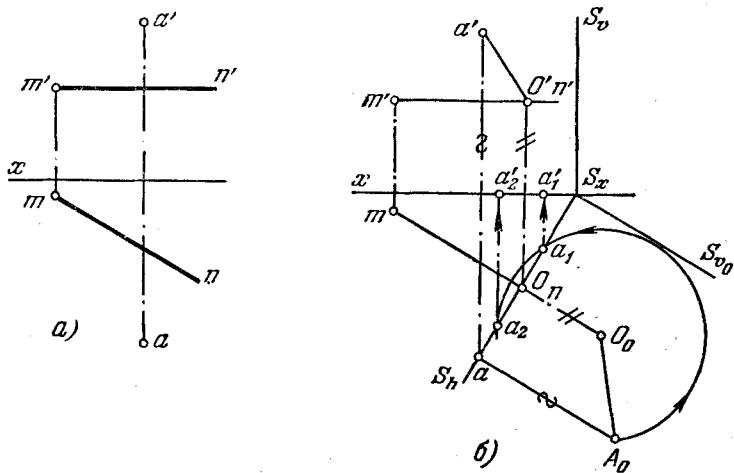


Рис. 173а, б.

ей. Поэтому, проведя дугу радиусом  $O_0A_0$ , получим точки  $a_1$  и  $a_2$  — горизонт. проекции точки  $A$ , приведенной в пл.  $H$ . По точкам  $a_1$  и  $a_2$  строим на оси  $x$  проекции  $a'_1$  и  $a'_2$ .

**188.** Поворотом вокруг прямой  $MN$  ввести точку  $A$  в пл.  $V$  (рис. 174).

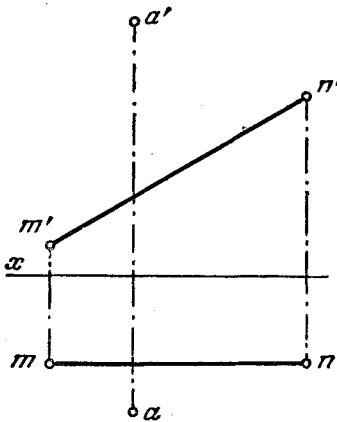


Рис. 174.

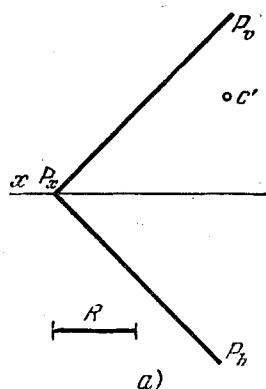
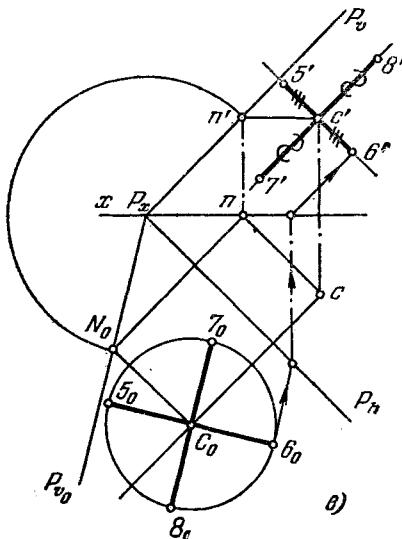
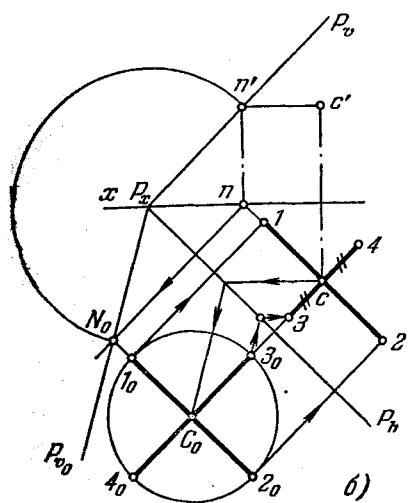


Рис. 175а.

**189\*.** Построить проекции окружности, расположенной в пл.  $P$  (рис. 175, а). Известна величина радиуса этой окружности ( $R$ ) и положение фронт. проекции ( $C'$ ) ее центра.

**Решение.** Прежде всего находим проекцию *с* центра окружности (при помощи горизонтали  $CN$ ). Точки  $c'$  и  $c$  будут центрами эллипсов — проекций окружности, расположенной в плоскости общего положения  $P$ .



На рис. 175, б показано построение осей эллипса — горизонт. проекции окружности. Большая ось расположена на горизонт. проекции горизонтали  $CN$  и равна  $2R$ . Положение малой оси также известно: она перпендикулярна к  $1—2$ . Для определения величины этой оси (а также малой оси фронт. проекции) применено смещение пл.  $P$  с пл.  $H$ , что дает возможность изобразить окружность без искажения. Ее диаметр  $I_0^2_0$  соответствует отрезку  $1—2$ , т. е. большой оси эллипса — горизонт. проекции окружности, а диаметр  $3_0^4_0$  — малой оси этого эллипса. Проведя через точку  $3_0$  фронталь плоскости  $P$  в ее совмещенном положении ( $\parallel P_{v0}$ ), а затем горизонт. проекцию этой фронтали, находим точку  $3$  и тем самым полуось  $c—3$ . Откладывая  $c—4 = c—3$ , получаем малую ось эллипса  $3—4$ .

Построение осей эллипса — фронт. проекций окружности — показано на рис. 175, в. Здесь также известно положение большой оси — она лежит на фронт. проекции горизонтали, проходящей через  $c'$ , — и величина этой оси ( $7'8' = 2R$ ). Малая ось перпендикулярна к  $7'8'$ . Величина же малой оси определяется при помощи диаметра  $b_0b_0$  окружности в ее совмещенном с пл.  $H$  положении: большой оси эллипса  $7'8'$  соответствует диаметр  $7_08_0$  окружности, а малой оси  $5'6'$  — диаметр  $b_0b_0$ , перпендикулярный к  $7_08_0$ . Проведя через  $b_0$  фронталь плоскости  $P$  до пересечения с  $P_H$ , находим затем

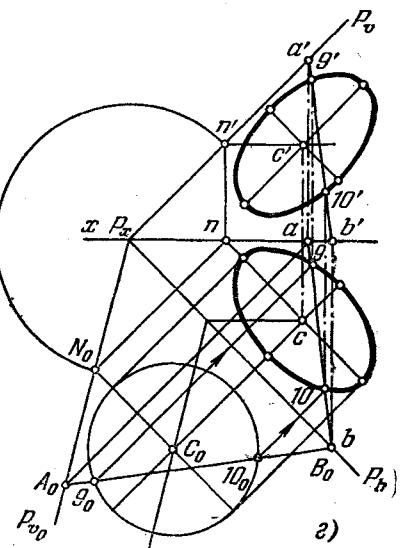


Рис. 175—г.

фронт. проекцию этой фронтали и на ней точку  $b'$  — конец малой оси эллипса. Откладывая  $c'5' = c'b'$ , получаем малую ось  $5'b'$ .

На рис. 175, г показано построение проекций некоторых точек окружности. Взяты точки  $9_0$  и  $10_0$  на прямой  $A_0B_0$ . Построив горизонт. и фронт. проекции этой прямой, находим сначала проекции  $9$  и  $10$ , а затем  $9'$  и  $10'$ .

Найдя ряд точек, проводим через них и через концы осей эллипсы — проекции окружности.

**190\***. Построить проекции окружности, расположенной в плоскости, заданной ее горизонталью  $BC$  и фронталью  $CE$  (рис. 176, а). Известны величина радиуса этой окружности и положение центра — точки  $C$ .

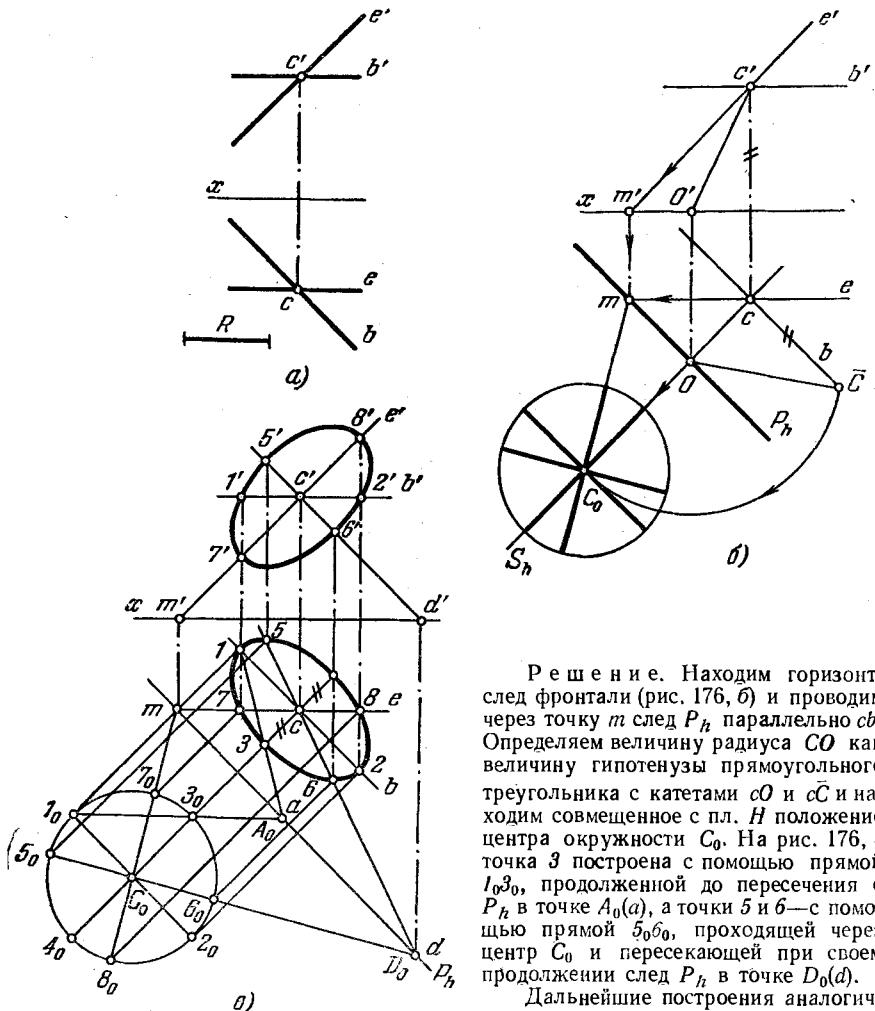


Рис. 176а—в.

