

ГЛАВА VI

КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

§ 21. Кривые линии. Поверхности. Точки на поверхностях

218*. Построить проекции правой цилиндрической винтовой линии, проходящей через точку A , принадлежащую поверхности цилиндра. Точка задана своей фронт. проекцией (рис. 201). Провести прямую, касательную к винтовой линии в точке A . Шаг винтовой линии взять равным высоте цилиндра.

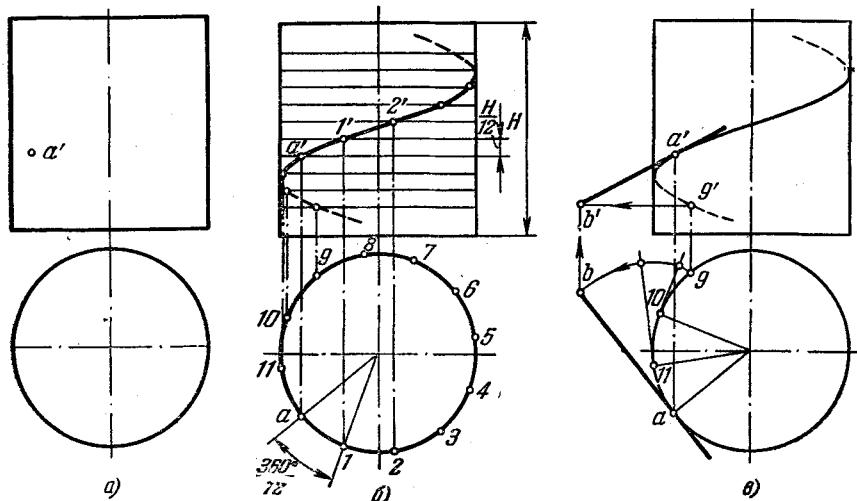
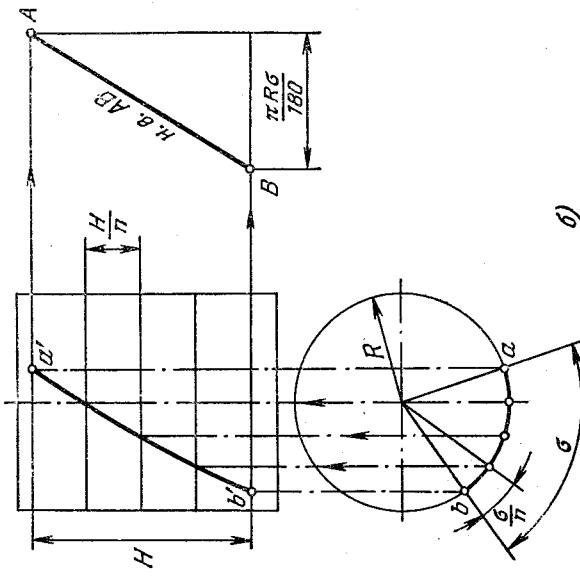


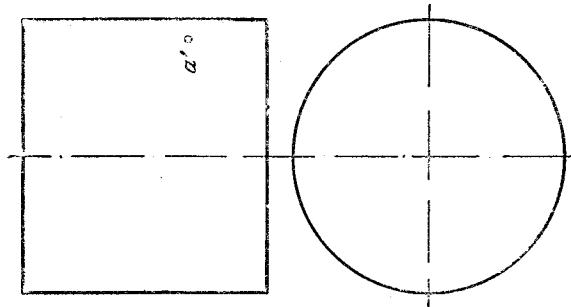
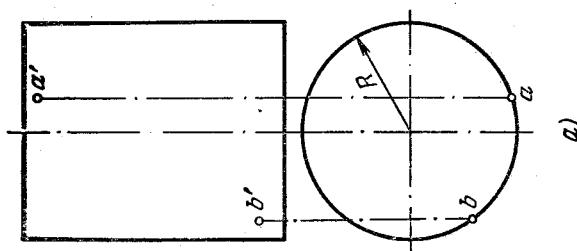
Рис. 201а—в.

Решение. При заданном на рис. 201, а положении цилиндра горизонт. проекция винтовой линии на нем представляет собою окружность. Делим (рис. 201, б) окружность, начиная от точки a , на 12 равных частей. Вверх и вниз от точки a' откладываем отрезки, равные $H : 12$. Строим фронт. проекции ряда точек, принадлежащих винтовой линии (построение ясно из чертежа).

Plac. 203a,6.



Plac. 202.



Исходя из того, что касательная к кривой проецируется в касательную к проекции этой кривой, проводим касательную к окружности в точке a (рис. 201, б). Это горизонт. проекция касательной к винтовой в ее точке A .

Все касательные к цилиндрической винтовой линии пересекаются с плоскостью, перпендикулярной к оси этой линии, в точках, которыми образуется эвольвента окружности. Находим точку b как точку эвольвента, отложив на касательной от точки a отрезок ab , равный по длине трем дугам $(a-11)+(11-10)+(10-9)$. Фронт. проекция b' получается на уровне точки $9'$. Фронт. проекция касательной проходит через точки a' и b' .

219. Построить проекции левой цилиндрической винтовой линии, проходящей через точку A , заданную на поверхности цилиндра (рис. 202). Провести прямую, касательную к винтовой линии в точке A . Шаг винтовой линии взять равным удвоенной высоте цилиндра.

220*. Построить проекции участка цилиндрической винтовой линии радиуса R (рис. 203, а), проходящей через данные точки A и B , и определить длину этого участка (кратчайшее расстояние между точками A и B на цилиндрической поверхности).

Решение. Горизонт. проекцией искомого участка винтовой линии является дуга ab . Делим (рис. 203, б) угол σ и расстояние H на n равных частей (в данном случае $n=4$) и строим проекции $n-1$ точек, принадлежащих винтовой линии, не считая точек A и B .

Для определения кратчайшего расстояния между точками A и B строим развертку участка AB винтовой линии. Она представляет собой гипотенузу прямоугольного треугольника, один катет которого равен H , а другой $\frac{\pi R \sigma}{180}$.

221. Построить проекции участка цилиндрической винтовой линии радиуса R (рис. 204), проходящей через данные точки A и B , и определить длину этого участка (кратчайшее расстояние между точками A и B на цилиндрической поверхности).

222*. Найти линию пересечения цилиндрической поверхности, заданной (рис. 205, а) образующей CD и направляющей AB , с пл. H .

Решение. Задаем на кривой AB ряд точек и проводим (рис. 205, б) через них образующие. Геометрическим местом горизонтальных следов образующих будет искомая кривая линия m_1m_2, m_3m_4 .

223. Найти линию пересечения цилиндрической поверхности, заданной (рис. 206) образующей CB и направляющей AB , с пл. V .

224*. Построить проекции прямого кругового цилиндра, осью которого является прямая MN ($MN \parallel$ пл. V , рис. 207, а), окружность нижнего основания проходит через точку A , а плоскость верхнего — через точку B .

Решение. Пользуясь тем, что ось цилиндра по заданию параллельна пл. V , проводим (рис. 207, б) перпендикуляры из точек B и A к оси цилиндра и находим точки O_1 и O_2 (центры окружностей оснований) и высоту цилиндра (отрезок O_1O_2'). Теперь надо найти радиус основания цилиндра. Применяем способ перемены пл. пр. Вводим дополнительную пл. S , перпендикулярную к пл. V и к оси цилиндра. Искомый радиус определяется проекциями O_{2S} и a_s (рис. 207, в).

Строим фронт. проекцию искомого цилиндра. Для построения горизонт. проекции цилиндра находим (рис. 207, г) малые оси 1—2 и 3—4 эллипсов — проекций оснований цилиндра. Большие оси эллипсов равны диаметру основания. Строим эти эллипсы и, проведя проекции очерковых образующих, получаем горизонт. проекцию цилиндра.

Рис. 205.

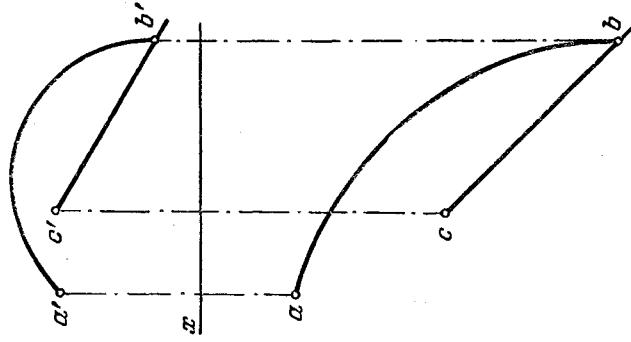


Рис. 205а, б.

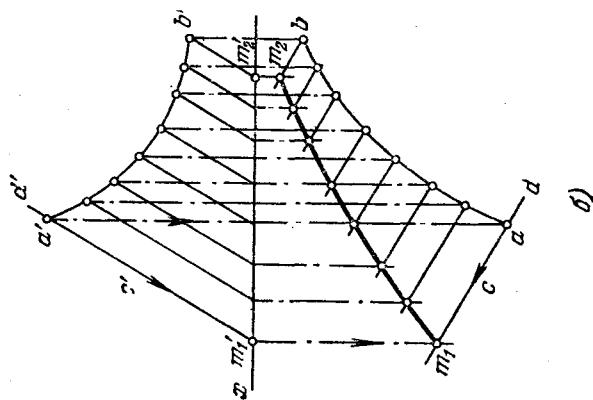
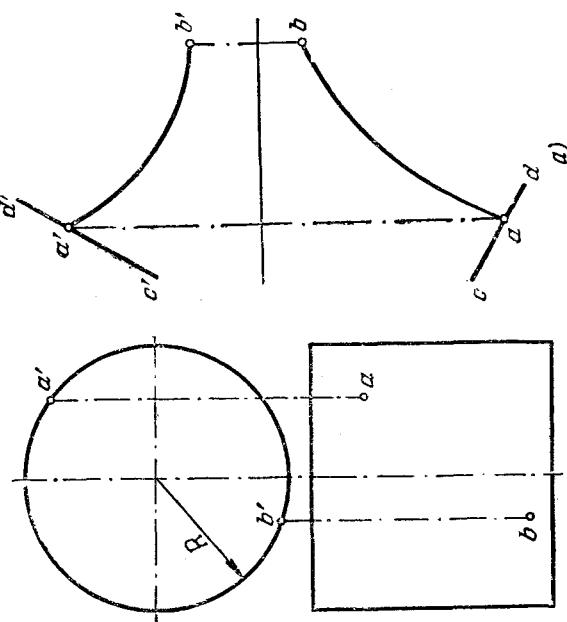


Рис. 204.



