

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава пятая

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

§ 39. Формула Тейлора и ряд Тейлора для функций многих переменных	4
39.1. Формула Тейлора для функций многих переменных	4
39.2. Формула конечных приращений для функций многих переменных	11
39.3. Замечания об оценке остаточного члена формулы Тейлора во всей области определения функции	13
39.4. Равномерная сходимости по параметру семейства функций	16
39.5. Замечания о рядах Тейлора для функций многих переменных	19
§ 40. Экстремумы функций многих переменных	19
40.1. Необходимые условия экстремума	19
40.2. Достаточные условия строгого экстремума	21
40.3. Замечания об экстремумах на множествах	27
§ 41. неявные функции	28
41.1. неявные функции, определяемые одним уравнением	28
41.2. Произведения множеств	34
41.3. неявные функции, определяемые системой уравнений	35
41.4. отображения	45
41.5. Векторные отображения	54
41.6. Линейные отображения	55
41.7. Дифференцируемые отображения	61
41.8. отображения с не равным нулю якобианом. Принцип сохранения области	68
41.9. неявные функции, определяемые уравнением, в котором нарушаются условия единственности. особые точки плоских кривых	71
41.10. Замена переменных	82
§ 42. Зависимость функций	85
42.1. Понятие зависимости функций. Необходимое условие зависимости функций	85
42.2. Достаточные условия зависимости функций	87
§ 43. Условный экстремум	92
43.1. Понятие условного экстремума	92
43.2. Метод множителей Лагранжа для нахождения точек условного экстремума	96
43.3*. Геометрическая интерпретация метода Лагранжа	99
43.4*. Стационарные точки функции Лагранжа	101
43.5. Достаточные условия для точек условного экстремума	106

Глава шестая

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

§ 44. Кратные интегралы	112
44.1. Понятие объема в n -мерном пространстве (мера Жордана). Измеримые множества	112
44.2. Множества меры ноль	126
44.3. Определение кратного интеграла	130
44.4. Существование интеграла	136
44.5*. Об интегрируемости разрывных функций	142
44.6. Свойства кратного интеграла	144
44.7*. Критерии интегрируемости функций Римана и Дарбу и их следствия	149
§ 45. Сведение кратного интеграла к повторному	157
45.1. Сведение двойного интеграла к повторному	157
45.2. Обобщение на n -мерный случай	163
45.3*. Обобщенное интегральное неравенство Минковского	167
§ 46. Замена переменных в кратном интеграле	168
46.1. Геометрический смысл модуля якобиана в двумерном случае	168
46.2. Замена переменных в двукратном интеграле	177
46.3. Криволинейные координаты	184
46.4. Замена переменных в n -кратном интеграле	186
§ 47. Криволинейные интегралы	188
47.1. Криволинейные интегралы первого рода	188
47.2. Криволинейные интегралы второго рода	191
47.3. Расширение класса допустимых преобразований параметра кривой	195
47.4. Криволинейные интегралы по кусочно-гладким кривым	197
47.5. Формула Грина	198
47.6. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов	203
47.7. Геометрический смысл знака якобиана отображения плоской области	204
47.8. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования	208
§ 48. Несобственные кратные интегралы	218
48.1. Основные определения	218
48.2. Несобственные интегралы от неотрицательных функций	220
48.3. Несобственные интегралы от функций, меняющих знак	225
§ 49. Некоторые геометрические и физические приложения кратных интегралов	228
49.1. Вычисление площадей и объемов	228
49.2. Физические приложения кратных интегралов	230
§ 50. Элементы теории поверхностей	232
50.1. Понятие поверхности	232
50.2*. Эквивалентные отображения. Параметрически заданные поверхности	235
50.3. Поверхности; заданные неявно	240
50.4. Касательная плоскость и нормаль к поверхности	241
50.5. Первая квадратичная форма поверхности	247
50.6. Кривые на поверхности. Вычисление их длин и углов между ними	249
50.7. Площадь поверхности	250
50.8. Ориентация гладкой поверхности	253