**Решение.** Находим горизонт. след фронтали (рис. 176, б) и проводим через точку  $m$  след  $P_h$  параллельно  $cb$ . Определяем величину радиуса  $CO$  как величину гипотенузы прямоугольного треугольника с катетами  $cO$  и  $cC$  и находим совмещенное с пл.  $H$  положение центра окружности  $C_0$ . На рис. 176, в точка  $3$  построена с помощью прямой  $I_0\beta_0$ , продолженной до пересечения с  $P_h$  в точке  $A_0(a)$ , а точки  $5$  и  $6$  — с помощью прямой  $\beta_0\delta_0$ , проходящей через центр  $C_0$  и пересекающей при своем продолжении след  $P_h$  в точке  $D_0(d)$ .

Дальнейшие построения аналогичны выполненным на рис. 175, б и в. Они ясны из чертежа.

**191.** Построить проекции окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$  (рис. 177).

**192\*.** Плоскость, заданную треугольником  $ABC$ , повернуть вокруг оси  $OO_1$  так, чтобы точка  $K$  оказалась в этой плоскости (рис. 178, а).

**Решение.** Если точка  $K$  войдет в плоскость, то она окажется на одной из горизонталей этой плоскости, а именно на той, которая расположена на одном уровне с точкой  $K$  (рис. 178, б). Поэтому проводим через  $k'$  фронтальную проекцию горизонтали, находим точки  $l'$  и  $z'$ , а по ним точки  $l$  и  $z$  и проводим горизонтальную проекцию  $l-2$  горизонтали.

Теперь надо повернуть горизонталь так, чтобы она прошла через точку  $K$ . Для этого опускаем из точки  $O(O_1)$  перпендикуляр на  $l-2$  и радиусом  $O-3$  проводим дугу

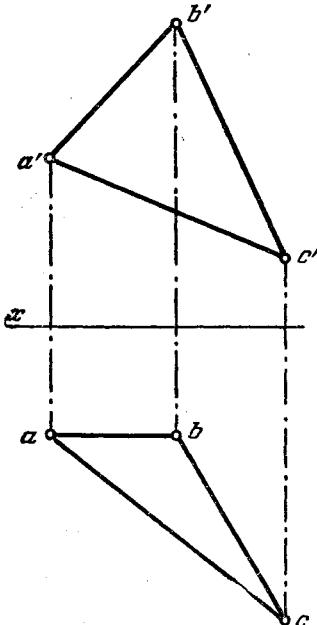
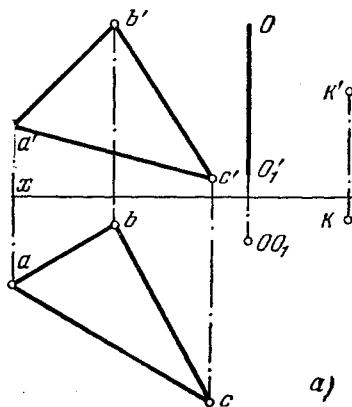


Рис. 177.



а)

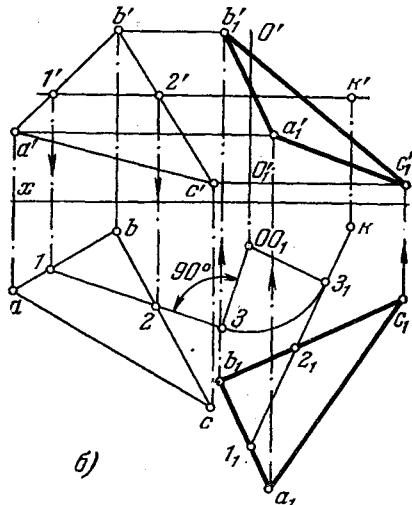


Рис. 178а, б.

окружности, по отношению к которой горизонтальная проекция горизонтали является касательной в любом положении при повороте плоскости вокруг данной оси  $OO_1$ . Поэтому, проведя из  $K$  касательную к этой окружности, мы определяем положение горизонтальной проекции горизонтали, на которой должна находиться точка  $K$  после требуемого поворота. Наносим на нее точки  $l_1$  и  $z_1$  ( $z_1 l_1 = l-3$  и  $l_1 z_1 = l-2$ ), а затем строим точки  $a_1, b_1$  и  $c_1$  на основании известного вывода, устанавливающего неизменность горизонтальной проекции фигуры по форме и по размерам при повороте вокруг оси, перпендикулярной к пл.  $H$ .

По проекции  $a_1 b_1 c_1$  строим проекцию  $a'_1 b'_1 c'_1$ . В положении  $A_1 B_1 C_1$  треугольник проходит через точку  $K$ .

Если из  $K$  провести вторую касательную к окружности, то получится второе решение. Предоставляем читателю найти это положение треугольника  $ABC$ .

**193.** Плоскость, заданную треугольником  $ABC$ , повернуть вокруг оси  $O_1O'$  так, чтобы точка  $K$  оказалась в этой плоскости (рис. 179).

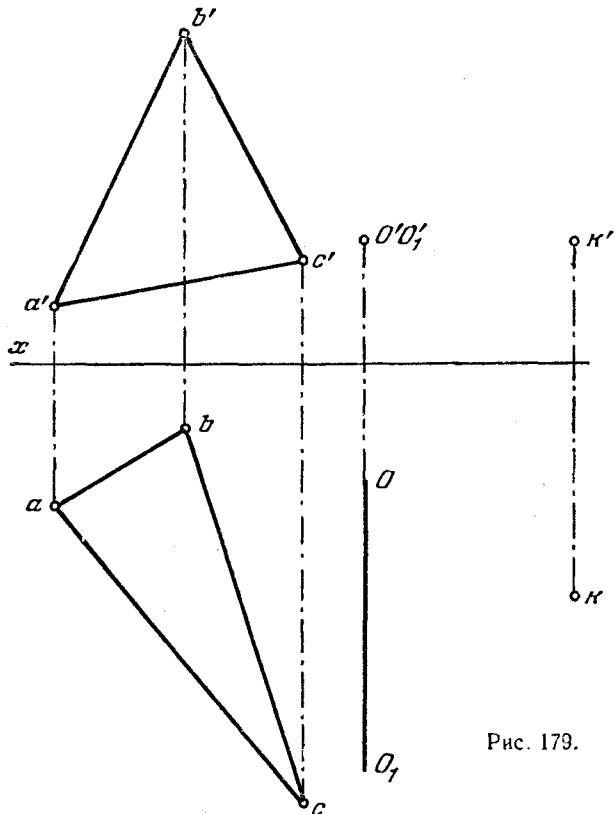


Рис. 179.

**194\***. Найти предельное положение осей, при котором еще возможно получить решение в задаче 192.

**Решение.** Положим, что плоскость, как и в задаче 192, задана треугольником (рис. 180, а), ось, вокруг которой надо повернуть плоскость, должна быть перпендикулярна к пл.  $H$  и точка  $K$  должна оказаться в плоскости треугольника.

Из рассмотрения рис. 180, б следует, что горизонт. проекция оси  $O_1O$ , должна быть расположена так, чтобы проекция  $k$  не оказалась внутри окружности с радиусом  $O-3$ , так как из точки  $k$  надо провести касательную к этой окружности. Следовательно, расстояние точки  $O$  от  $k$  должно быть не меньше расстояния этой же точки до прямой  $1-2$ .