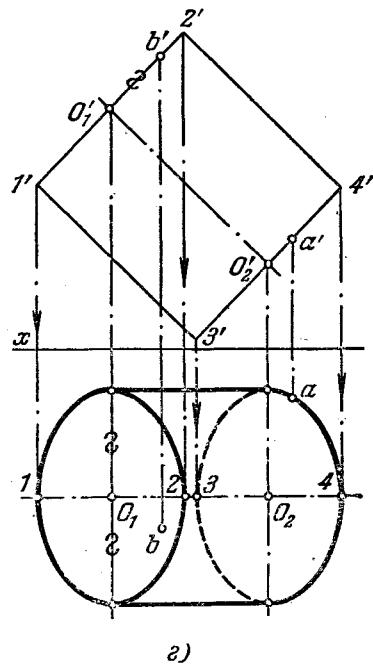
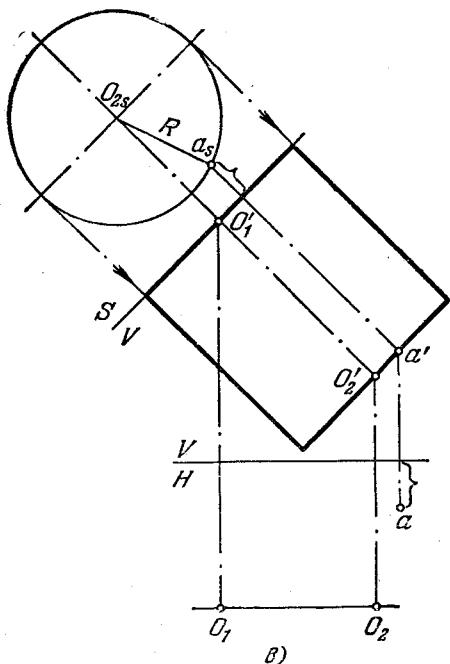
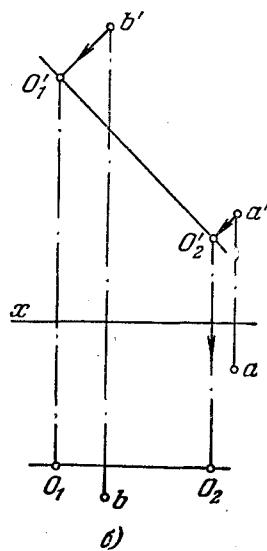
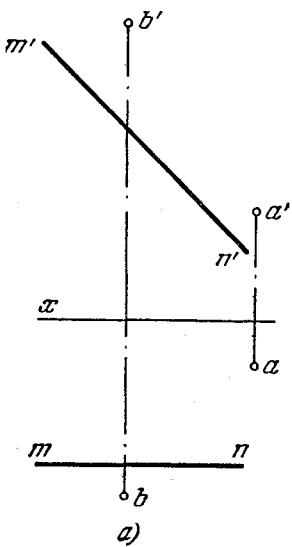


Рис. 207а—г.

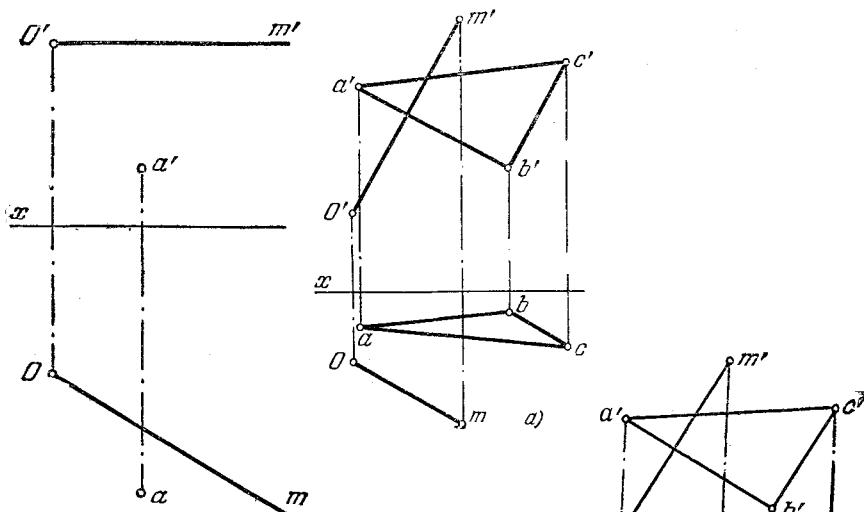


Рис. 208.

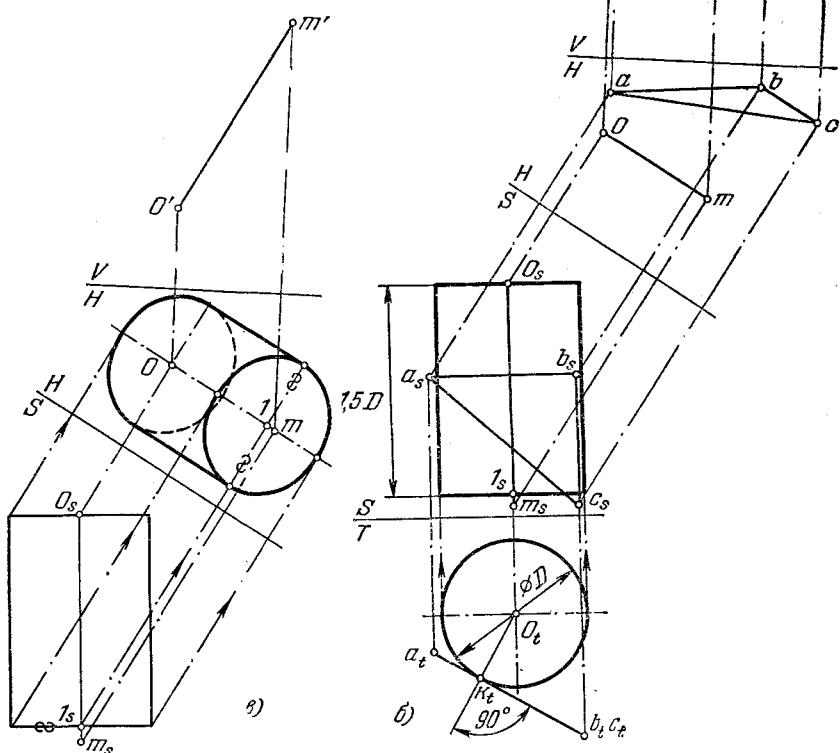


Рис. 209а—в.

225. Построить проекции прямого кругового цилиндра, ось которого лежит на прямой OM ($OM \parallel$ пл. H , рис. 208), точка O является центром одного из оснований, точка A принадлежит цилиндрической поверхности; высота цилиндра равна диаметру основания.

226*. Построить проекции прямого кругового цилиндра с осью OM (рис. 209, а), касательного к плоскости, заданной треугольником ABC . Высоту цилиндра, считая от точки O , принять равной полутора диаметрам основания. Прямые OM и BC параллельны между собою.

Решение. Если ось цилиндра окажется перпендикулярной к плоскости проекций, то касательная к цилиндру плоскость изобразится на той же пл. пр. в виде прямой, касательной к окружности — проекции цилиндра. Этим определится радиус основания цилиндра. Осуществляем такое построение, применяя способ перемены пл. пр. (рис. 209, б). Вводим дополнительную пл. S , взяв ее перпендикулярно к H и параллельно оси цилиндра OM (ось $S/H \parallel Om$), а затем еще одну дополнительную пл. T , перпендикулярную к пл. S и к OM (ось $T/S \perp O_m m_s$).

На пл. T цилиндрическая поверхность проецируется в окружность с центром в точке O_t , а плоскость треугольника ABC , касательная к цилиндру и, следовательно, параллельная оси OM , — в отрезок $a_t b_t$ прямой, касательной к этой окружности. Отсюда получаем диаметр окружности основания цилиндра, равный $2k_t O_t$.

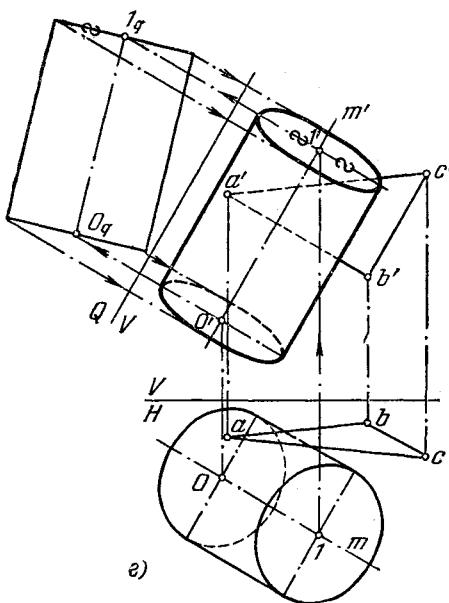


Рис. 209г.

На рис. 209, в показано построение горизонт. проекции цилиндра.

На рис. 209, г показано построение фронт. проекции цилиндра. Для определения величины малой оси эллипса на этой проекции введена еще одна дополнительная пл. Q , перпендикулярная к пл. V и параллельная OM (ось $Q/V \parallel O'm'$). Находим проекцию цилиндра на пл. Q и с ее помощью фронт. проекцию цилиндра.

227*. Найти линию пересечения конической поверхности, заданной вершиной S и направляющей AB , с пл. H (рис. 210, а).

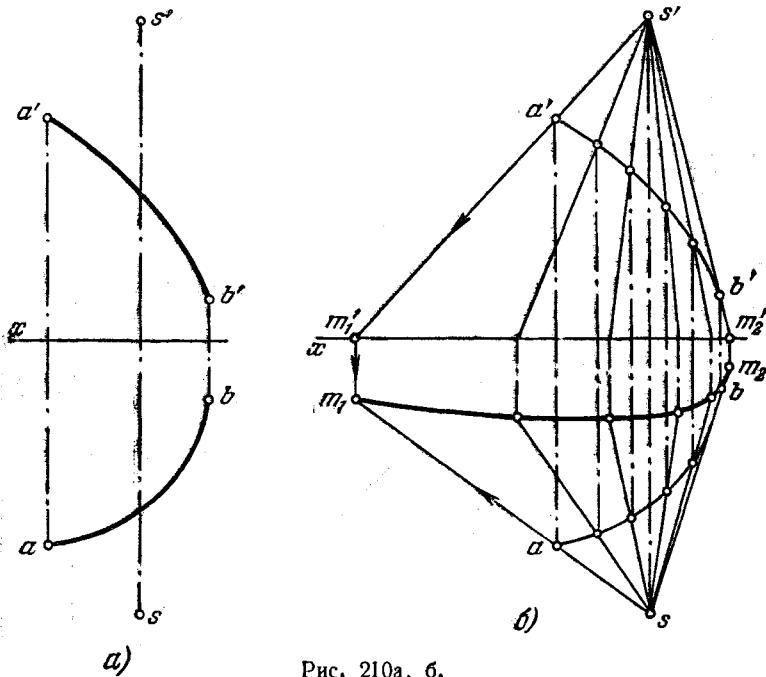


Рис. 210а, б.

Решение. Задаем на кривой AB ряд точек (рис. 210, б) и проводим через них образующие конуса. Геометрическим местом горизонтальных следов образующих будет искомая кривая M_1M_2 .

228. Найти линию пересечения конической поверхности, заданной вершиной S и направляющей AB , с пл. V (рис. 211).

229*. Построить проекции прямого кругового конуса, ось которого лежит на прямой SM ($SM \parallel$ пл. V) (рис. 212, а). Высота конуса равна l , окружность основания касается пл. H .

Решение. Так как в данном случае прямая SM параллельна пл. V , то можно отложить (рис. 212, б) на $s'm'$ отрезок $s'o'$, равный l . Точка (O', O) является центром окружности основания. Эта окружность проецируется на пл. V в отрезок прямой. Поэтому, проводя через точку O' прямую, перпендикулярную к $s'o'$, получим точку l' , радиус основания $O' l'$ и весь диаметр основания $l' l''$.

Точка (l', l) является точкой касания основания конуса с пл. H . Фронтальная проекция конуса — треугольник $l' s' l''$. На пл. H окружность основания проецируется в эллипс, большая ось которого $2—4$ равна отрезку $l' l''$, а малая ось — отрезку $l—3$.

Для построения очерка горизонтали проекции конуса надо найти те его образующие, горизонты проекций которых касаются эллипса, т. е. те, которые являются самыми крайними, если смотреть на конус сверху. На рис. 212, в показан вписанный в конус шар; он касается конуса по окружности, фронтальная проекция которой $5' 6'$. Точки 7 и 7_1 этой окружности принадлежат также и экватору вписанного шара.