50.9.	Склеивание поверхностей	256
50.10.	Ориентируемые и неориентируемые поверхности	259
50.11.	Второй подход к понятию ориентации поверхности	260
§ 51.	Поверхностные интегралы	264
51.1.	Определение и свойства поверхностных интегралов	264
51.2.	Поверхностные интегралы как пределы интегральных сумм	269
51.3.	Поверхностные интегралы по кусочно-гладким поверхностям	270
§ 52.	Скалярные и векторные поля	273
52.1.	Определения	273
52.2.	Об инвариантности понятий градиента, дивергенции и вихря	278
52.3.	Формула Остроградского — Гаусса. Геометрическое определение дивергенции	281
52.4.	Формула Стокса. Геометрическое определение вихря	286
52.5.	Соленоидальные векторные поля	291
52.6.	Потенциальные векторные поля	294
§ 53.	Собственные интегралы, зависящие от параметра	298
53.1.	Определение интегралов, зависящих от параметра; их непрерывность и интегрируемость по параметру	298
53.2.	Дифференцирование интегралов, зависящих от параметра	300
§ 54.	Несобственные интегралы, зависящие от параметра	303
54.1.	Основные определения. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра	303
54.2*.	Признак равномерной сходимости интегралов	309
54.3.	Свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра	311
54.4.	Применение теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению определенных интегралов	317
54.5.	Эйлеровы интегралы	322
54.6.	Комплекснозначные функции действительного аргумента	327
54.7*.	Асимптотическое поведение гамма-функции	329
54.8*.	Асимптотические ряды	334
54.9*.	Асимптотическое разложение неполной гамма-функции	338
54.10.	Замечания о кратных интегралах, зависящих от параметра	340

Глава седьмая

РЯДЫ ФУРЬЕ. ИНТЕГРАЛ ФУРЬЕ

§ 55.	Тригонометрические ряды Фурье	343
55.1.	Определение ряда Фурье. Постановка основных задач	343
55.2.	Стремление коэффициентов Фурье к нулю	348
55.3.	Интеграл Дирихле. Принцип локализации	352
55.4.	Сходимость рядов Фурье в точке	357
55.5*.	Сходимость рядов Фурье для функций, удовлетворяющих условию Гельдера	365
55.6.	Суммирование рядов Фурье методом средних арифметических	368
55.7.	Приближение непрерывных функций многочленами	373
55.8.	Полнота тригонометрической системы и системы неотрицательных целых степеней x в пространстве непрерывных функций	375
55.9.	Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсевала	378
55.10.	Характер сходимости рядов Фурье. Почленное дифференцирование рядов Фурье	381
55.11.	Почленное интегрирование рядов Фурье	386

55.12. Ряды Фурье в случае произвольного интервала. Комплексная запись рядов Фурье	388
§ 56. Интеграл Фурье и преобразование Фурье	390
56.1. Представление функций в виде интеграла Фурье	390
56.2. Различные виды записи формулы Фурье	395
56.3. Главное значение интеграла	396
56.4. Комплексная запись интеграла Фурье	397
56.5. Преобразование Фурье	398
56.6. Интегралы Лапласа	401
56.7. Свойства преобразования Фурье абсолютно интегрируемых функций	402
56.8. Преобразование Фурье производных	404
56.9. Свертка и преобразование Фурье	406
56.10. Производная преобразования Фурье функции	407
§ 57. Функциональные пространства	411
57.1. Метрические пространства	411
57.2. Линейные пространства	421
57.3. Нормированные и полунормированные пространства	426
57.4. Примеры нормированных и полунормированных пространств	426
57.5. Свойства полунормированных пространств	436
57.6. Свойства нормированных пространств	440
57.7. Линейные пространства со скалярным произведением	447
57.8. Примеры линейных пространств со скалярным произведением	449
57.9. Свойства линейных пространств со скалярным произведением. Гильбертовы пространства	451
57.10. Пространство L_2	456
§ 58. Ортонормированные базисы и разложения по ним	471
58.1. Ортонормированные системы	471
58.2. Ортогонализация	475
58.3. Полные системы. Полнота тригонометрической системы и системы полиномов Лежандра	478
58.4. Ряды Фурье	481
58.5. Существование базиса в сепарабельных гильбертовых пространствах. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств	490
58.6. Разложение функций с интегрируемым квадратом в ряд Фурье	496
58.7*. Преобразование Фурье интегрируемых в квадрате функций. Теорема Планшереля	501
§ 59. Обобщенные функции	510
59.1. Общие соображения	510
59.2. Линейные пространства со сходимостью. Функционалы. Спряженные пространства	516
59.3. Определение обобщенных функций. Пространства D и D'	520
59.4. Дифференцирование обобщенных функций	526
59.5. Пространство основных функций S и пространство обобщенных функций S'	530
59.6. Преобразование Фурье в пространстве S	532
59.7. Преобразование Фурье обобщенных функций	535
ДОБАВЛЕНИЕ	
§ 60. Некоторые вопросы приближенных вычислений	543
60.1. Применение формулы Тейлора для приближенного вычисления значений функций и интегралов	543

60.2. Решение уравнений	547
60.3. Интерполяция функций	553
60.4. Квадратурные формулы	556
60.5. Погрешность квадратурных формул	558
60.6. Приближенное вычисление производных	563
§ 61. Разбиение множества на классы эквивалентных элементов	565
§ 62. Предел по фильтру	567
62.1. Топологические пространства	567
62.2. Фильтры	569
62.3. Предел фильтра	573
62.4. Предел отображения по фильтру	574
Именной указатель	577
Предметный указатель	578