Если провести  $k-3$  перпендикулярно к прямой  $1-2$  и разделить отрезок  $k-3$  пополам, то точка  $O$  может служить горизонт. проекцией оси, при повороте вокруг которой горизонт. проекция горизонтали  $1-2$  пройдет через точку  $k$  и, следовательно, точка  $K$  окажется в плоскости треугольника  $ABC$ . Очевидно, если взять еще какую-либо точку, расстояния которой до точки  $k$  и до прямой  $1-2$  равны, то и эта точка может быть принята в качестве горизонт. проекции оси, пригодной для решения поставленной задачи. Но все такие точки, расстояния которых до точки  $k$  и до прямой  $1-2$

равны между собой, принадлежат параболе с фокусом в точке  $k$  и директрисой в виде прямой  $1-2$ . Следовательно, предельное положение осей получается, если их горизонт. проекции образуют параболу, а самые оси представляют собою образующие параболического цилиндра. На рис. 180, б показано построение параболы с фокусом в точке  $k$  и с директрисой  $1-2$ . Если взять отрезок, например  $l_1$ , провести прямую параллельно  $1-2$  на расстоянии  $l_1$  и дугу радиуса  $l_1$  из точки  $k$ , то получатся две точки параболы. Вершина параболы — в точке  $O$ .

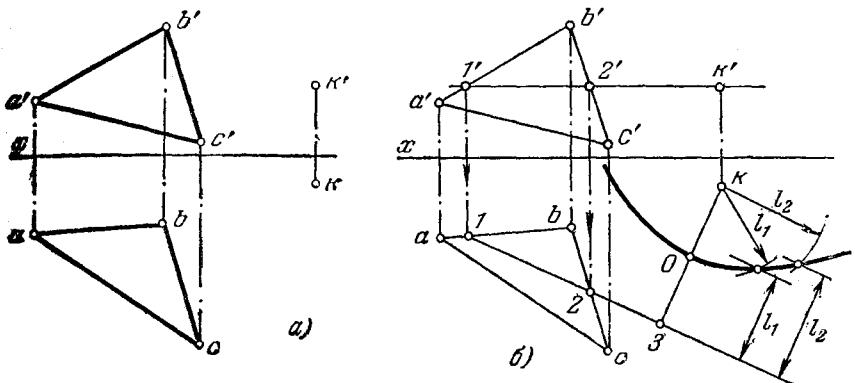


Рис. 180а, б.

Очевидно, оси, горизонт. проекции которых оказались бы внутри параболы, непригодны для соблюдения условия задачи 192. Если же взять оси вне параболического цилиндра, то за один оборот плоскости точка дважды окажется в ней..

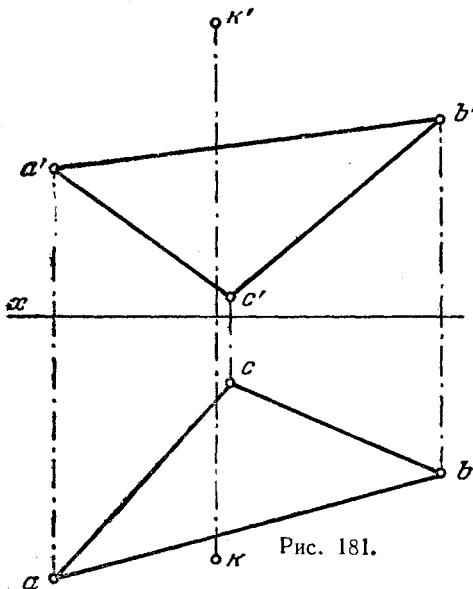


Рис. 181.

**195.** Найти предельное положение осей, перпендикулярных к пл.  $V$ , при повороте вокруг которых точка  $K$  окажется в плоскости, заданной треугольником  $ABC$  (рис. 181).

**196\***. Найти точку  $K$ , находящуюся внутри пирамиды и отстоящую от грани  $SAB$  на расстояние  $l_1$ , от грани  $SAC$  — на  $l_2$ , от грани  $ABC$  (основание пирамиды) — на  $l_3$  (рис. 182, а).

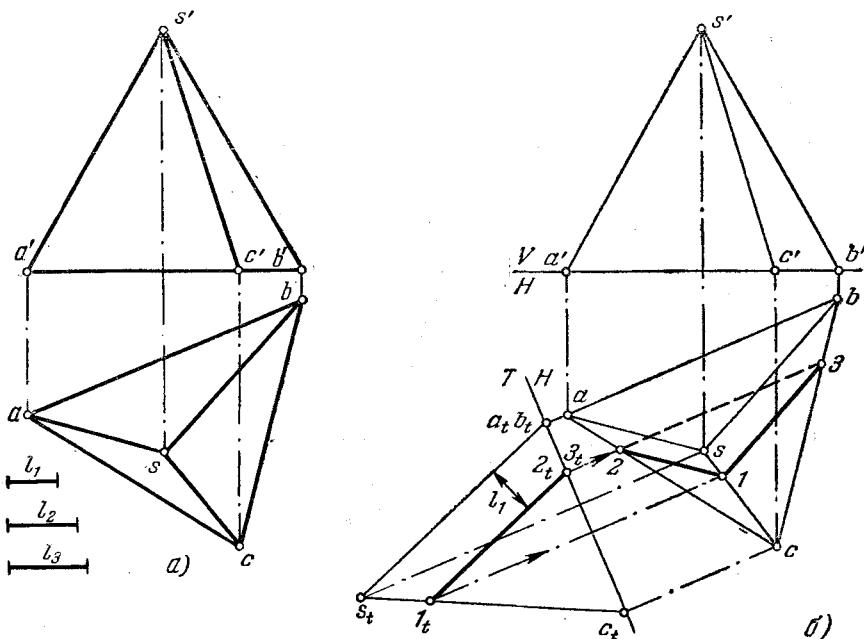


Рис. 182а, б.

**Решение.** Искомая точка получится как точка пересечения трех плоскостей, из которых каждая является геометрическим местом точек, отстоящих на определенное расстояние от граней пирамиды.

Введя дополнительную пл.  $T$ , перпендикулярную к грани  $SAB$  (рис. 182, б), получаем проекцию пирамиды, на которой грань  $SAB$  изображается прямой  $s_{pat}$ . Плоскость, параллельная грани  $SAB$  и удаленная от нее на расстояние  $l_1$ , изображается прямой  $1_t 2_t$ ; эта плоскость пересекает пирамиду по треугольнику  $1-2-3$  (на рис. 182, б показана только горизонт. проекция).

Плоскость, удаленная от грани  $SAC$  на расстояние  $l_2$ , изображается на дополнительной пл.  $Q$ , перпендикулярной к этой грани (рис. 182, в), в виде прямой  $4_q 5_q$  и пересекает пирамиду по треугольнику  $4-5-6$  (дана лишь горизонт. проекция этого треугольника).

Искомая точка  $K$  должна принадлежать линии пересечения плоскостей, заданных треугольниками  $1-2-3$  и  $4-5-6$ . Эта прямая проходит через точки  $M$  и  $N$ , получаемые при пересечении сторон  $2-3$  и  $6-5$ ,  $1-3$  и  $4-5$  треугольников  $1-2-3$  и  $4-5-6$  (рис. 182, г).

Находим фронт. проекцию  $k'$  (рис. 182, д) на  $t'n'$  из условия, что точка  $K$  отстоит от грани  $ABC$  на расстояние  $l_3$ .

Геометрическим местом таких точек является пл.  $P$ , параллельная грани  $ABC$ . По  $k'$  находим  $k$  на  $tn$ .

**197.** Найти точку  $K$ , находящуюся внутри призмы на расстояниях:  $l_1$  — от грани  $BCEF$ ,  $l_2$  — от грани  $ABDE$ ,  $l_3$  — от основания  $ABC$  (рис. 183).

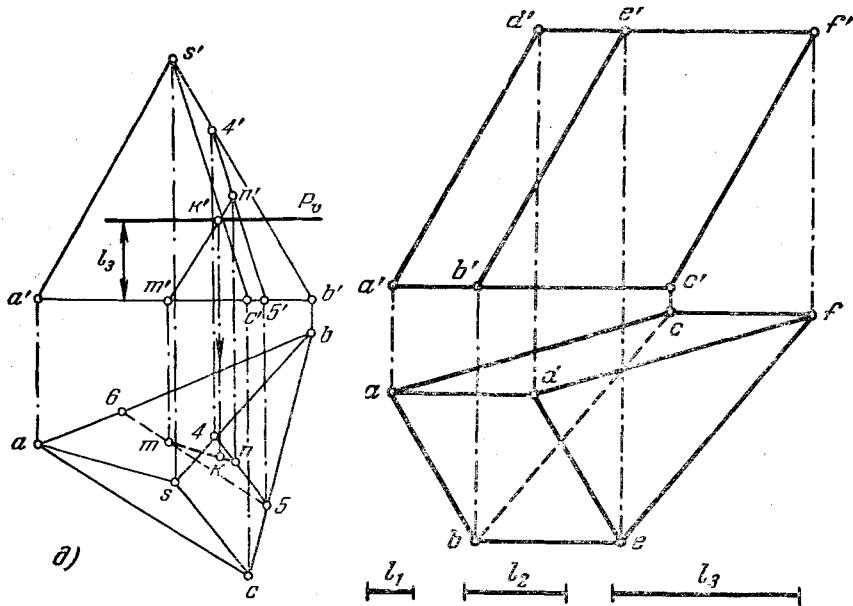
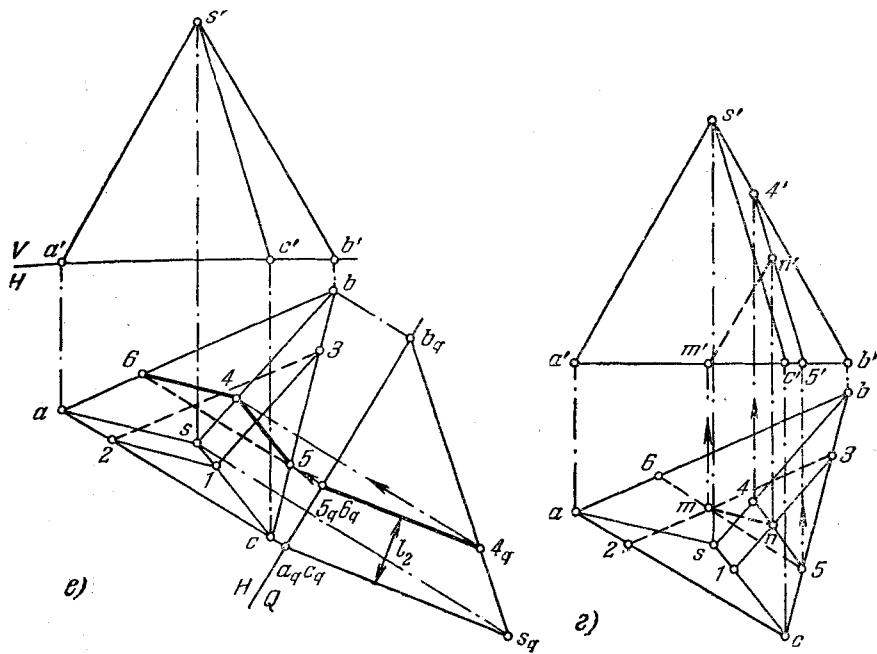


