

# Содержание

<b>Предисловие к первому изданию</b>	<b>viii</b>
<b>Предисловие ко второму изданию</b>	<b>xi</b>
<b>Предисловие к третьему изданию</b>	<b>xii</b>
<b>Глава 1. Экскурс в теорию множеств</b>	<b>1</b>
§ 1.1. Соответствия	1
§ 1.2. Упорядоченные множества	3
§ 1.3. Фильтры	7
Упражнения	10
<b>Глава 2. Векторные пространства</b>	<b>12</b>
§ 2.1. Пространства и подпространства	12
§ 2.2. Линейные операторы	15
§ 2.3. Уравнения в операторах	18
Упражнения	24
<b>Глава 3. Выпуклый анализ</b>	<b>26</b>
§ 3.1. Множества в векторных пространствах	26
§ 3.2. Упорядоченные векторные пространства	29
§ 3.3. Продолжение положительных функционалов и операторов	32
§ 3.4. Выпуклые функции и сублинейные функционалы	35
§ 3.5. Теорема Хана — Банаха	38

§ 3.6. Теорема Крейна — Мильмана для субдифференциалов .....	41
§ 3.7. Теорема Хана — Банаха для полунормы .....	44
§ 3.8. Функционал Минковского и отделимость .....	46
Упражнения .....	51
<b>Глава 4. Экскурс в метрические пространства</b>	<b>53</b>
§ 4.1. Равномерность и топология метрического пространства .....	53
§ 4.2. Непрерывность и равномерная непрерывность ...	56
§ 4.3. Полунепрерывность .....	59
§ 4.4. Компактность .....	60
§ 4.5. Полнота .....	62
§ 4.6. Компактность и полнота .....	65
§ 4.7. Бэровские пространства .....	68
§ 4.8. Теорема Жордана и простые картины .....	71
Упражнения .....	72
<b>Глава 5. Мультинормированные и банаховы пространства</b>	<b>74</b>
§ 5.1. Полунормы и мультинормы .....	74
§ 5.2. Равномерность и топология мультинормированного пространства .....	79
§ 5.3. Сравнение мультинорм .....	82
§ 5.4. Метризуемые и нормируемые пространства .....	85
§ 5.5. Банаховы пространства .....	87
§ 5.6. Алгебра ограниченных операторов .....	97
Упражнения .....	104

---

<b>Глава 6. Гильбертовы пространства</b>	<b>106</b>
§ 6.1. Эрмитовы формы и скалярные произведения	106
§ 6.2. Ортопроекторы	111
§ 6.3. Гильбертов базис	114
§ 6.4. Эрмитово сопряженный оператор	119
§ 6.5. Эрмитовы операторы	122
§ 6.6. Компактные эрмитовы операторы	125
Упражнения	129
<b>Глава 7. Принципы банаховых пространств</b>	<b>131</b>
§ 7.1. Основной принцип Банаха	131
§ 7.2. Принципы ограниченности	134
§ 7.3. Принцип идеального соответствия	138
§ 7.4. Теоремы о гомоморфизме и замкнутом графике	141
§ 7.5. Принцип автоматической непрерывности	147
§ 7.6. Принципы штрихования	150
Упражнения	155
<b>Глава 8. Операторы в банаховых пространствах</b>	<b>158</b>
§ 8.1. Голоморфные функции и контурные интегралы	158
§ 8.2. Голоморфное функциональное исчисление	165
§ 8.3. Идеал компактных операторов и проблема аппроксимации	172
§ 8.4. Теория Рисса — Шаудера	175
§ 8.5. Нётеровы и фредгольмовы операторы	179
Упражнения	187

<b>Глава 9. Экскурс в общую топологию</b>	<b>190</b>
§ 9.1. Предтопологии и топологии	190
§ 9.2. Непрерывность	193
§ 9.3. Типы топологических пространств	196
§ 9.4. Компактность	201
§ 9.5. Равномерные и мультиметрические пространства	207
§ 9.6. Покрытия и разбиения единицы	213
Упражнения	218
<b>Глава 10. Двойственность и ее приложения</b>	<b>220</b>
§ 10.1. Векторные топологии	220
§ 10.2. Локально выпуклые топологии	223
§ 10.3. Двойственность векторных пространств	226
§ 10.4. Топологии, согласованные с двойственностью	228
§ 10.5. Поляры	230
§ 10.6. Слабо компактные выпуклые множества	232
§ 10.7. Рефлексивные пространства	234
§ 10.8. Пространство $C(Q, \mathbb{R})$	236
§ 10.9. Меры Радона	243
§ 10.10. Пространства $\mathcal{D}$ и $\mathcal{D}'$	251
§ 10.11. Преобразование Фурье умеренных распределений	260
Упражнения	272

---

<b>Глава 11. Банаховы алгебры</b>	<b>274</b>
§ 11.1. Каноническое операторное представление	274
§ 11.2. Спектр элемента алгебры	276
§ 11.3. Голоморфное функциональное исчисление в алгебрах	278
§ 11.4. Идеалы в коммутативных алгебрах	280
§ 11.5. Идеалы в алгебре $C(Q, \mathbb{C})$	281
§ 11.6. Преобразование Гельфанда	283
§ 11.7. Спектр элемента $C^*$ -алгебры	288
§ 11.8. Коммутативная теорема Гельфанда — Наймарка	290
§ 11.9. Операторные $*$ -представления $C^*$ -алгебр	294
Упражнения	300
<b>Литература</b>	<b>303</b>
<b>Указатель обозначений</b>	<b>323</b>
<b>Предметный указатель</b>	<b>327</b>