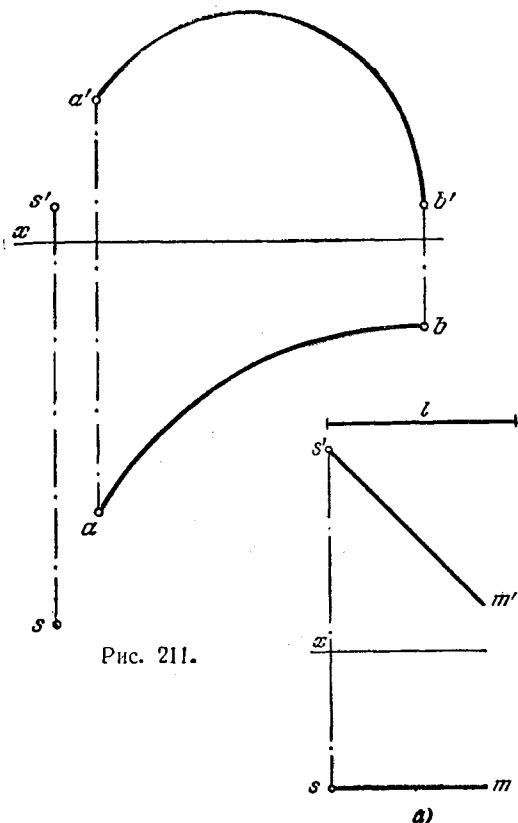


Рис. 211.

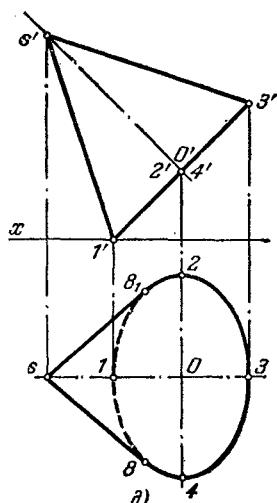
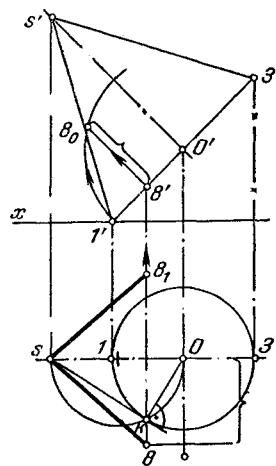
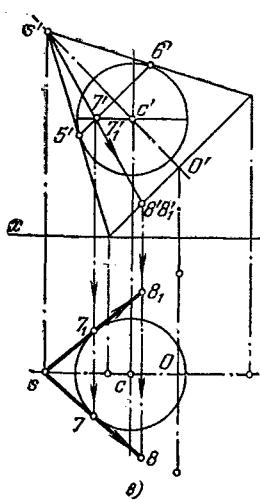
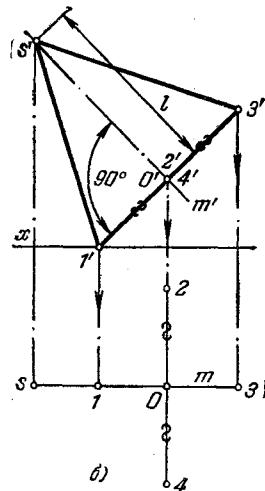


Рис. 212а—д.

FIG. 214a, б.

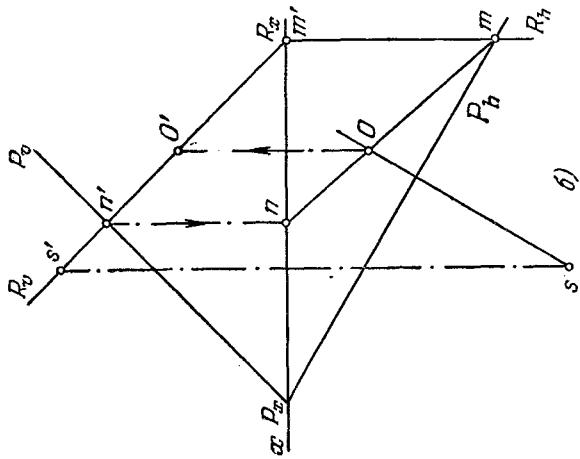
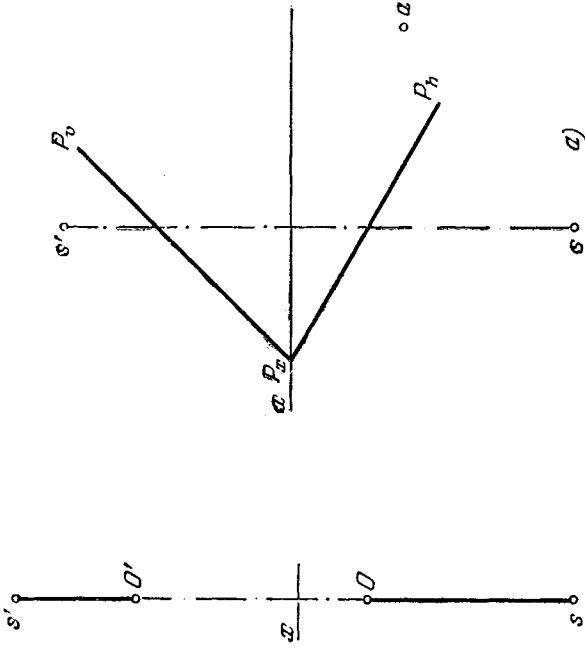


FIG. 213.



Искомые образующие проходят через точки 7 и 7_1 и пересекают окружность основания в точках δ и δ_1 .

Горизонт. проекции $s-7$ и $s-7_1$ этих образующих касаются эллипса, построенного (рис. 212, δ) по осям $2-4$ и $1-3$, в точках δ и δ_1 .

Очерк горизонт. проекции конуса составляется из прямых $s-\delta$ и $s-\delta_1$ и части эллипса $\delta-2-3-4-\delta_1$.

Касательные к эллипсу из точки s можно провести и так, как это показано на рис. 212, ε : сначала провести касательную из точки s к окружности, построенной на малой оси эллипса как на диаметре, получить точку k и по ней точку δ' . Повернув окружность основания конуса до параллельности пл. V (на рис. 212, ε показана только часть этой окружности, проведенная из точки O' радиусом $O'k'$), получаем точку δ_0 и полухорду $\delta'\delta_0$. Откладывая от прямой sO вверх и вниз отрезок, равный этой полухорде, получаем точки δ и δ_1 — точки касания очерковых образующих с эллипсом. Эллипс должен пройти через эти точки.

230. Построить проекции прямого кругового конуса, если точка S — вершина конуса, а точка O — центр окружности основания; эта окружность одной своей точкой касается пл. V (рис. 213).

231*. Построить проекции прямого кругового конуса, основание которого должно быть в плоскости P (рис. 214, a), вершина конуса — в точке S . Точка A принадлежит окружности основания конуса.

Решение. Из точки S проводим (рис. 214, b) перпендикуляр к пл. P и находим точку их пересечения (O', O) , являющуюся центром окружности основания конуса. Совмещаем (рис. 214, ε) пл. P с пл. H и строим совмещенные положения точек O и A (O_0 и A_0). Радиус окружности основания конуса равен расстоянию между этими точками.

Из точки O_0 проводим окружность основания и строим с ее помощью (рис. 214, ε) эллипсы, в которые она проецируется на пл. H и пл. V (см. задачу 189).

Проведя из точек s' и s касательные к соответствующим эллипсам, получаем искомые проекции конуса (рис. 214, δ).

232. Построить проекции прямого кругового конуса, ось которого лежит на прямой SM , а точка A принадлежит окружности его основания (рис. 215). Применить при решении способ совмещения.

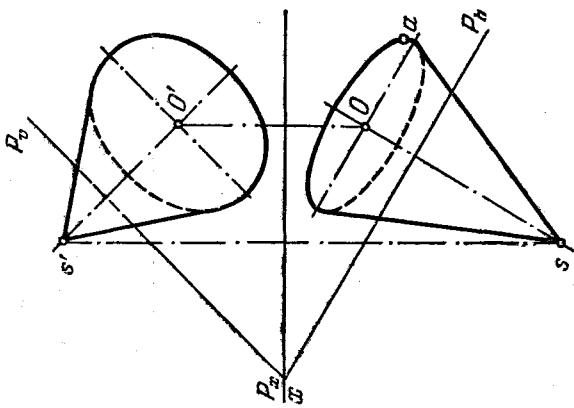
233*. Построить проекции прямого кругового конуса, если его ось проходит через точку I (рис. 216, a), основание расположено на плоскости, заданной параллельными прямыми AB и CD , а плоскость, заданная треугольником EFG , касается этого конуса.

Решение. На рис. 216, b показано, что искомый конус оказывается в двугранном угле, образованном плоскостью основания (она задана параллельными прямыми AB и CD) и касательной плоскостью (заданной треугольником EFG). Ось конуса, проведенная через точку I перпендикулярно к плоскости основания, определяет в пересечении с этой плоскостью центр основания — точку O , а в пересечении с касательной плоскостью вершину конуса — точку S . Тут же определяется и радиус основания OK . Очевидно, надо найти прямую, по которой взаимно пересекаются плоскость основания конуса и касательная к нему плоскость. Это прямая MN . Если ввести дополнительную плоскость проекций так, чтобы она расположилась перпендикулярно к MN , то на полученном чертеже сразу обнаружатся точки O и S и радиус окружности основания конуса.

Итак, начиная с построения линии пересечения плоскости основания конуса с плоскостью, касательной к конусу (рис. 216, ε). Это делаем путем нахождения точек пересечения прямых AB и CD с плоскостью треугольника EFG . Через AB и CD проведены вспомогательные горизонтально-проецирующие плоскости R и Q .

Теперь (рис. 216, δ), последовательно вводя дополнительные плоскости проекций — пл. U , перпендикулярную к пл. V и параллельную MN , и пл. T , перпендикулярную к пл. U и к прямой MN , можно получить чертеж, на котором обе плоскости — основания и касательная к конусу — изображены в виде прямых. Проводя

д)



е)

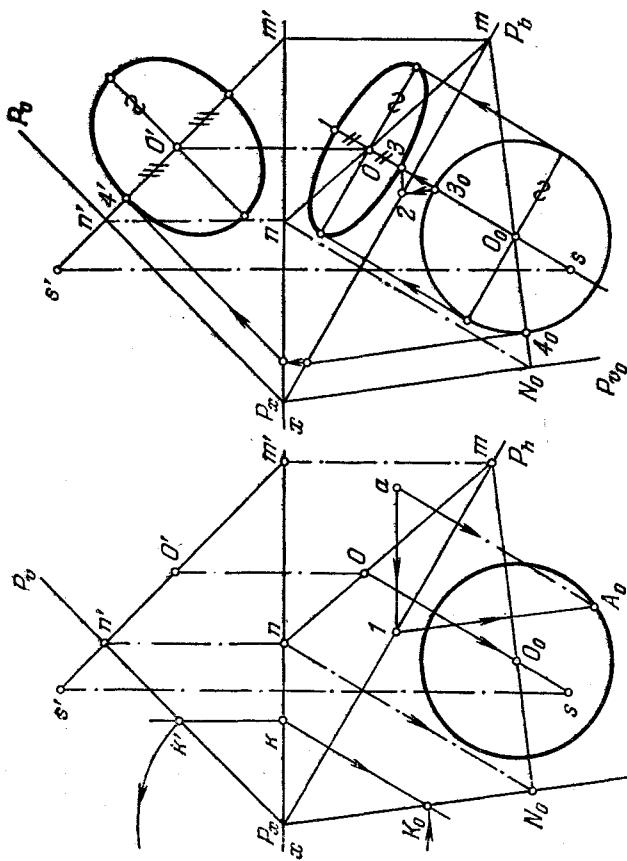


Рис. 214в—г.