Рис. 182Б—Д.

Рис. 183.

**198.** Найти точку  $K$ , находящуюся внутри пирамиды  $SABC$  на расстояниях:  $l_1$  — от грани  $SAC$ ,  $l_2$  — от грани  $SBC$ ,  $l_3$  — от грани  $SAB$  (рис. 184).

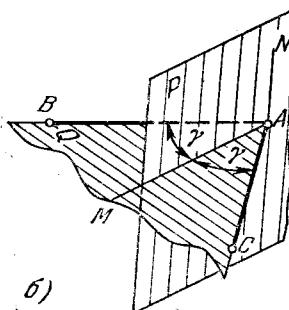
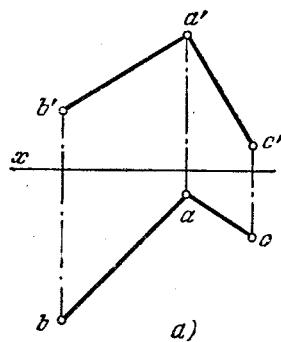
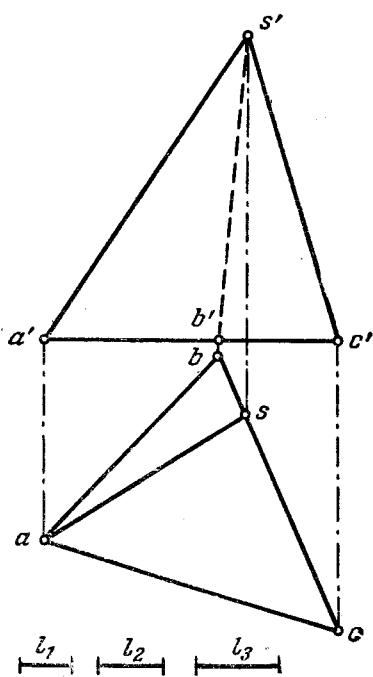


Рис. 184.

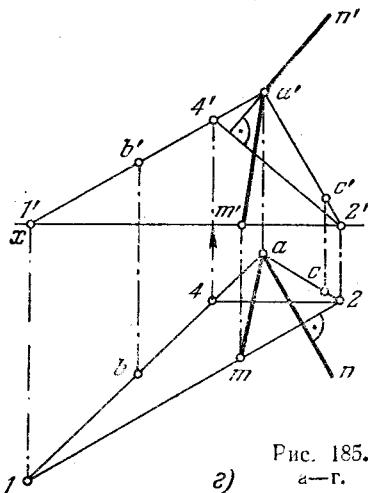
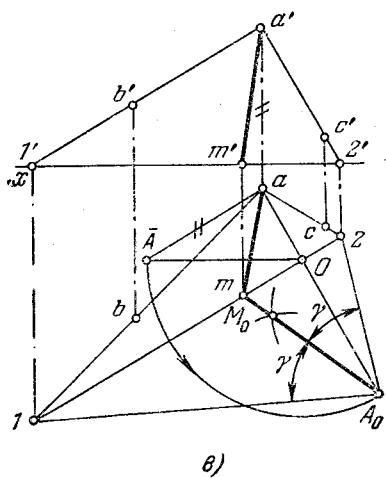


Рис. 185.  
а-г.

**199\*.** Построить геометрическое место точек, равноудаленных от сторон угла  $BAC$  (рис. 185, а).

**Решение.** Искомым геометрическим местом является плоскость, проходящая через биссектрису данного угла перпендикулярно к его плоскости (рис. 185, б). Следовательно, искомая плоскость будет определяться этой биссектрисой и пересекающим ее перпендикуляром к плоскости угла  $BAC$ .

Для проведения биссектрисы угла  $BAC$  приходится построить его натуральный вид, так как непосредственное проведение биссектрисы в заданных проекциях угла возможно лишь в особых случаях, например при одинаковом наклоне сторон угла к плоскости проекций. На рис. 185, в показано совмещение плоскости угла  $BAC$  с пл.  $H$ , для чего построен горизонт. след  $(1-2)$  этой плоскости. Теперь может быть проведена биссектриса угла  $1A_02$  — прямая  $A_0M_0$  — и построены ее проекции  $a'm$  и  $a'1m'$ .

Остается провести перпендикуляр к плоскости угла  $BAC$  через какую-либо точку его биссектрисы и этим определить искомую плоскость. На рис. 185, г перпендикуляр проведен через вершину угла — точку  $A$ , для чего использован горизонт. след  $1-2$  и проведена фронталь  $2-4$ ; проекция перпендикуляра  $an \perp 1-2$  и проекция  $a'n' \perp 2'4'$ .

**200.** Построить геометрическое место точек, равноудаленных от сторон угла  $BAC$  (рис. 186). Искомую плоскость задать следами.

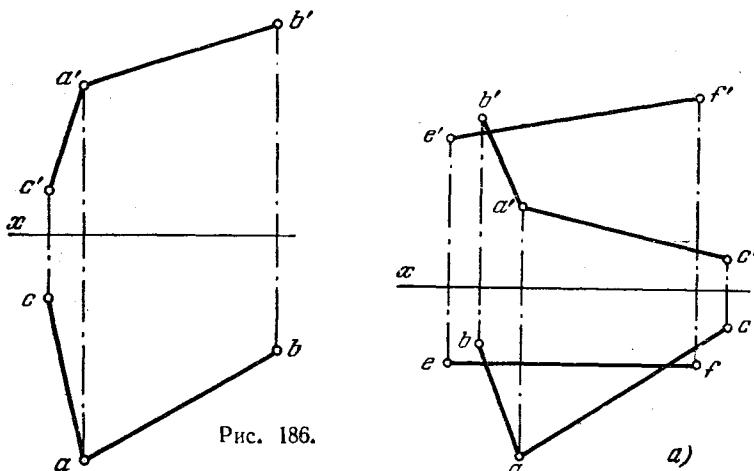


Рис. 186.

**201\*.** На прямой  $EF$  ( $EF \parallel$  пл.  $V$ ) найти точку, равноудаленную от сторон угла  $BAC$  (рис. 187, а).

**Решение.** Геометрическим местом точек, равноудаленных от сторон угла  $BAC$ , является плоскость  $P$ , проходящая через биссектрису этого угла и перпендикулярная к его плоскости (рис. 187, б). Очевидно, искомая точка ( $K$ ) на прямой  $EF$  получится при пересечении этой прямой с пл.  $P$ .

Построение пл.  $P$  на рис. 187, а аналогично построению на рис. 185, в, с той лишь разницей, что на рис. 187, а угол  $BAC$  совмещен с пл.  $V$  вращением вокруг фронт. следа  $1'2'$  плоскости этого угла. Для построения проекций перпендикуляра  $AM$  использован след  $1'2'$  и горизонталь  $A-3$ :  $a'm \perp 1'2'$  и  $am \perp a3$ .

Точка  $K$  на прямой  $EF$  найдена обычным способом построения точки пересечения прямой с плоскостью (рис. 187, г);

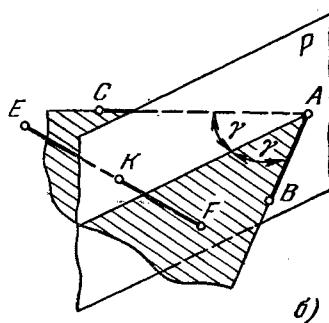


Рис. 187а, б.

- 1) через  $EF$  проведена вспомогательная пл.  $T$  (так как прямая  $EF \parallel$  пл.  $V$ , то оказалось возможным провести через нее фронтальную плоскость  $T$ ),  
 2) построена прямая пересечения пл.  $P$  (заданной прямыми  $AM$  и  $AN$ ) с пл.  $T$  (это фронтальная плоскости  $P$  — прямая с проекциями  $5'6'$ ,  $5-6$ ),  
 3) найдена точка пересечения этой фронтали с прямой  $EF$  — точка  $K$ .

