

ГЛАВА 5

Системы с сильным взаимодействием

До сих пор мы в основном имели дело с системами со слабым взаимодействием, т. е. с системами, в которых взаимодействие между частицами настолько мало, что их движение можно рассматривать как почти свободное, например разреженные газы. Сюда относятся также системы, движение в которых может быть представлено в форме нормальных мод (например, колебания решетки в кристалле). Это наиболее типичные примеры; с ними часто приходится сталкиваться в реальных задачах. Вместе с тем во многих случаях (которые, возможно, представляют наибольший интерес) взаимодействие между частицами настолько сильно, что подобные упрощения уже недопустимы. Ярким примером могут служить явления ферромагнетизма и фазовые переходы (в общем смысле). Строгое рассмотрение таких систем чрезвычайно сложно, но могут быть разработаны различные приближенные методы, позволяющие выявить наиболее существенные детали физических явлений, связанных именно с сильным взаимодействием. В настоящей главе будет разобран ряд наиболее типичных задач, которые могут служить введением в более углубленное изучение проблемы.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ¹⁾

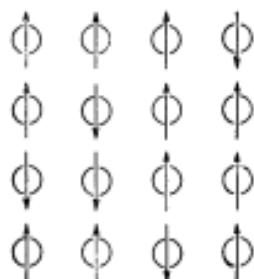
§ 1. Приближение молекулярного поля

Самосогласованное молекулярное поле. Описанный ниже метод является наиболее простым и удобным приближением при изучении систем взаимодействующих частиц. Рассмотрим какую-либо одну частицу системы. На нее действуют силы, вызванные другими окружающими частицами. Это силовое поле аппроксимируется некоторым средним полем, или *молекулярным полем*. (Хотя оно зависит от состояний окружающих частиц и, следовательно, с некоторой вероятностью может принимать различные значения.) При этом выбранная частица может рассматриваться методами статистической механики. Тогда в свою очередь можно

¹⁾ См. книги Киттеля [1] и Фаулера и Гуттентейма [2].

определить среднее поле, с помощью которого эта частица влияет на соседние. Если частицы одинаковы, то вычисленное таким образом среднее поле должно совпадать с полем, введенным ранее. Этому требованию *самосогласованности* должно удовлетворять молекулярное поле. Оно определяет статистические свойства системы, с помощью которых в свою очередь могут быть вычислены ее термодинамические свойства.

Такой подход является очень общим. Он используется не только в классических, но и в квантовых задачах многих тел. Примером его применения в квантовой механике является приближение Хартри — Фока.



Фиг. 108

Модель Изинга. Хорошим примером, иллюстрирующим эту идею, может служить простая модель ферромагнетизма. В этой модели предполагается, что каждый атом кристалла обладает магнитным моментом μ_0 , который может быть направлен вверх или вниз, как показано на фиг. 108. Такие магнитные моменты называют *спинами Изинга*. Состояния каждого спина Изинга описываются переменной σ_j ($j = 1, 2, \dots, N$; N — полное число атомов), которая может принимать значения 1 или -1. Взаимодействие J соседних спинов решетки (обменное взаимодействие) имеет знак «плюс» или «минус» в зависимости от того, параллельны или антипараллельны спины, т. е.

$$J_{++} = J_{--} = -J, \quad J_{+-} = J.$$

Следовательно, энергию взаимодействия спинов можно представить в виде

$$\mathcal{H}_{\text{вз}} = - \sum_{(ij)} J \sigma_i \sigma_j, \quad (5.1)$$

где суммирование проводится по взаимодействующим парам ближайших соседей. Если $J > 0$, то соседние спины имеют тенденцию расположиться параллельно, в связи с чем возможно появление ферромагнетизма. Если $J < 0$, то соседние спины имеют тенденцию расположиться антипараллельно, так что может возникнуть антиферромагнетизм (см. § 3 этой главы).