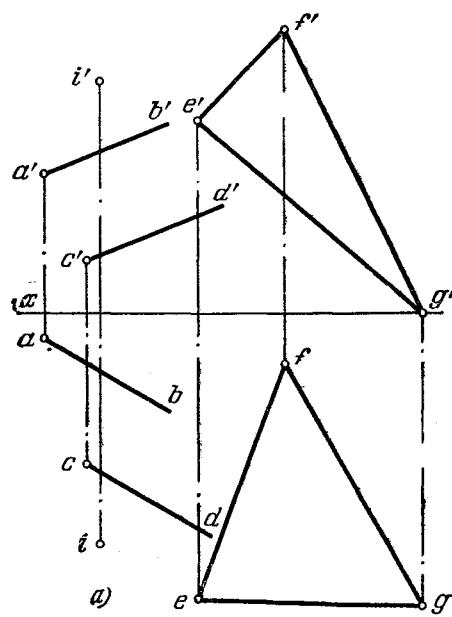
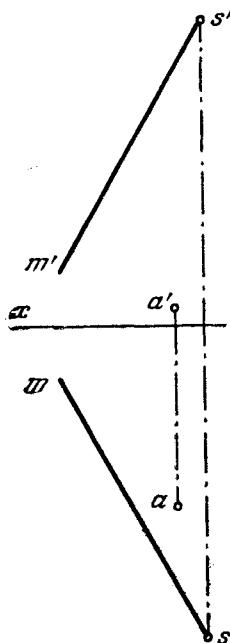


Рис. 215.

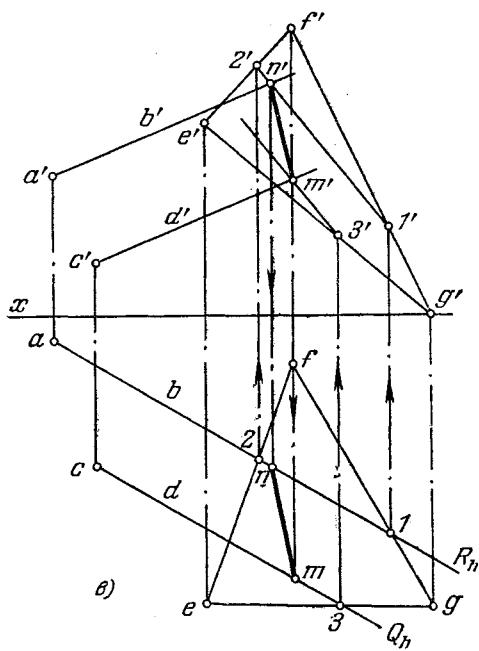
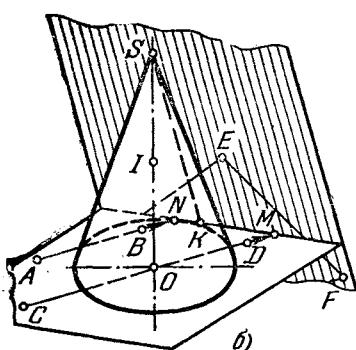
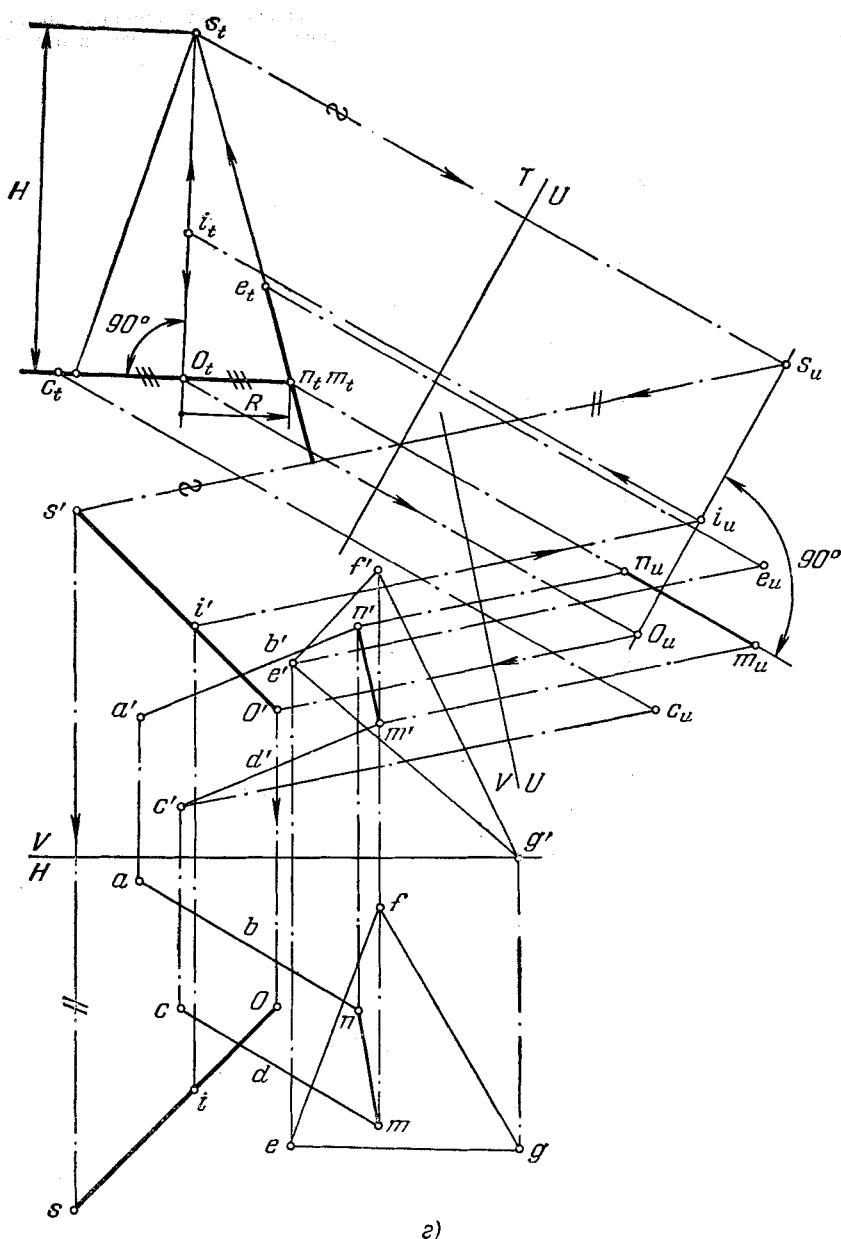


Рис. 216а—в.



2)

FIG. 216r.

на этом чертеже через точку i_t проекцию высоты конуса перпендикулярно к плоскости его основания, получаем проекцию O_t центра основания и s_t — проекцию вершины конуса. Получаем также отрезок $O_t m_t$, равный радиусу основания.

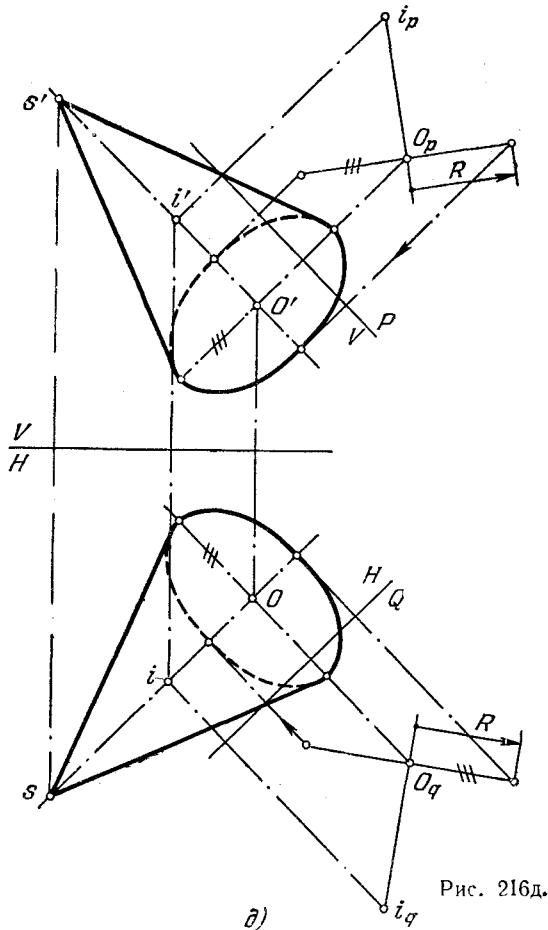


Рис. 216д.

Получив на рис. 216, σ проекции $s'O'$ и sO , переходим к заключительной стадии построения (рис. 216, ∂), т. е. к получению чертежа конуса.

234. Построить проекции прямого кругового конуса, если (рис. 217) точка O является горизонт. проекцией центра основания, расположенного в пл. P , а плоскость, заданная прямыми AB и CD , касается поверхности искомого конуса.

235*. Даны (рис. 218, a) точки: O — центр сферы, A — точка на ее поверхности. Построить проекции сферы.

Решение. Радиус искомой сферы выражается отрезком a проекциями $O'a'$ и Oa (рис. 218, b). Определяем натуральную величину R этого отрезка и проводим из точек O' и O окружности радиусом R .

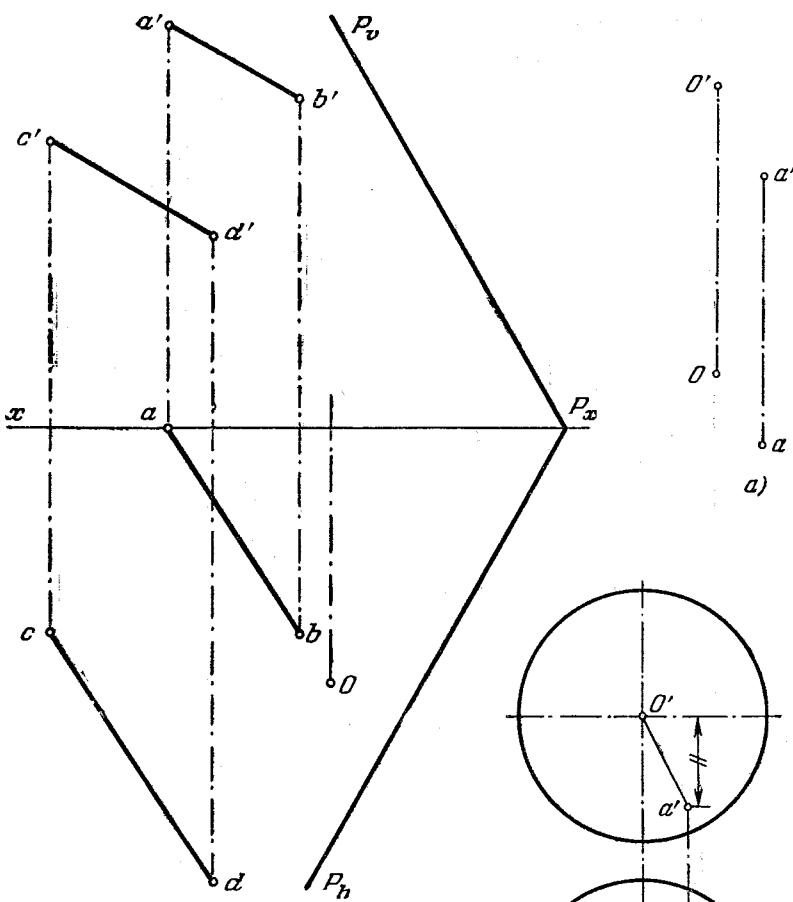


Рис. 217.