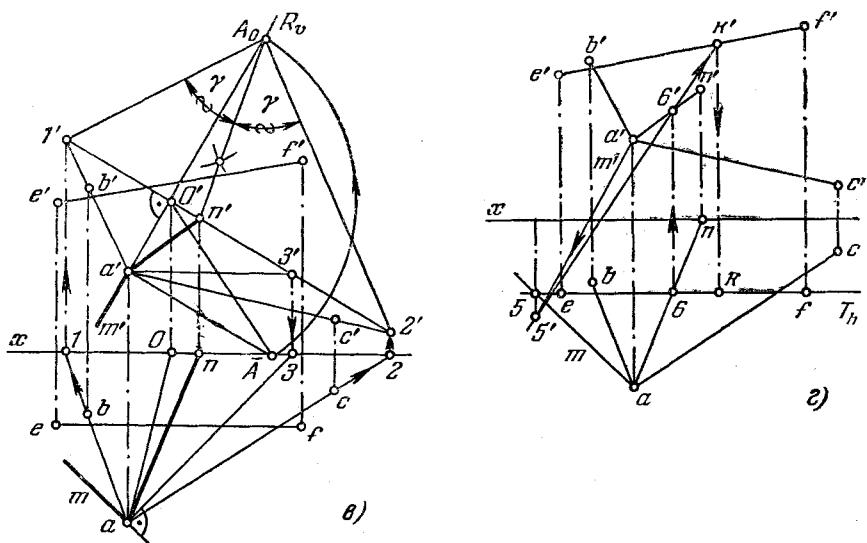


Рис. 187в, г.

**202.** На стороне  $AB$  основания пирамиды  $SABC$  (рис. 188) найти точку  $K$ , равноудаленную от ребер  $SA$  и  $SC$ .

**203.** На ребре  $SC$  пирамиды  $SABC$  (см. рис. 188) найти точку  $M$ , равноудаленную от ребра  $SA$  и стороны  $AB$  основания.

**204\*.** Найти геометрическое место точек, равноудаленных от пл.  $P$  и пл.  $Q$  (рис. 189, а).

Решение. Искомым геометрическим местом является (рис. 189, б) пл.  $R$ , делящая пополам двугранный угол, образованный данными плоскостями. Пл.  $R$  проходит через ребро двугранного угла, т. е. через прямую  $MN$ . Если ребро  $MN$  расположить перпендикулярно к какой-либо пл. проекций  $T$ , то каждая из плоскостей  $P$  и  $Q$ , а также и пл.  $R$  изображается на этой плоскости проекций в виде прямых, как это показано на рис. 189, б, причем  $R_t$  делит угол между  $P_t$  и  $Q_t$  пополам.

Построив (рис. 189, в) прямую  $MN$  пересечения плоскостей  $P$  и  $Q$ , вводим (рис. 189, г) дополнительные плоскости  $S (S \perp H)$  и  $T (T \perp S \text{ и } T \perp MN)$ . Угол между построенными прямыми  $m_t P_{xt}$  и  $m_t Q_{xt}$  равен углу между плоскостями  $P$  и  $Q$ , а биссектриса этого угла  $m_t R_{xt}$  представляет собою след искомой пл.  $R$  на дополнительной пл.  $T$ . Относя точку  $R_x$  к прямой  $P_x Q_x$ , т. е. к оси  $V/H$ , находим проекцию  $R_x$  на  $P_{xs} Q_{xs}$  и  $R_x$  на  $P_x O_x$ , т. е. на ось  $V/H$ . В точке  $R_x$  следы искомой плоскости пересекают ось  $V/H$ , а так как пл.  $R$  проходит через прямую  $MN$ , то след  $R_v$  проходит через точку  $n'$ , а след  $R_h$  — через  $m$ .

**205.** Найти геометрическое место точек, равноудаленных от пл.  $P$  и плоскости, заданной прямыми  $AB$  и  $CD$  (рис. 190).

**206\*.** Найти на прямой  $AB$  точку, равноудаленную от плоскостей, заданных треугольниками  $MNC$  и  $MND$  (рис. 191, а).

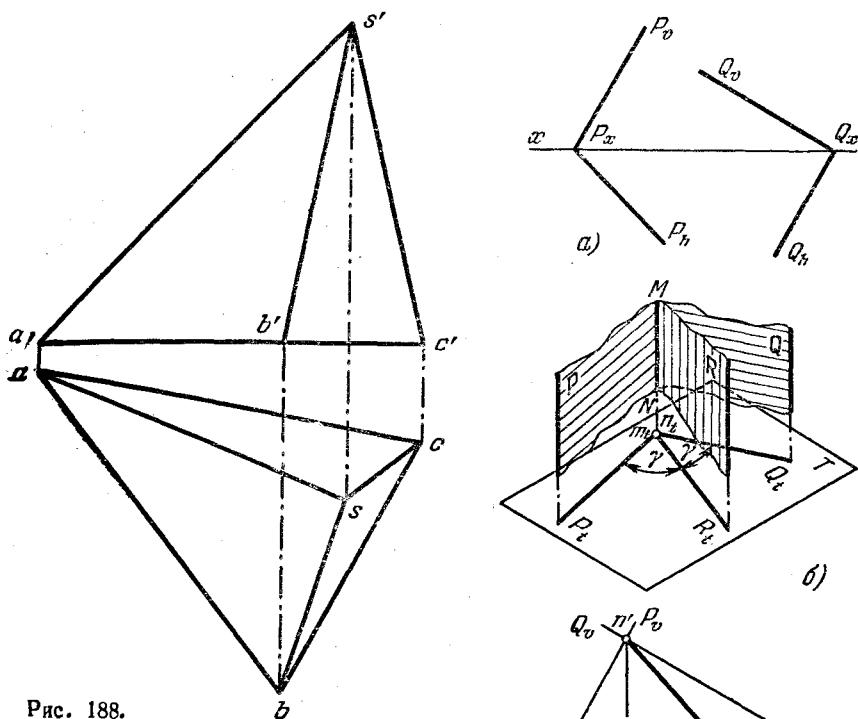


Рис. 188.

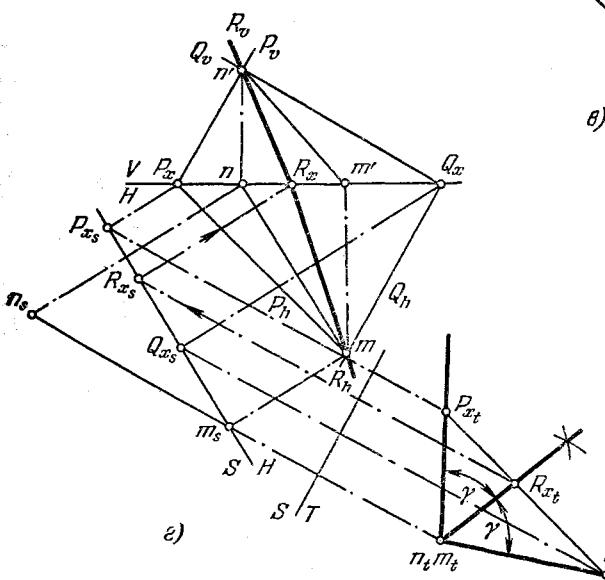
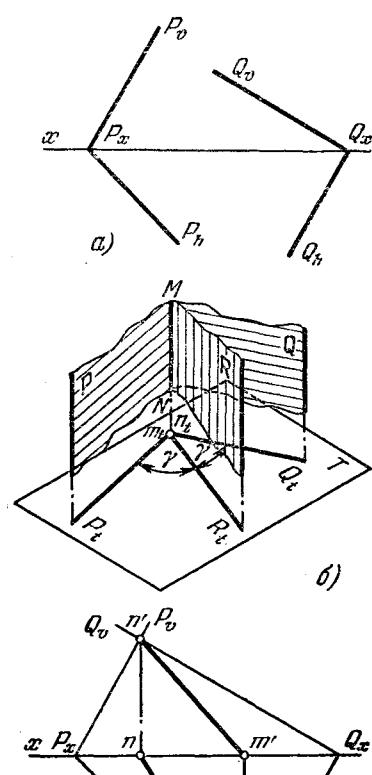
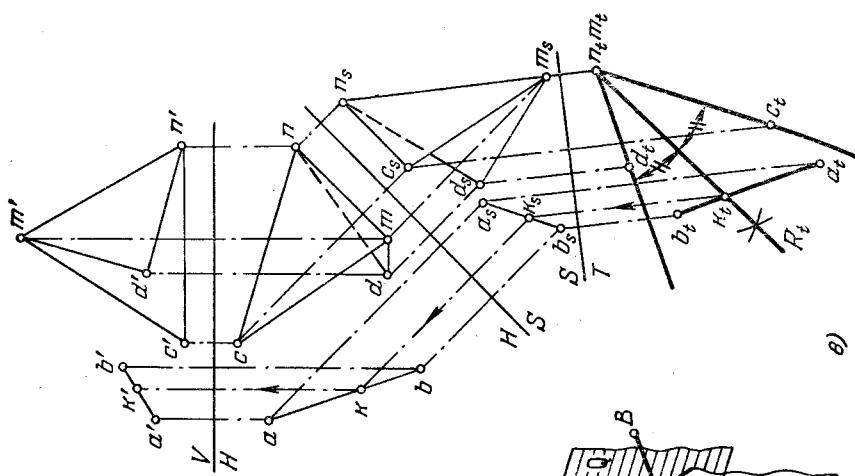
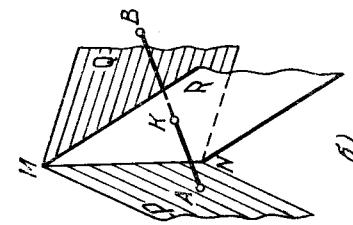
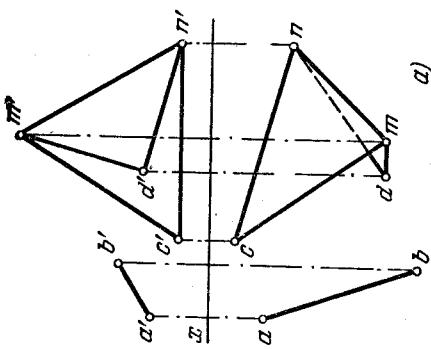


Рис. 189а—г.

