

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый курс математического анализа написан на основе двухтомного учебника автора «Математический анализ». \*) Настоящий учебник соответствует новым требованиям, предъявляемым к математическому образованию. Благодаря более четкому выделению вопросов, относящихся к основным понятиям математического анализа и их применению к решению задач, этот учебник можно использовать как в высших технических учебных заведениях, так и в университетах. Изложение материала ведется на уровне, доступном широкому кругу студентов. Вопросы, выходящие за рамки программы по высшей математике для вузов и посвященные более глубокому изучению анализа на университетском уровне, отмечены звездочкой.

В курсе излагаются как традиционные классические методы математического анализа, так и современные, которые возникли в последние десятилетия. Действительные числа вводятся аксиоматически. Этот путь дает возможность наиболее компактно и полно изложить необходимые для анализа сведения о числах. Вместе с тем он и логически наиболее совершенен, ибо при других, так называемых «конструктивных», методах построения теории действительных чисел (когда за основу берутся бесконечные десятичные дроби или сечения в области рациональных чисел, или классы эквивалентных фундаментальных последовательностей рациональных чисел) все равно необходимо вводить аксиому существования (непротиворечивости) множества действительных чисел, что, правда, далеко не всегда отмечается в учебниках. Поскольку же при построении теории действительных чисел использование аксиом неизбежно, то проще всего их сразу сформулировать и перейти к изучению математического анализа в собственном смысле слова.

За исключением параграфов, посвященных теории действительных чисел, в курсе за основу принят индуктивный метод изложения материала. Так, например, понятие предела сначала изучается для числовых последовательностей, затем для функций одной действительной переменной, далее вводится понятие предела по множеству в евклидовом пространстве, предела интегральных сумм и, наконец, все завершается рассмотрением общего понятия предела по фильтру в топологическом пространстве.

Доказываемые теоремы не всегда формулируются с наибольшей общностью; иногда для лучшего выявления сущности изучаемого вопроса и идеи проводимого доказательства рассмотрение проводится лишь для достаточно гладких функций. Такая точка зрения оправдана также тем, что благодаря плотности гладких функций

\*) Второе издание этого учебника вышло в 1973 г. в издательстве «Высшая школа».

в соответствующих функциональных пространствах многие теоремы, доказанные для гладких функций, могут быть единым методом с помощью предельного перехода перенесены на более широкие классы функций. К сожалению, эту идею невозможно довести до конца без существенного увеличения объема книги. Поэтому вопрос о плотности «хороших» функций в различных функциональных пространствах рассмотрен в курсе лишь в простейших случаях.

Большое внимание в учебнике уделяется решению задач методами, основанными на изложенной теории. Кроме того, читателю для самостоятельной работы рекомендуются упражнения и задачи. Решение упражнений весьма полезно для активного усвоения математического анализа. Отдельные же из предлагаемых задач довольно трудны. Их решение не является необходимым для овладения материалом и может потребовать довольно длительного времени. Как правило, они связаны с интересными и достаточно глубокими математическими фактами, для подробного изложения которых не нашлось места в книге. Нумерация упражнений ведется отдельно в каждом параграфе, нумерация же задач, как и рисунков — сквозная.

Значительная часть материала, вошедшего в книгу, в течение многих лет излагается автором в Московском физико-техническом институте в лекционном курсе математического анализа. Автор обсуждал многие вопросы, относящиеся к изложению различных тем, со своими коллегами по кафедре высшей математики Московского физико-технического института и получил от них много полезных советов, которые все были приняты во внимание при подготовке рукописи к печати.

Автор выражает свою глубокую благодарность С. М. Никольскому, О. В. Бесову и Г. Н. Яковлеву, с которыми он много лет читает параллельно курс математического анализа и постоянно обсуждает различные аспекты курса. Раздел, посвященный обобщенным функциям, написан под несомненным влиянием В. С. Владимирова, которому автор выражает свою искреннюю признательность за многие полезные замечания.

Особенно признателен автор рецензентам книги — Н. В. Ефимову и В. А. Ильину, подробные и обстоятельные рецензии которых позволили во многом улучшить изложение материала.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность преподавателям кафедры математики Московского физико-технического института И. А. Борачинскому, К. А. Бежанову, Ф. Г. Булаевской, В. А. Ходакову, сделавшим много полезных предложений, которые все были учтены при окончательном редактировании текста.

Автор также приносит свою искреннюю признательность научному редактору Н. М. Флайшеру, проделавшему большую работу, содействовавшую несомненному улучшению учебника.