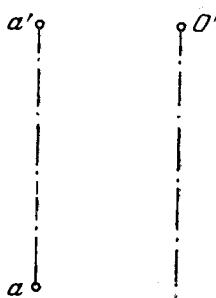


Рис. 219.

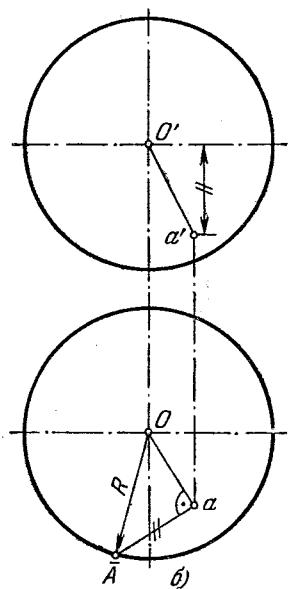
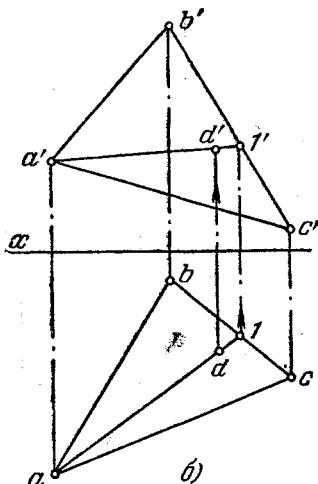
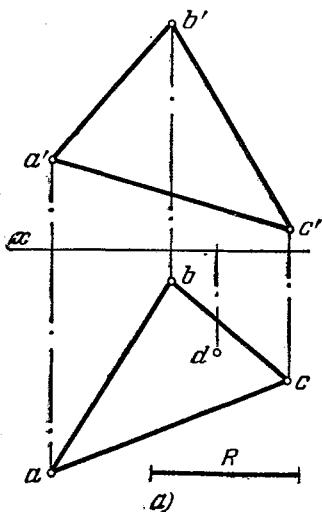


Рис. 218а, б.

236. Построить проекции сферы с центром в точке O ; точка A принадлежит экватору сферы (рис. 219).

237*. Построить сферу радиуса R , касательную в точке D к плоскости, заданной треугольником ABC (рис. 220, а).



Решение. Центр сферы должен лежать на перпендикуляре, проведенном в точке D к пл. треугольника ABC . Найдя (рис. 220, б) проекцию d' , проводим в пл. треугольника горизонталь $A-2$ и фронталь $C-3$ (рис. 220, в), используя их для построения проекций de и $d'e'$ перпендикуляра к этой плоскости.

Теперь надо отложить на прямой DE от точки D отрезок, равный R . Взяв некоторый отрезок DF (рис. 220, г), находим его натуральную величину \bar{DF} , откладываем на \bar{DF} отрезок, равный R , и получаем сначала проекцию O , а по ней O' . Остается провести окружности из точек O и O' радиусом R . Изображена лицевая сторона сферы — по одну сторону плоскости. Если от точек d и d' отложить на продолжении прямых de и $d'e'$ отрезки $dO_1=dO$ и $d'O_1=d'O$ (эти построения на чертеже не показаны), то точка O_1 будет центром второй сферы с тем же радиусом R , касательной к плоскости треугольника ABC в точке D .

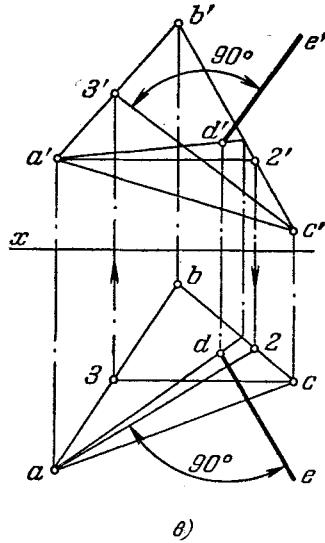


Рис. 220а—в.

238. Построить сферу, касательную к плоскости, заданной треугольником ABC (рис. 221), если центр тяжести площади треугольника является точкой касания, а радиус сферы равен половине стороны BC .

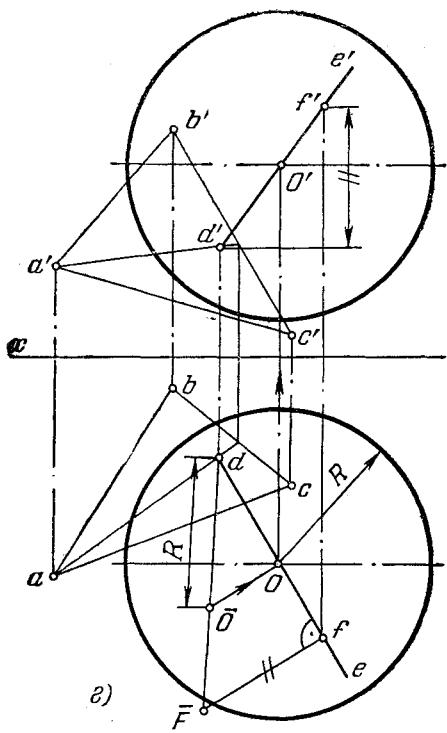


Рис. 220г.

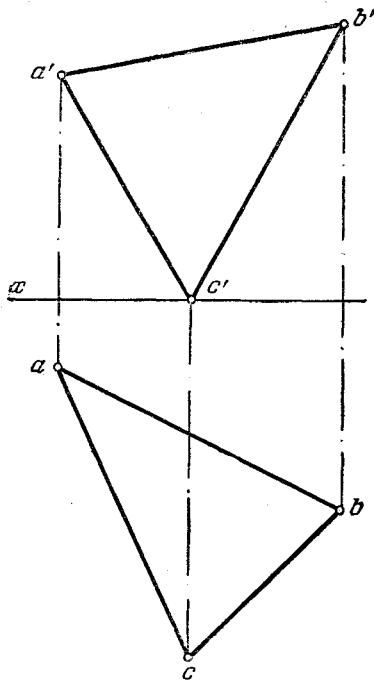


Рис. 221.

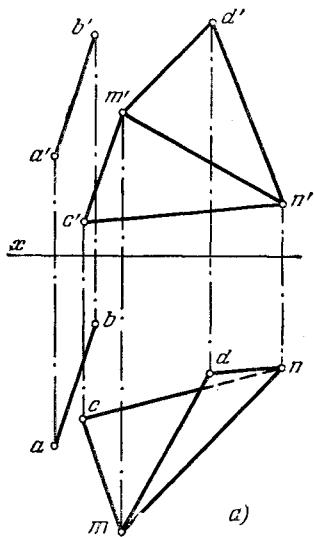
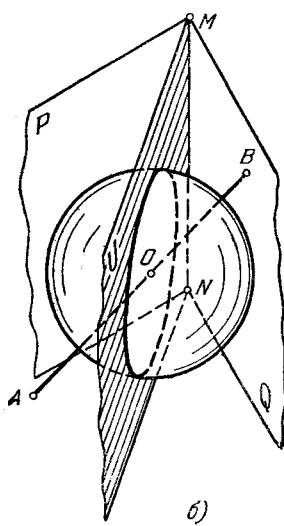


Рис. 222а, 6.



239*. Построить сферу с центром на прямой AB (рис. 222, а), касательную к плоскостям, заданным треугольниками MNC и MND .

Решение. Геометрическим местом центров сфер, касательных к заданным плоскостям P и Q (рис. 222, б), является плоскость (U), проходящая через линию их пересечения MN и делящая двугранный угол между плоскостями пополам.

Центр искомой сферы — точка O находится в точке пересечения плоскости U с прямой AB . Радиус R сферы равен расстоянию от точки O до любой из заданных плоскостей.

Все это легко получить, применяя способ перемены пл. пр. (рис. 222, в). Первую дополнительную плоскость проекций (S) вводим так, чтобы она была перпендикулярна к пл. H и параллельна ребру MN двугранного угла, а затем вторую дополнитель-

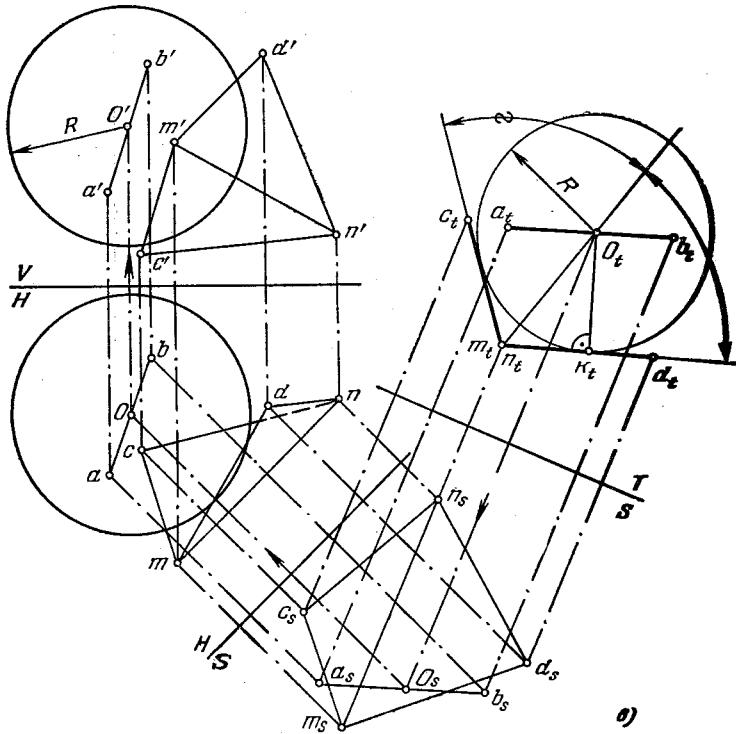


Рис. 222в.

ную пл. T перпендикулярно к пл. S и к тому же ребру MN . Получив проекцию двугранного угла в виде угла $c_t m_t d_t$, проводим в нем биссектрису, изображающую пл. U , находим точку O_t и отрезок $O_t k_t = R$. Остальное ясно из чертежа.

240. Построить сферу, касательную к граням ABC и SAB пирамиды $SABC$ (рис. 223), взяв ее центр на ребре SC .

241*. Провести через прямую AB плоскость, касательную к данной сфере (рис. 224, а).

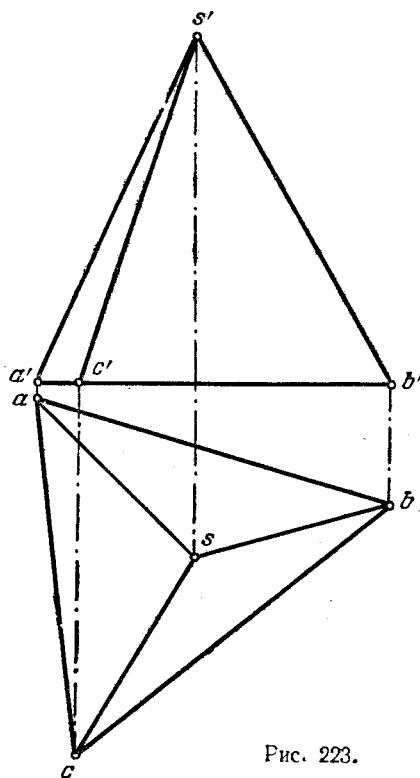


Рис. 223.

