*Максимальный член в статистической сумме* (см. гл. 1, решение задачи 21). Пусть $E^*$ есть значение $E$, которое соответствует максимуму подынтегрального выражения в статистической сумме (2.1). Если приближенно вычислить интеграл, сохранив лишь вклад, вносимый ближайшей окрестностью этого значения, то логарифм статистической суммы приближенно будет равен

$$\ln Z(\beta) = -\beta E^* + \ln \Omega(E^*), \tag{2.16}$$

$$\beta = \frac{\partial \ln \Omega(E^*)}{\partial E^*}, \tag{2.17}$$

где предполагается, что функции $\ln Z$ и $\ln \Omega$ должны быть порядка $O(N)$ или $O(V)$, так что в (2.16) поправки порядка $O(\ln N)$ или $O(\ln V)$ могут быть опущены.

## § 3★. Асимптотические оценки и преобразования Лежандра термодинамических функций

Полагая $\beta^* = 1/kT$, сразу же видим, что соотношения (2.8) и (2.9) совпадают с преобразованием Лежандра

$$S(E) = \frac{1}{T}(E - F), \qquad \frac{\partial (F/T)}{\partial (1/T)} = E, \tag{2.18}$$

которое определяет энтропию $S(E)$ по функции $F(T)$. Из (2.8) и (2.9) получаем также

$$\frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E} = \left\{\frac{\partial \ln Z(\beta^*)}{\partial \beta^*} + E\right\} \frac{\partial \beta^*}{\partial E} + \beta^* = \beta^*,$$

$$\ln Z(\beta^*) = \ln \Omega - \beta^* E. \tag{2.19}$$

Эти соотношения совпадают с обратным преобразованием Лежандра

$$\frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T}, \qquad \frac{F}{T} = \frac{E}{T} - S, \tag{2.20}$$

которое определяет $F(T)$ по $S(E)$. Соотношения (2.16) и (2.17) также совпадают с этим преобразованием.

## § 4★. Большая статистическая сумма $\Xi(\lambda)$

Большая статистическая сумма

$$\Xi(\lambda) = \sum_{N=0}^{\infty} \lambda^N Z_N \tag{2.21}$$

для большого канонического распределения не является образом Лапласа, а представляет собой просто степенной ряд из функций $Z_N$. Однако свойства ее подобны свойствам статистической суммы $Z(\beta)$, описанным в § 1.