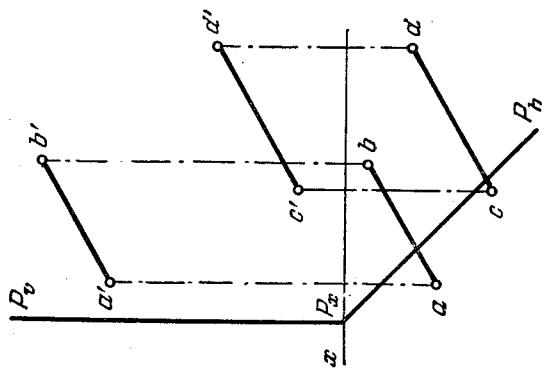


б)



д)

Пис. 191а—Б.



Пис. 190.

**Решение.** Искомой точкой является точка пересечения прямой  $AB$  с плоскостью ( $R$ ), делящей угол между данными плоскостями пополам (рис. 191, б).

Ход построения аналогичен примененному в задаче 204. Путем введения дополнительных пл. проекций  $S$  и  $T$  получаем положение, при котором ребро  $MN$  проходит в пл.  $T$  в точку (рис. 191, в).

В этом положении изображаем плоскость, делящую пополам угол между гранями  $MNC$  и  $MND$ , в виде прямой  $R_t$ . В пересечении прямой  $a'_b_t$  с  $R_t$  получим проекцию скомой точки  $K$  на пл.  $T$ ; по ней находим  $k_s$  на  $a_s b_s$ , а затем  $k$  на  $ab$  и  $k'$  на  $a'b'$ .

**207.** На ребре  $SB$  пирамиды  $SABC$  найти точку  $K$ , равноудаленную от грани  $SAC$  и основания  $ABC$  (см. рис. 188).

**208.** На стороне  $AB$  основания  $ABC$  пирамиды  $SABC$  найти точку  $M$ , равноудаленную от граней  $SAC$  и  $SBC$  (см. рис. 188).

**209\*.** Через точку  $A$  провести прямую общего положения, расположенную под углом  $\alpha$  к пл.  $H$  и под углом  $\beta$  к пл.  $V$  (рис. 192, а).

**Решение.** Известно (см. задачу 22), что для прямой общего положения  $\alpha + \beta < 90^\circ$ .

На рис. 192, б и в показано построение искомой прямой с применением способа вращения. На этих рисунках изображены две прямые: одна ( $AB_1$ ) расположена

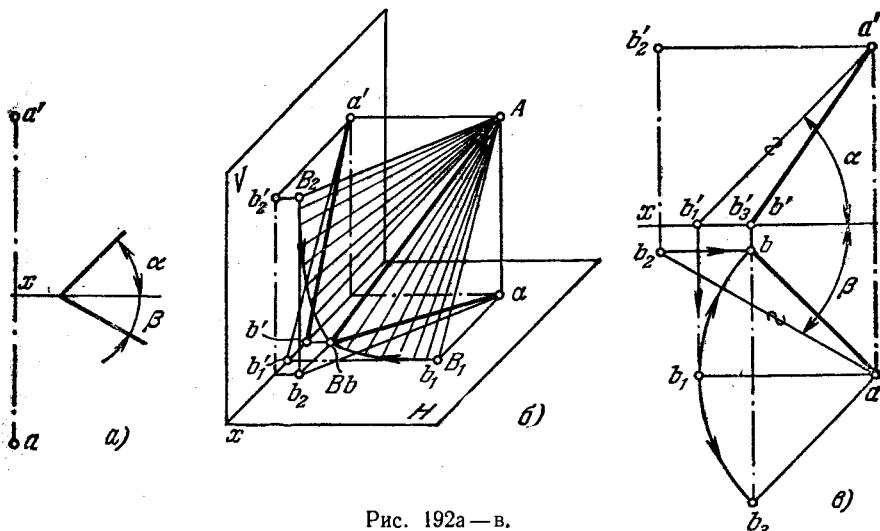


Рис. 192а—в.

параллельно пл.  $V$  и другая ( $AB_2$ ) — параллельно пл.  $H$ . На обеих прямых отложены равные отрезки  $AB_1$  и  $AB_2$ :  $a'b'_1 = ab_2$ .

Если теперь повернуть отрезок  $AB_1$  вокруг оси, перпендикулярной к пл.  $H$ , а отрезок  $AB_2$  — вокруг оси, перпендикулярной к пл.  $V$ , причем обе оси вращения проходят через точку  $A$ , то в некоторый момент оба этих отрезка совпадут (на рис. 192, б это показано в виде отрезка  $AB$ ), и, следовательно, искомая прямая окажется построенной.

Всего можно провести через точку  $A$  четыре прямые. На чертеже (рис. 192, в) проводим дугу окружности радиуса  $ab_1$  до пересечения в точке  $b$  с прямой, проходящей через точку  $b_2$  параллельно оси  $x$ . По точке  $b$  находим  $b'$ .

На рис. 192, в показано еще одно (из четырех возможных) положение прямой, обозначенное  $AB_3$ .

**210.** Через точку  $A$  провести вправо от нее прямую общего положения  $AB$ , расположенную под углом  $\alpha$  к пл.  $H$  и под углом  $\beta$  к пл.  $V$  (рис. 193), при условии, что точка  $B$  расположена в пл.  $H$  и ближе к пл.  $V$ , чем точка  $A$ .

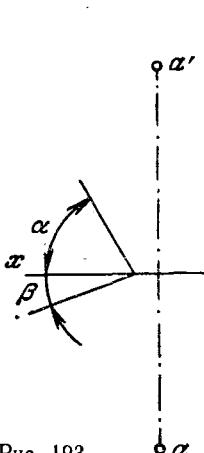


Рис. 193.

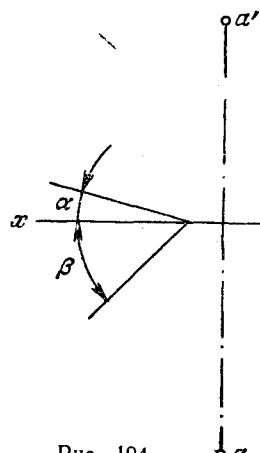


Рис. 194.

**211.** Через точку  $A$  провести вправо от нее отрезки  $AB$ ,  $AC$ ,  $AD$  и  $AE$ , расположенные под углом  $\alpha$  к пл.  $H$  и под углом  $\beta$  к пл.  $V$  (рис. 194).

**212\*.** Провести через точку  $A$  плоскость, составляющую с пл.  $H$  угол  $\alpha_1$  и с пл.  $V$  угол  $\beta_1$  (рис. 195, а).

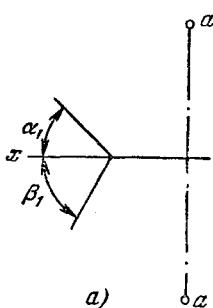
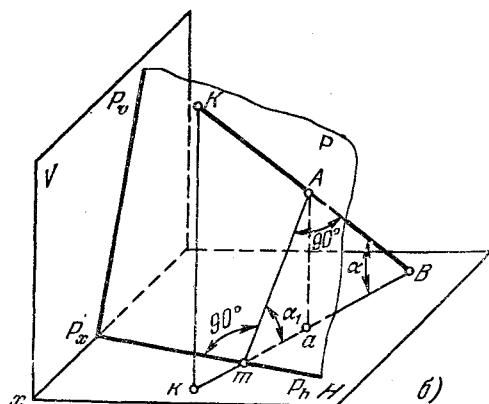


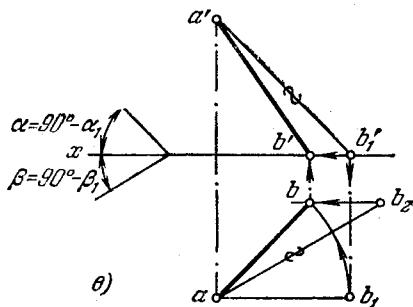
Рис. 195а, б.