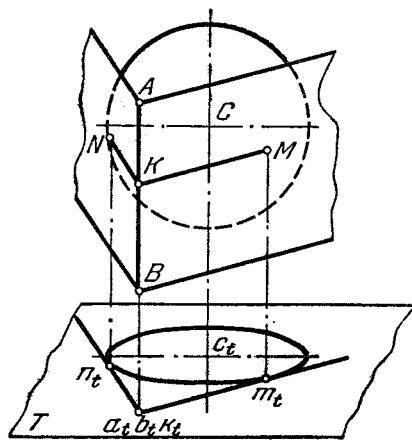
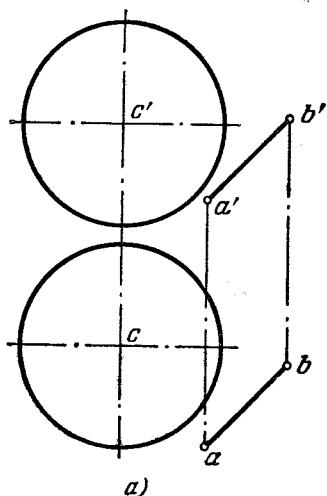


Рис. 224а, б.

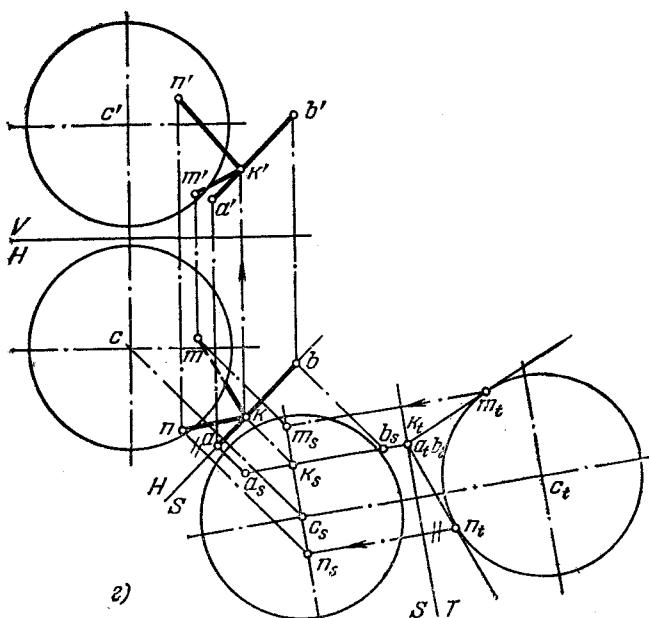
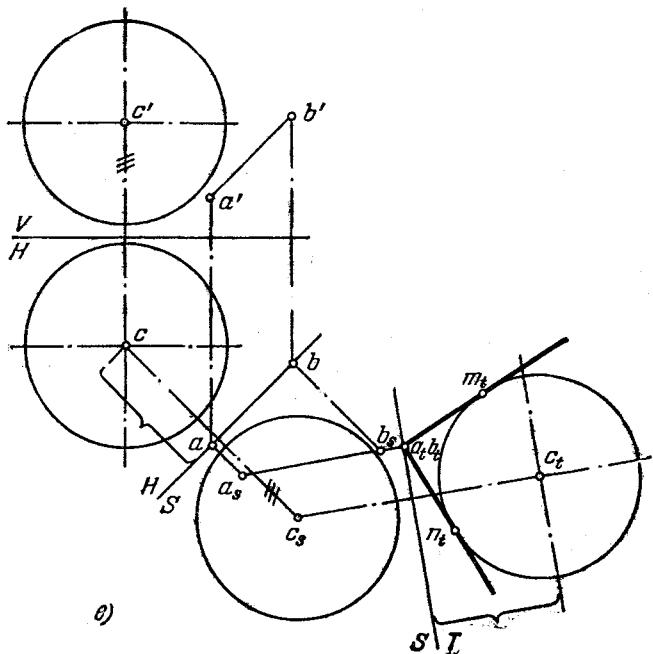


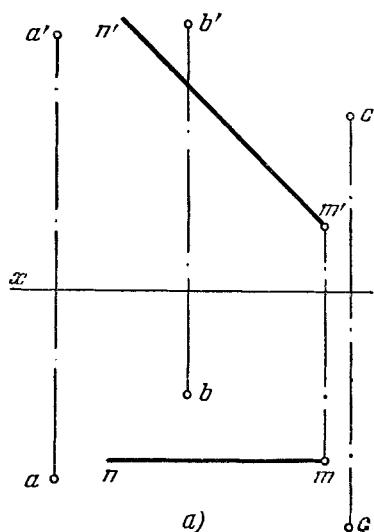
FIG. 224B, r.

Решение. Представив себе пространственную картину (рис. 224, б), можно видеть, что сфера касательна к двум плоскостям, составляющим двугранный угол с ребром AB . Отсюда вытекает следующий план решения: а) применяв способ перемены пл. пр., расположить дополнительную пл. T перпендикулярно к AB , б) получить на этой же пл. T проекцию сферы, в) провести из точки — проекции AB на пл. T — две касательные к окружности, представляющей собою проекцию сферы на пл. T . Эти касательные можно рассматривать как проекции плоскостей, касательных к сфере (они перпендикулярны к пл. T), и в то же время как проекции двух прямых, проведенных из некоторой точки на AB касательно к сфере. Очевидно, прямая AB и каждая из этих касательных определяют плоскость, проходящую через AB касательно к сфере. Если же выделить точки касания M и N (рис. 224, б), то каждая из касательных плоскостей будет выражена прямой AB и точкой касания (M или N).

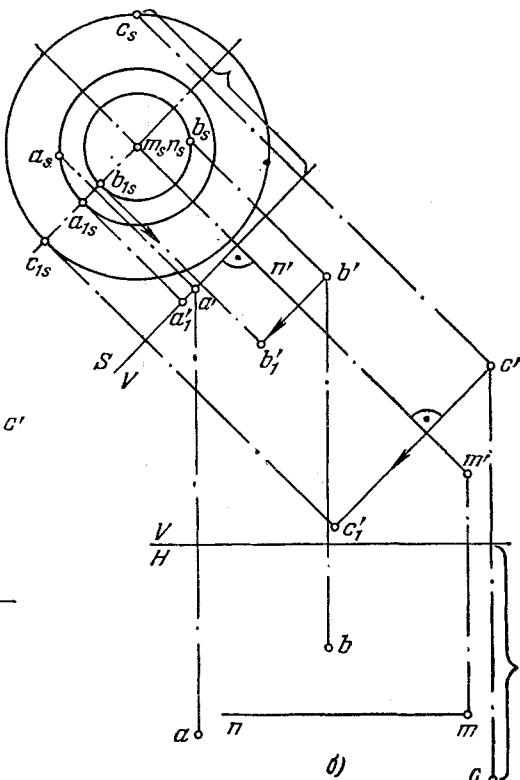
На рис. 224, в показано построение проекций прямой AB и сферы на пл. T и проекций m_t и n_t точек касания на прямых, проведенных из точки a_t (b_t) касательно к окружности с центром c_t .

Заключительная стадия построения показана на рис. 224, г: проведя через точку c_s прямую параллельно оси T/S , получаем на этой прямой проекции m_s и n_s , а также k_s — проекцию точки K на прямой AB ; из точки K проведены касательные KM и KN к сфере.

Остальное ясно из чертежа.



а)

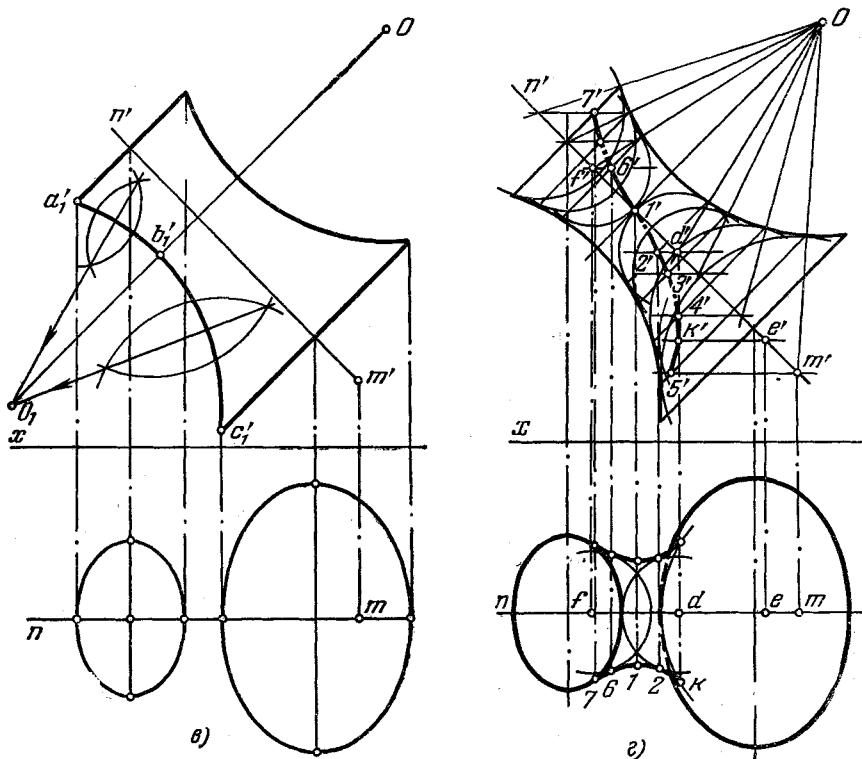


б)

242*. Построить проекции тела вращения, ограниченного поверхностью тора и двумя кругами (основаниями), плоскости которых перпендикулярны к оси этого тела; ось задана прямой MN ($MN \parallel$ пл. V , рис. 225, а). Точки A , B и C принадлежат поверхности тела, причем

точка A лежит на окружности одного из оснований тела, а C — на окружности другого основания.

Решение. Так как ось тела параллельна пл. V , то очерком фронт. проекции будет главный меридиан тела. Проведя через a' и c' (рис. 225, б) прямые, перпендикулярные к $n'n'$, мы получим фронт. проекции плоскостей оснований тела, а введя



перпендикулярную к $m'n'$, и находим точку b' пересечения ее с проекцией экватора сферы. Проведя из точки b окружность — горизонт. проекцию экватора, находим на ней точку b .

Так же поступаем, взяв, например, центр сферы в точке D ; находим точку $(2', 2)$.

Через найденные проекции точек проводим кривую $7'6'1'2'k'b'$ и кривую $7-6-1-2-k$, являющуюся искомой очерковой линией горизонт. проекции поверхности тора. Горизонт. проекции точек кривой, расположенныхных ниже точки K , невидимы.

243. Построить проекции тела вращения, ограниченного поверхностью тора и двумя кругами (основаниями), плоскости которых перпендикулярны к оси тела вращения, ось задана прямой MN

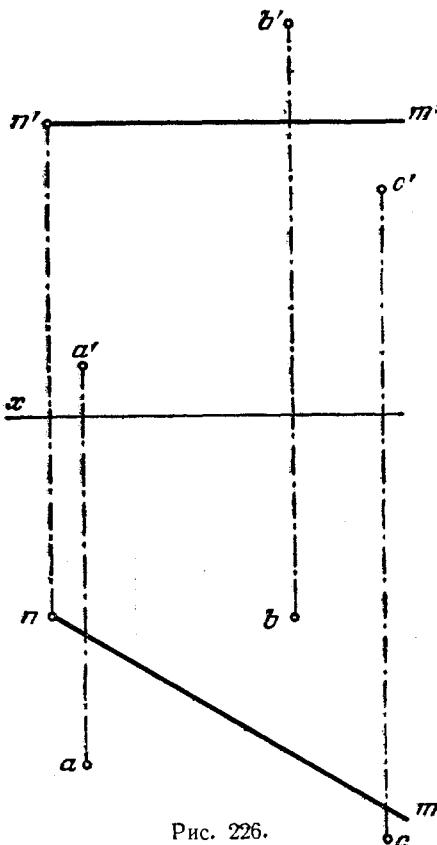


Рис. 226.