Поле Вейсса. Если к системе приложено внешнее магнитное поле, то каждый атом оказывается в поле, слагающимся из этого внешнего поля и поля обменного взаимодействия с соседними атомами. Последнее в действительности является флукутирующим полем, которое в данном приближении заменяется некоторым средним полем, эквивалентным магнитному полю H' , называемому *молекулярным полем*, или *полем Вейсса* (так как эта идея впервые

была высказана Вейссом). При таком допущении мы считаем, что на спин действует эффективное поле

$$H_{\text{эфф}} = H + H'. \quad (5.2)$$

Если система спинов не обладает намагниченностью, можно положить $H' = 0$. Следовательно, вообще можно предположить, что

$$H' = qM, \quad (5.3)$$

т. е. что молекулярное поле H' пропорционально намагниченности M . Константа q называется константой молекулярного поля. Для эффективного поля $H_{\text{эфф}}$, определяемого соотношением (5.2), средний магнитный момент в направлении $H_{\text{эфф}}$ описывается выражением (см. гл. 1, пример 10)

$$\bar{\mu} = \mu_0 \operatorname{th} \frac{\mu_0 H_{\text{эфф}}}{kT}. \quad (5.4)$$

Если число атомов в единице объема равно n , то намагниченность M в соответствии с (5.2) и (5.3) будет равна

$$M = n\bar{\mu} = n\mu_0 \operatorname{th} \left\{ \frac{\mu_0}{kT} (H + qM) \right\}. \quad (5.5)$$

Таким образом, выражение (5.5) представляет собой самосогласованное определение H' .

Пусть число соседних спинов, расположенных вокруг данного спина, равно z и пусть \bar{z}_+ — среднее число спинов, направленных вверх, а \bar{z}_- — среднее число спинов, направленных вниз. Тогда имеем

$$\bar{z}_+ - \bar{z}_- = z \frac{M}{M_\infty}, \quad \text{где } M_\infty = n\mu_0, \quad (5.6)$$

так как \bar{z}_+/z и \bar{z}_-/z представляют собой соответственно долю спинов, направленных вверх и вниз. Далее, можно положить

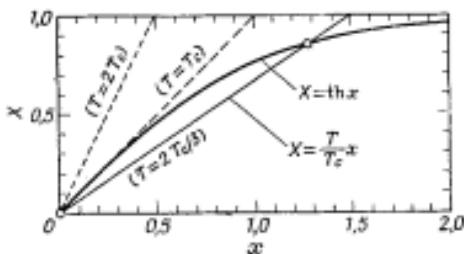
$$\mu_0 H' = J(\bar{z}_+ - \bar{z}_-) = zJ \frac{M}{M_\infty}, \quad \text{откуда} \quad q = \frac{zJ}{\mu_0 M_\infty}, \quad (5.7)$$

ибо величина $\pm \mu_0 H'$ представляет среднее взаимодействие спина с соседями. Следовательно, соотношение (5.5) можно записать в виде

$$\frac{M}{M_\infty} = \operatorname{th} \left(\frac{\mu_0 H}{kT} + \frac{zJM}{kTM_\infty} \right). \quad (5.8)$$

В частности, спонтанная намагниченность $M_s(T)$ в отсутствие внешнего поля ($H = 0$) определяется уравнением

$$X = \operatorname{th} \left(\frac{zJ}{kT} X \right), \quad X \equiv \frac{M_s}{M_\infty}. \quad (5.9)$$



Ф и г. 109

Это означает, что $x(T)$, а следовательно, и $X(T) = M_s(T)/M_\infty$ можно определить, находя точку пересечения графиков двух функций, а именно

$$X = \operatorname{th} x, \quad X = \frac{kT}{zJ} x = \frac{T}{T_c} x \quad \left(T_c = \frac{zJ}{k} \right), \quad (5.40)$$

как это показано на фиг. 109. Величину M_s называют также намагниченностью насыщения, а M_∞ является ее значением при 0°K .

§ 2. Приближение Бротта — Вильямса

В предыдущем параграфе мы ввели приближение молекулярного поля, основываясь лишь на физической интуиции, однако оно может быть получено также методами статистической механики. Пусть N — полное число атомов, а N_+ и N_- — соответственно числа атомов со спинами, направленными вверх и вниз. Если эти положительные и отрицательные спины образуют идеальную смесь, то число конфигураций распределения спинов в решетке, очевидно, равно

$$W = \binom{N}{N_+} = \frac{N!}{N_+! N_-!} \quad (N = N_+ + N_-).$$

Следовательно, для энтропии можно получить следующее выражение:

$$S = k \ln W = -k \left\{ N_+ \ln \frac{N_+}{N} + N_- \ln \frac{N_-}{N} \right\} = -kN \left\{ \frac{1}{2}(1+X) \ln \frac{1}{2}(1+X) + \frac{1}{2}(1-X) \ln \frac{1}{2}(1-X) \right\}, \quad (5.41)$$

где мы использовали формулу Стирлинга. Здесь X определяется соотношениями

$$\frac{N_+}{N} = \frac{1}{2}(1+X), \quad \frac{N_-}{N} = \frac{1}{2}(1-X). \quad (5.42)$$