4-вектор — $\partial S/\partial x^i$ есть 4-вектор обобщенного импульса частицы P_i. Подставляя значения компонент p_i и A_i, найдем, что

$$P^i = \left(\frac{\mathscr{E}_{\text{кин}} + e\varphi}{c},\ \mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}\right). \tag{23,8}$$

Как и следовало, пространственные компоненты 4-вектора P_i образуют трехмерный вектор обобщенного импульса (16,5), а временная компонента есть $\mathscr{E}/c$, где $\mathscr{E}$ — полная энергия заряда в поле.

§ 24. Преобразование Лоренца для поля

Напишем формулы преобразования для поля, т. е. формулы, по которым можно определить поле в одной инерциальной системе отсчета, зная это же поле в другой системе.

Формулы преобразования для потенциалов находятся непосредственно из общих формул преобразования 4-вектора (6,1). Помня, что $A^i = (\varphi, \mathbf{A})$, находим:

$$\varphi = \frac{\varphi' + \frac{V}{c}A'_x}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},\quad A_x = \frac{A'_x + \frac{V}{c}\varphi'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},\quad A_y = A'_y,\quad A_z = A'_z. \tag{24,1}$$

Формулы преобразования для антисимметричного 4-тензора второго ранга (каковым является тензор F^{ik}) найдены в задаче 2 § 6: компоненты F^{23} и F^{01} не меняются при преобразовании, а компоненты F^{02}, F^{03} и F^{12}, F^{13} преобразуются соответственно как x^0 и x^1. Выразив компоненты тензора F^{ik} через компоненты полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ согласно (23,5), получим следующие формулы преобразования для электрического поля:

$$E_x = E'_x,\quad E_y = \frac{E'_y + \frac{V}{c}H'_z}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},\quad E_z = \frac{E'_z - \frac{V}{c}H'_y}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \tag{24,2}$$

и для магнитного поля:

$$H_x = H'_x,\quad H_y = \frac{H'_y - \frac{V}{c}E'_z}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},\quad H_z = \frac{H'_z + \frac{V}{c}E'_y}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \tag{24,3}$$

Таким образом, электрическое и магнитное поля, как и большинство физических величин, относительны, т. е. их свойства различны в разных системах отсчета. В частности, электрическое или магнитное поле может быть равно нулю в одной системе отсчета и в то же время присутствовать в другой системе.

Формулы преобразования (24,2—3) значительно упрощаются для случая $V \ll c$. С точностью до членов порядка V/c имеем:

$$E_x = E'_x, \quad E_y = E'_y + \frac{V}{c} H'_z, \quad E_z = E'_z - \frac{V}{c} H'_y;$$

$$H_x = H'_x, \quad H_y = H'_y - \frac{V}{c} E'_z, \quad H_z = H'_z + \frac{V}{c} E'_y.$$

Эти формулы могут быть написаны в векторном виде:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}' + \frac{1}{c}[\mathbf{H}'\mathbf{V}], \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}' - \frac{1}{c}[\mathbf{E}'\mathbf{V}]. \tag{24,4}$$

Формулы обратного преобразования от K' к K получаются из (24,2—4) перестановкой штриха и изменением знака у V.

Если в системе K' магнитное поле $\mathbf{H}' = 0$, то, согласно (24,2—3), между электрическим и магнитным полями в системе K существует соотношение

$$\mathbf{H} = \frac{1}{c}[\mathbf{V}\mathbf{E}]. \tag{24,5}$$

Если же в K' поле $\mathbf{E}' = 0$, то в системе K

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}[\mathbf{V}\mathbf{H}]. \tag{24,6}$$

В обоих случаях, следовательно, в системе K магнитные и электрические поля взаимно перпендикулярны.

Эти формулы имеют, разумеется, и обратный смысл: если в некоторой системе отсчета K поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ взаимно перпендикулярны (но не равны по величине), то существует такая система K', в которой поле чисто электрическое или чисто магнитное. Скорость $\mathbf{V}$ этой системы (по отношению к K) может быть выбрана перпендикулярной к $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, тогда по величине она равна в первом случае cH/E (причем должно быть $H < E$), а во втором случае cE/H (причем $E < H$).

§ 25. Инварианты поля

Из векторов напряженностей электрического и магнитного полей можно составить инвариантные величины, остающиеся неизменными при преобразованиях от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Вид этих инвариантов легко найти исходя из четырехмерного представления поля с помощью антисимметричного 4-тензора F^{ik}. Очевидно, что из компонент этого тензора можно составить следующие инвариантные величины:

$$F_{ik}F^{ik} = \text{inv}, \tag{25,1}$$

$$e^{iklm}F_{ik}F_{lm} = \text{inv}, \tag{25,2}$$