($MN \parallel$ пл. H , рис. 226). Точки A , B и C принадлежат поверхности тела, причем точка A лежит на окружности одного, а точка C — на окружности другого основания.

244*. Построить проекции тела вращения, ограниченного поверхностью тора и кругом (основанием), плоскость которого перпендикулярна к оси этого тела. В точке S (рис. 227, a) находится вершина

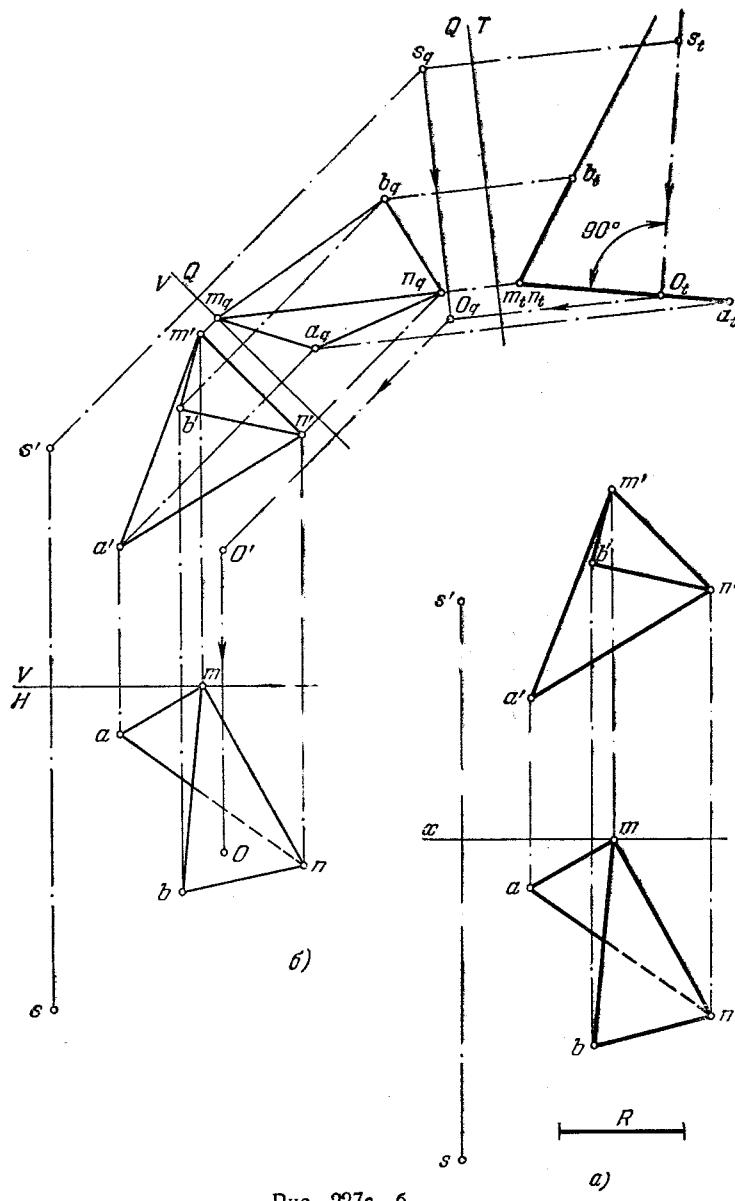


Рис. 227а, б.

тела, основание лежит в плоскости, заданной треугольником AMN . Радиус основания тела равен R . Плоскость, заданная треугольником BMN , касательна к поверхности тела.

Решение. Легко представить себе такое положение заданных элементов относительно некоторой пл. проекций, при котором двугранный угол между плоскостями с ребром MN изобразится в виде угла, стороны которого являются проекциями заданных треугольников; перпендикуляр, проведенный из проекции вершины S на соответствующую сторону угла, определит высоту тела вращения и центр круга основания. Действительно (рис. 227, б), применяя способ перемены плоскостей проекций, получаем соответствующую конфигурацию в проекции на дополнительной пл. T . Образующая тела вращения на этой плоскости должна изобразиться дугой окружности, проходящей через точки s_t и c_t (точка c_t должна лежать на прямой m_2O_1 , на расстоянии R от точки O_1) и касательной к прямой m_2b .

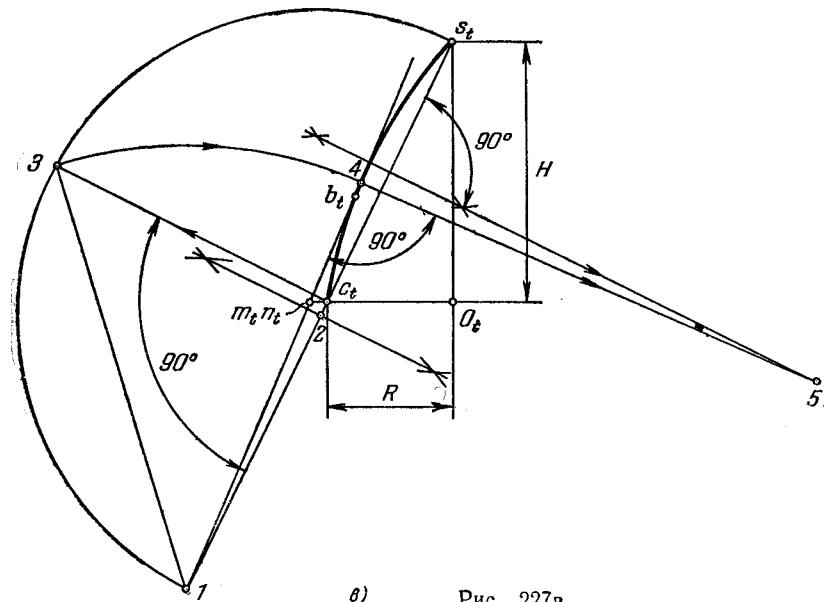


Рис. 227в.

Пострение такой дуги показано на рис. 227, в. Через точки s_t и c_t проведена прямая до пересечения с прямой $m_t b_t$ в точке 1. Отрезок $s_t 1$ разделен пополам, и из точки 2 как из центра проведена окружность (показана ее половина) радиусом $s_t 2$. Из точки c_t проведен перпендикуляр к $s_t c_t$ до пересечения с окружностью в точке 3. Проводя дугу радиусом 1—3, получаем на прямой $m_t b_t$ точку 4. Теперь, проведя перпендикуляр в точке 4 к прямой $m_t b_t$ и к отрезку $s_t c_t$ в его середине, находим точку 5—центр дуги, проходящей через точки s_t и c_t и касательной в точке 4 к прямой $m_t b_t$.

Итак, из рис. 227, б и в мы получаем высоту тела вращения, натуральную величину радиуса дуги, дающей очерк его меридиана, и проекции O' и O центра основания.

Теперь переходим к построению проекций тела вращения на пл. V и пл. H (рис. 227, г). Используем способ перемены пл. пр. Сначала вводим дополнительную пл. P перпендикулярно к пл. H и параллельно оси тела вращения: ось P/H проводим параллельно sO . Построив s_pO_p , проводим через O_p прямую, перпендикулярную к s_pO_p , и получаем на пл. P проекцию основания в виде отрезка прямой, равного $2R$, а на ней — проекцию на пл. H в виде эллипса. Проекция тела на пл. P очерчивается дугами радиуса, величина которого получена на рис. 227, в. Пользуясь изображением

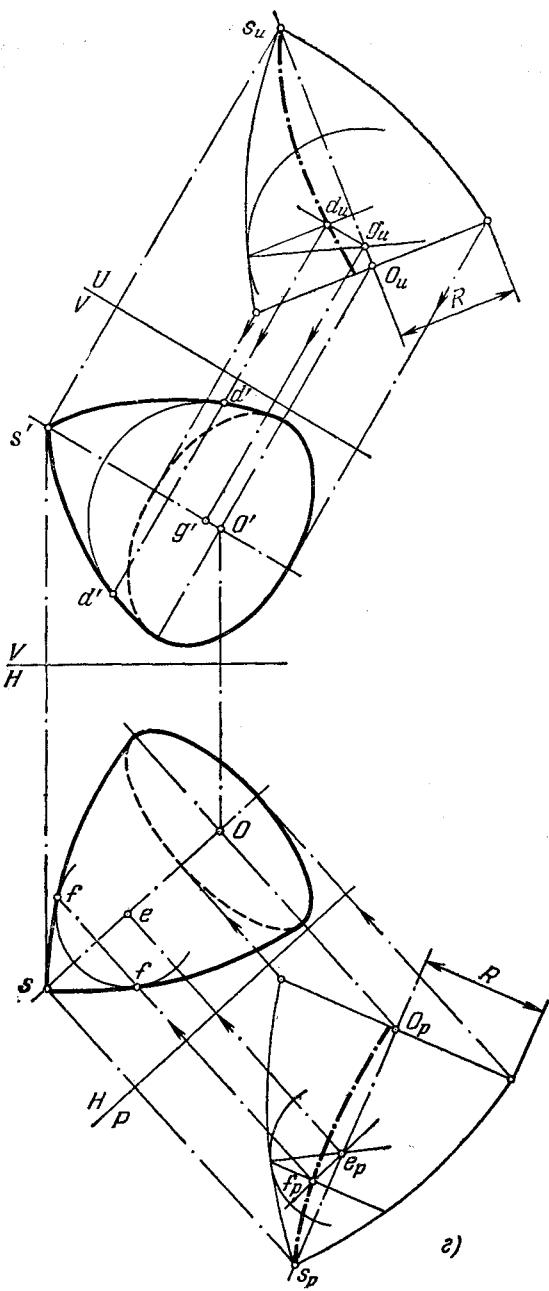


Рис. 227г.

на пл. P , находим очерк горизонт. проекции при помощи вписанных сфер (подобно рассмотренному в задаче 242 на рис. 225, г). Например, взяв проекции сферы с центрами e_P и e , получаем точку f для очерка проекции тела вращения.

Аналогично поступаем и для построения фронт. проекции тела, вводя дополнительную пл. U .

245. Построить проекции тела вращения, ограниченного поверхностью тора и двумя кругами в плоскостях, перпендикулярных к оси тела вращения, если дано: а) точка O_1 — горизонт. проекция центра основания, расположенного в пл. P и имеющего радиус R_1 ;

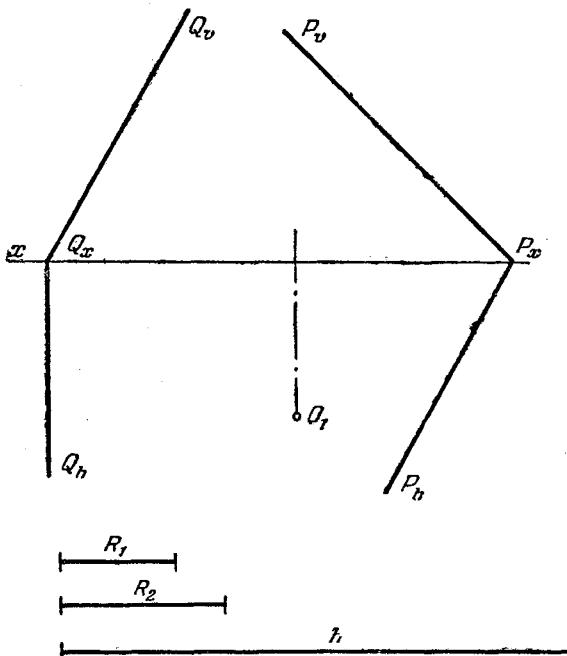


Рис. 228.

б) R_2 — радиус другого основания; в) h — расстояние между основаниями; г) пл. Q касательна к поверхности тора (рис. 228).

246*. По заданной проекции точки, принадлежащей изображенной на чертеже поверхности, найти другую проекцию этой точки.