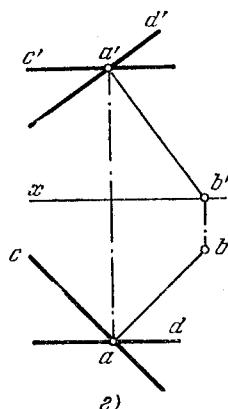
**Р е ш е н и е.** Для построения искомой плоскости в данном случае использована зависимость между углами, составляемыми некоторой прямой с пл.  $H$  (угол  $\alpha$ ) и с пл.  $V$  (угол  $\beta$ ), и углами, составляемыми плоскостью, перпендикулярной к этой прямой, с теми же плоскостями проекций  $H$  (угол  $\alpha_1$ ) и  $V$  (угол  $\beta_1$ ). Известно, что  $\alpha_1 + \alpha = 90^\circ$

(рис. 195, б) и  $\beta_1 + \beta = 90^\circ$ . Отсюда следует, что  $180^\circ > \alpha_1 + \beta_1 > 90^\circ$ . Это позволяет проверить правильность задания углов  $\alpha_1$  и  $\beta_1$  (рис. 195, а).

Итак, определив углы  $\alpha = 90^\circ - \alpha_1$  и  $\beta = 90^\circ - \beta_1$ , проводим через точку  $A$  прямую под углами  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно к пл.  $H$  и пл.  $V$  (рис. 195, в), как это имело место в задаче 209. Теперь через точку  $A$  проводим плоскость, перпендикулярную к построенной прямой  $AB$ . Эта плоскость на рис. 195, г выражена горизонталью и фронталью:  $a'd' \perp a'b'$ ,  $ac \perp ab$ .



б)



в)

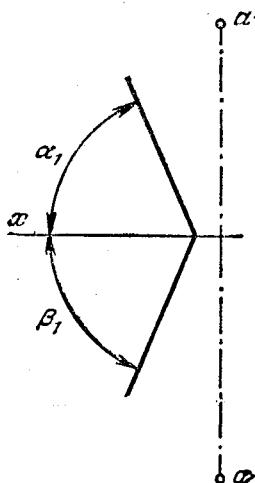


Рис. 196.

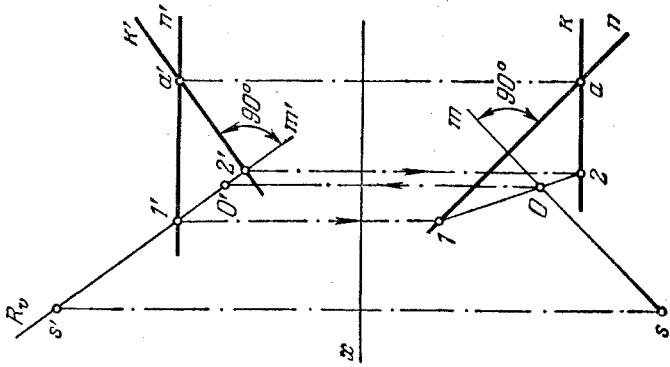
Рис. 195в, г.

**213.** Провести через точку  $A$  две плоскости (выразив их следами) под углами  $\alpha_1$  к пл.  $H$  и  $\beta_1$  к пл.  $V$  (рис. 196), построив вспомогательные прямые под углами  $\alpha = 90^\circ - \alpha_1$  к пл.  $H$  и  $\beta = 90^\circ - \beta_1$  к пл.  $V$  — одну вправо, вглубь, вниз, от точки  $A$ , другую — вправо, вглубь, вверх.

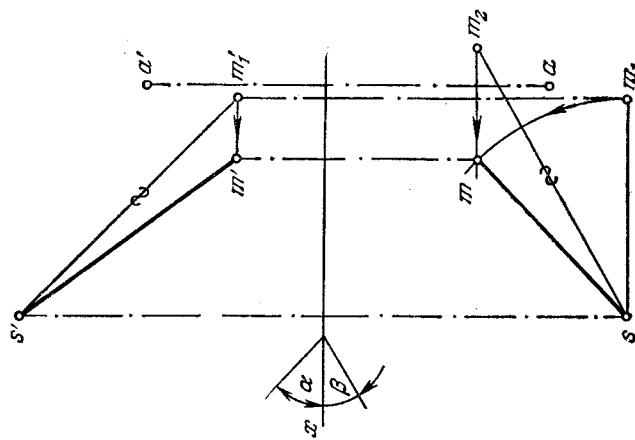
**214\*.** Построить правильную треугольную пирамиду с вершиной в точке  $S$ . Высота пирамиды наклонена к пл.  $H$  под углом  $\alpha$  и к пл.  $V$  под углом  $\beta$ . Точка  $A$  — одна из вершин основания (рис. 197, а).

**Решение.** Проводим (рис. 197, б) через точку  $S$  прямую  $SM$  под заданными углами  $\alpha$  и  $\beta$  к пл.  $H$  и пл.  $V$  (см. задачу 209). Плоскость основания пирамиды должна пройти через точку  $A$  перпендикулярно к  $SM$ ; задаем эту плоскость горизонталью  $AN$  и фронталью  $AK$  (рис. 197, в). Находим точку  $O$  пересечения прямой  $SM$  с плоскостью основания. Для этого заключаем  $SM$  в фронтально-проецирующую

④

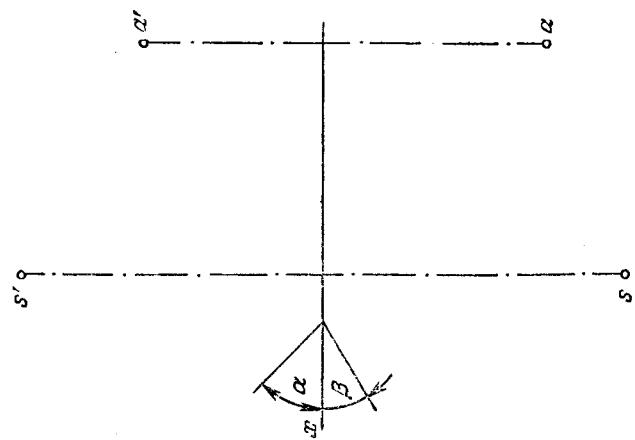


⑤



Prob. 197a-a.

⑥



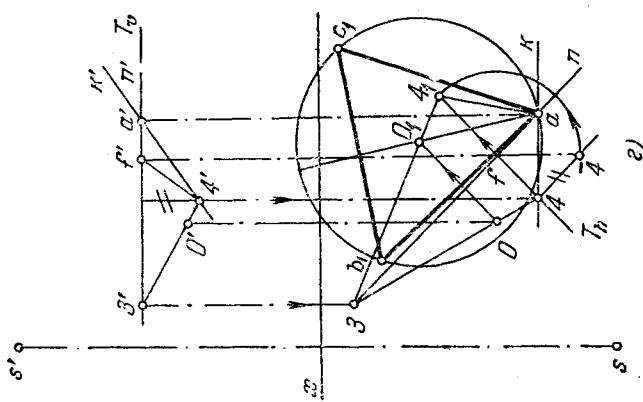
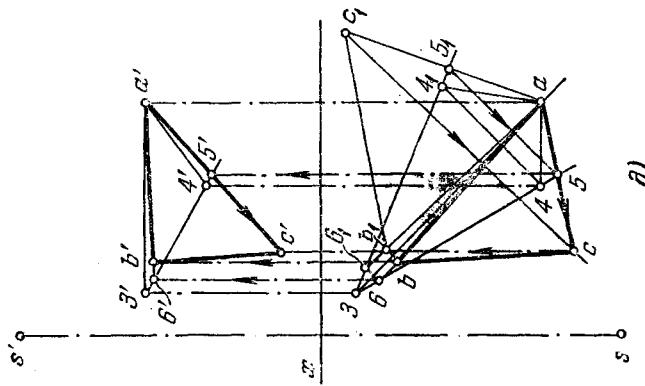
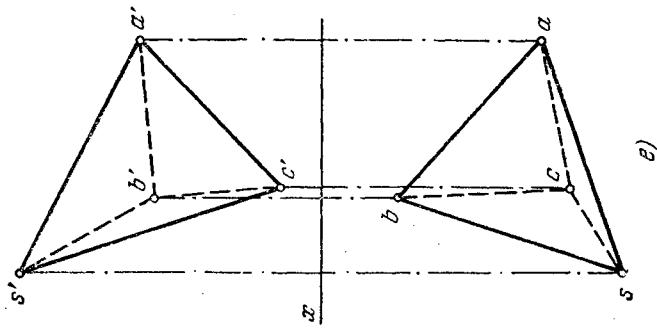


Fig. 197r-e.

пл.  $K$ , изображенную только фронт. следом  $R_o$ . Для построения вершин  $B$  и  $C$  пирамиды поворачиваем плоскость основания вокруг горизонтали  $A-Z$  до совмещения ее с пл.  $T$  (рис. 197,  $\sigma$ ).