Р е ш е н и е. При решении применен общий прием, заключающийся в отнесении рассматриваемой точки к некоторой линии, заведомо принадлежащей поверхности.

На рис. 229, а по заданным проекциям a' и b точек, принадлежащих цилиндрической поверхности, надо было найти проекции a и b' . Построение выполнено при помощи образующих $A-I$ и $B-2$. Также и на рис. 229, б применены образующие конической поверхности $S-I$ для нахождения проекции точки a по заданной a' и $S-2$ для нахождения проекции точки b' по заданной b .

На рис. 229, в найдены проекции a и a'' по заданной проекции a' точки, принадлежащей сфере. Проведена горизонт. проекция параллели, взятой на уровне точки A , — окружность радиуса $O_1 I'$. Дальнейшее ясно из чертежа.

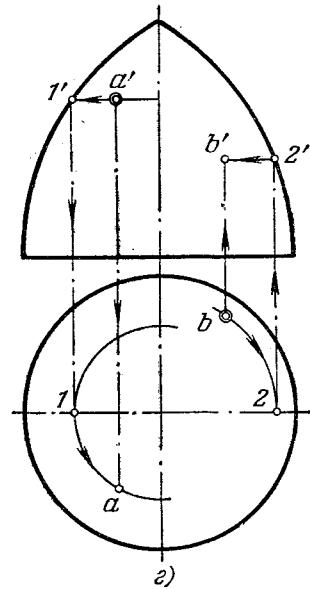
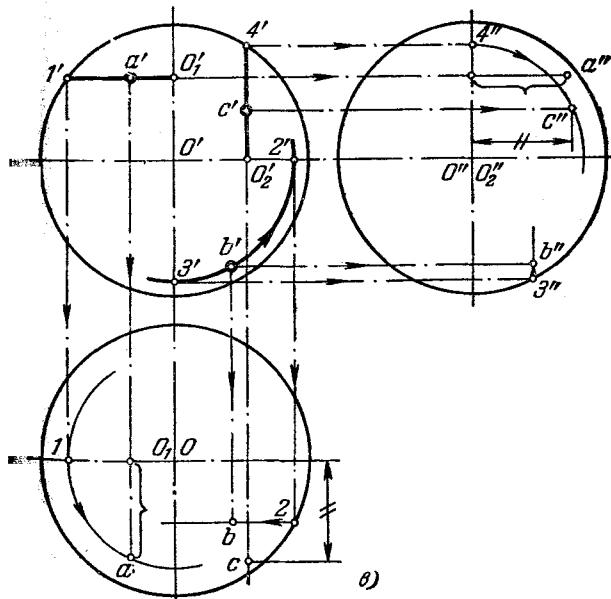
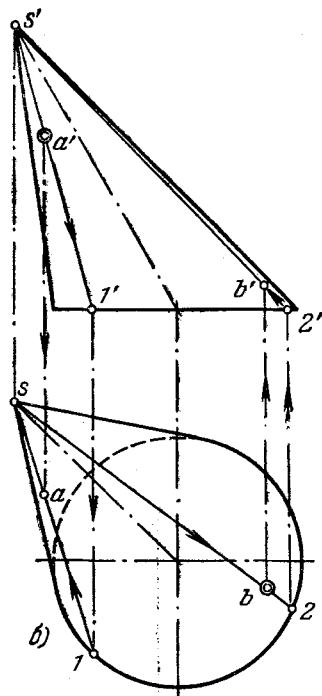
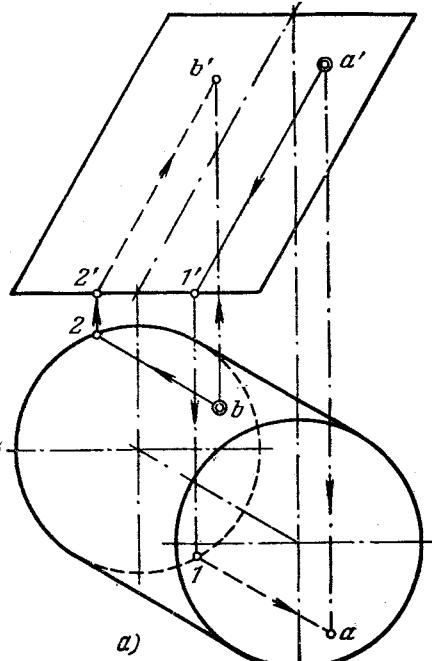


Рис. 229а—г.

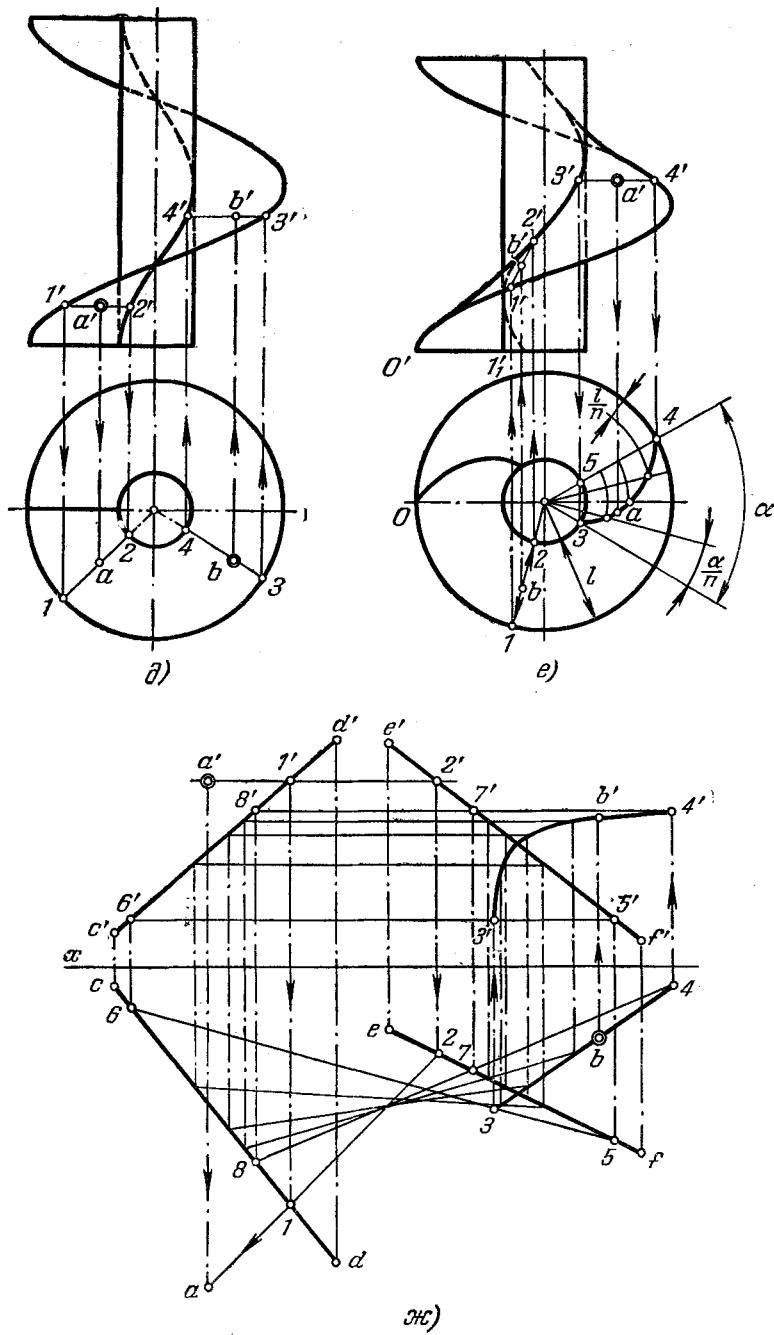


Рис. 229д—ж.

На том же рис. 229, в показано, что можно, например, построить проекцию b' точки B , принадлежащей сфере, по заданной проекции b'' иначе, чем это сделано для точки A , а именно: представить себе сечение сферы плоскостью, параллельной пл. V , по окружности радиуса $O'_2 b'$, найти положение горизонт. проекции этой окружности и на ней взять проекцию b' . Проекцию b'' можно найти, построив профильную проекцию окружности радиуса $O'_2 b'$.

Можно было бы представить себе плоскость, проходящую через заданную точку параллельно пл. W . Это показано на рис. 229, в на примере нахождения проекций c' и c точки C по заданной ее проекции c'' . Плоскость, параллельная пл. W , рассчитает сферу по окружности радиуса $O'_2 4' = O''_2 4''$. Находим на профильной проекции этой окружности проекцию c'' . Затем находим проекцию c .

Все построения на рис. 229, в выполнены в предположении, что точки A , B и C даны на той части сферы, которая видима на пл. V .

На рис. 229, г найдена проекция a по заданной a' и проекция b' по заданной b ; точки принадлежат поверхности тора. Применены параллели поверхности.

На рис. 229, д по заданным проекциям a' и b' точек A и B , принадлежащих прямой винтовой поверхности, найдены проекции a и b . Это сделано путем отнесения точек к соответствующим положениям образующей — прямой линии. Горизонт. проекции образующих направлены радиально, а фронт. проекции — перпендикулярно к фронту проекции оси поверхности.

Для нахождения фронт. проекции точки B , принадлежащей косой винтовой поверхности (рис. 229, е), по заданной ее горизонт. проекции b также использована прямолинейной образующей поверхности. Ее горизонт. проекция определена точками 1 и 2 , по ним взяты точки $1'$ и $2'$ на фронте проекции винтовых линий, и проведена проекция $1' 2'$, на которой и найдена точка b' . Точность построения (так же, как и на рис. 229, д) зависит от тщательности построения синусоид — фронт. проекций винтовых линий. Чтобы повысить точность, можно применить расчет подъема точек на фронт. проекции в зависимости от углового перемещения на горизонт. проекции. Например, точка, образующая винтовую линию, в положении 1 переместилась вдоль оси цилиндра на долю шага, соответствующую доле полного поворота вокруг оси:

$$\frac{I'_1 I'}{\text{шаг}} = \frac{\widehat{OI}}{360^\circ}.$$

Что же касается нахождения горизонт. проекции точки A по заданной проекции a' (см. рис. 229, е), то здесь применено сечение косой винтовой поверхности плоскостью, перпендикулярной к ее оси. Получающаяся при этом спираль Архимеда изобразится без искажения на горизонте проекции. Проведя фронт. проекцию спирали Архимеда — отрезок $3' 4'$, находим проекции точек 3 и 4 ; затем делим угол α на n равных частей и на такое же число равных частей делим отрезок $5—4$, равный l . Точки спирали получаются в пересечении соответствующих прямых и дуг, как это показано на чертеже. Искомая точка a находится на спирали.

На рис. 229, ж показано построение проекций a' точки A и проекции b' точки B , принадлежащих косой плоскости (гиперболическому параболонду). Плоскостью параллелизма является пл. H . Через заданную проекцию a' проведена проекция $1' 2'$ образующей этой поверхности ($1' 2' \parallel$ оси x), построена проекция $1—2$, на которой и получена искомая горизонт. проекция точки A .

Для нахождения проекции b' проведена через точку b прямая $3—4$ — горизонт. проекция некоторой линии, принадлежащей поверхности. По точкам пересечения прямой $3—4$ с образующими ($5—6$, $4—8$ и др.) найдены точки для проведения фронт. проекции $3' 4'$ полученной кривой, на которой определяется искомая проекция b' .

§ 22. Пересечение поверхности плоскостью и прямой линией

247*. Построить проекции части прямого кругового цилиндра, остающейся после пересечения его фронтально-проецирующей плоскостью P (рис. 230). Дать натуральный вид сечения и полную развертку поверхности.