В плоскости основания через точку  $O$  проводим произвольную прямую  $3-4$ . Строим совмещенное с пл.  $T$  положение точки  $4 | 4_1$  и соединяем  $4_1$  с точкой  $3$ . На прямой  $3-4_1$ , находим точку  $O_1$ , из которой радиусом  $O_1-a$  проводим окружность. Разделив ее на три части, находим вершины  $b_1$  и  $c_1$ . Зная  $b_1$  и  $c_1$ , находим (рис. 197,  $\delta$ ) горизонт. проекции:  $c$  — на продолжении прямой  $a-b$  (найдя сначала точку  $b$  по  $b_1$ ),  $b$  — на прямой  $a-b$  (найдя сначала точку  $b$  по  $b_1$ ). Затем строим прямые  $a'5'$  и  $a'b'$  и на них точки  $c'$  и  $b'$ ;  $a'b'c'$  и  $abc$  — проекции основания пирамиды. На рис. 197,  $e$  проекции вершин  $s'$  и  $s$  соединены с одноименными с ними проекциями вершин основания.

**215.** Построить правильную четырехугольную пирамиду с вершиной в точке  $S$ . Высота пирамиды наклонена к пл.  $H$  под углом  $\alpha$  и к пл.  $V$  под углом  $\beta$ . Точка  $A$  — одна из вершин основания (рис. 198).

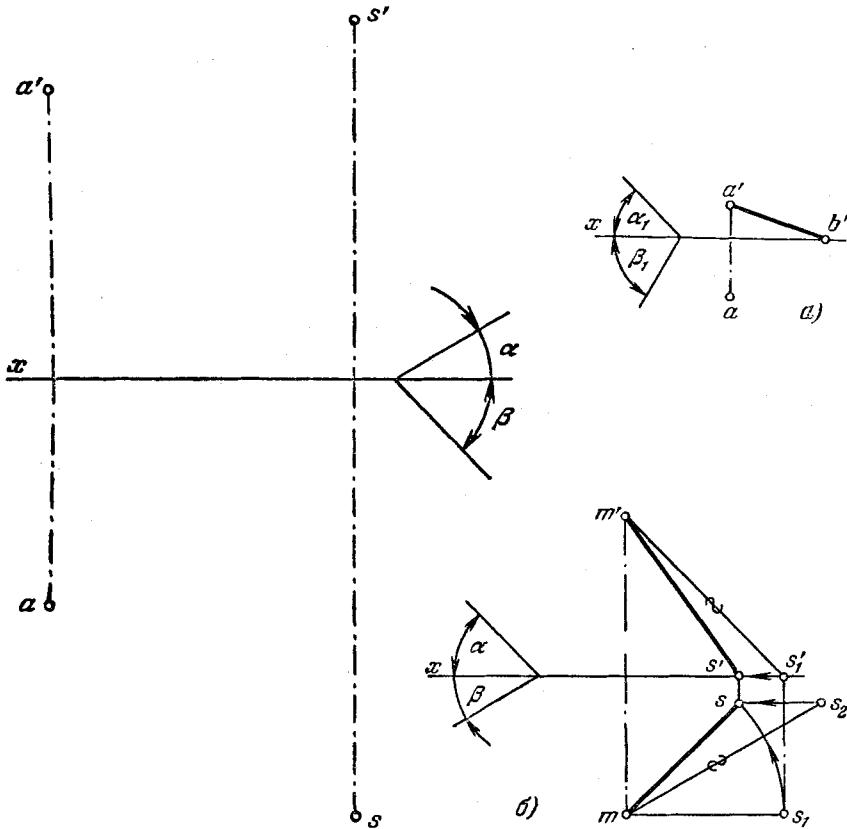


Рис. 198.

**216\***. Построить куб с основанием на плоскости, расположенной под углом  $\alpha_1$  к пл.  $H$  и углом  $\beta_1$  к пл.  $V$ . Отрезок  $a'b'$  — фронт. проекция стороны основания куба (рис. 199,  $a$ ).

Рис. 199а, б.

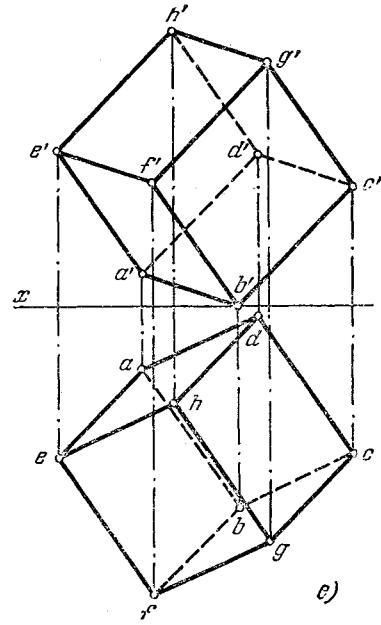
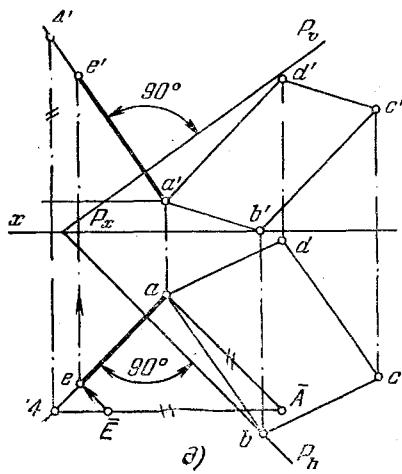
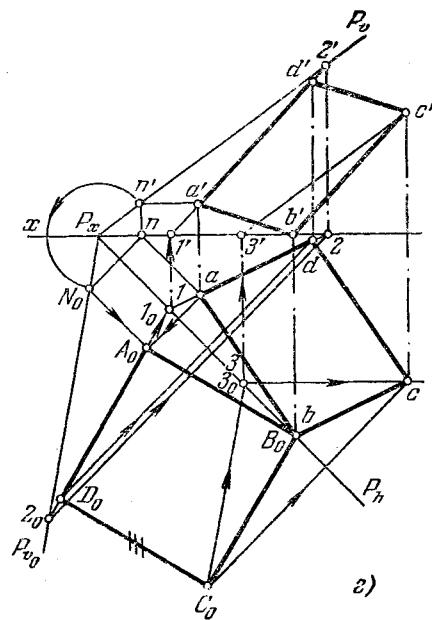
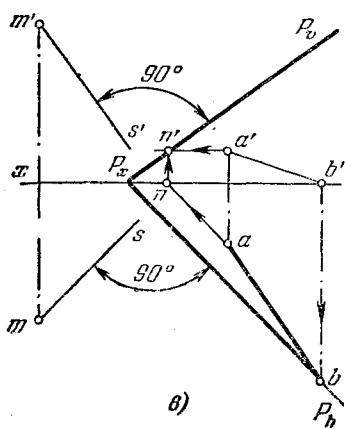


Рис. 199в—е.

**Решение.** Строим произвольную прямую  $MS$  (рис. 199, б), расположенную под углом  $\alpha=90^\circ-\alpha_1$  к пл.  $H$  и  $\beta=90^\circ-\beta_1$  к пл.  $V$ .

Эта прямая дает нам направление боковых ребер куба. Теперь проводим через точку  $A$  пл.  $P$  (рис. 199, в), перпендикулярную к этой прямой, и находим в пл.  $P$  точку  $B$ . Совмещаем пл.  $P$  и лежащий в ней отрезок  $AB$  с пл.  $H$  (рис. 199, г) и достраиваем квадрат  $A_0B_0C_0D_0$ . Затем поднимаем точки  $D_0$  и  $C_0$  в пространство: точку  $D_0$  с помощью прямой  $I_0l_0$  и точку  $C_0$  с помощью совмещенной фронтали  $\beta_0C_0$ .

Так как ребра куба перпендикулярны к основанию, то через точку  $A$  проводим (рис. 199, д) прямую, перпендикулярную к пл.  $P$  ( $a'4'\perp P_o$  и  $a-4\perp P_h$ ). На этой прямой откладываем отрезок  $AE$ , равный стороне основания, хотя бы  $A_0B_0$ . Это сделано при помощи построения прямоугольного треугольника. Получив таким образом проекции  $a'e'$  и  $ae$ , строим (рис. 199, е) проекции куба.

**217.** Построить прямую треугольную призму с основанием в виде равнобедренного треугольника  $ABC$  на плоскости, расположенной под

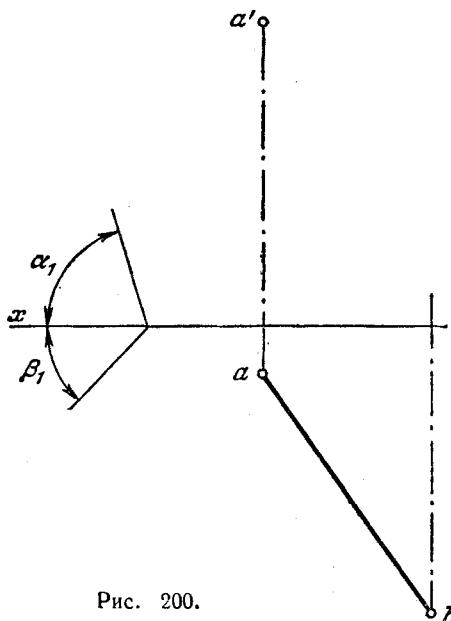


Рис. 200.

углом  $\alpha_1$  к пл.  $H$  и углом  $\beta_1$  к пл.  $V$ . Вершина  $C$  треугольника  $ABC$  лежит на пл.  $H$ . Высота призмы равна стороне  $AB$  основания — треугольника  $ABC$  (рис. 200).