

совпадающему по форме с уравнением для радиальных волновых функций  $s$ -состояний в трехмерной кулоновой задаче. Поэтому искомые уровни даются формулой (36,10)

$$e_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}, \quad (10)$$

причем  $n = 1, 2, 3 \dots$  Это выражение тоже имеет лишь логарифмическую точность — следующий поправочный член был бы мал по сравнению с основным лишь в отношении  $1/\ln(a_B/a_H)$ .

Уравнение (9) определяет волновую функцию лишь при  $z > 0$ ; она может быть продолжена в область  $z < 0$  как  $\chi(-z) = \chi(z)$  или  $\chi(-z) = -\chi(z)$ . Соответственно этому, в рассмотренном приближении уровни (10) двукратно вырождены. Это вырождение, однако, снимается в высших приближениях по  $a_H/a_B$ .

### § 113. Атом в магнитном поле

Рассмотрим атом, находящийся в однородном магнитном поле  $\mathbf{H}$ . Его гамильтониан

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \sum_a \left[ \hat{\mathbf{p}}_a + \frac{|e|\hbar}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}_a) \right]^2 + U + \frac{|e|\hbar}{mc} \mathbf{H} \hat{\mathbf{S}}, \quad (113,1)$$

де суммирование производится по всем электронам (заряд электрона написан как  $-|e|$ );  $U$  — энергия взаимодействия электронов с ядром и друг с другом;  $\hat{\mathbf{S}} = \sum \hat{\mathbf{s}}_a$  — оператор полного (электронного) спина атома.

Если векторный потенциал поля выбран в виде (111,7), то как уже было отмечено, оператор  $\hat{\mathbf{p}}$  коммутативен с  $\mathbf{A}$ . Учитывая, это обстоятельство при раскрытии квадрата в (113,1) и обозначив посредством  $\hat{H}_0$  гамильтониан атома в отсутствие поля, находим

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \frac{|e|\hbar}{mc} \sum_a \mathbf{A}_a \hat{\mathbf{p}}_a + \frac{e^2 \hbar^2}{2mc^2} \sum_a \mathbf{A}_a^2 + \frac{|e|\hbar}{mc} \mathbf{H} \hat{\mathbf{S}}.$$

Подставив сюда  $\mathbf{A}$  из (111,7), получим

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \frac{|e|\hbar}{2mc} \mathbf{H} \sum_a [\mathbf{r}_a \hat{\mathbf{p}}_a] + \frac{e^2 \hbar^2}{8mc^2} \sum_a [\mathbf{H} \mathbf{r}_a]^2 + \frac{|e|\hbar}{mc} \mathbf{H} \hat{\mathbf{S}}.$$

Но векторное произведение  $[\mathbf{r}_a \hat{\mathbf{p}}_a]$  есть оператор орбитального момента электрона, а суммирование по всем электронам дает оператор  $\hbar \hat{\mathbf{L}}$  полного орбитального момента атома. Таким образом,

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \mu_B (\hat{\mathbf{L}} + 2\hat{\mathbf{S}}) \mathbf{H} + \frac{e^2 \hbar^2}{8mc^2} \sum_a [\mathbf{H} \mathbf{r}_a]^2 \quad (113,2)$$

( $\mu_B$  — магнетон Бора). Оператор

$$\hat{\mu}_{\text{ат}} = -\mu_B (\hat{\mathbf{L}} + 2\hat{\mathbf{S}}) \quad (113,3)$$

можно рассматривать как оператор «собственного» магнитного момента атома, которым он обладает в отсутствие поля.

Внешнее магнитное поле расщепляет атомные уровни, снимая вырождение по направлениям полного момента (*эффект Зеемана*). Определим энергию этого расщепления для атомных уровней, характеризующихся определенными значениями квантовых чисел  $J$ ,  $L$ ,  $S$  (т. е. предполагая для уровней случай  $LS$ -связи — см. § 72).

Будем считать магнитное поле настолько слабым, что  $\mu_B H$  мало по сравнению с расстояниями между уровнями энергии атома, в том числе по сравнению с интервалами тонкой структуры уровней. Тогда второй и третий члены в (113,2) можно рассматривать как возмущение, причем невозмущенными уровнями являются отдельные компоненты мультиплетов. В первом приближении третьим членом, квадратичным по полю, можно пренебречь по сравнению с линейным вторым членом.

В этом приближении энергия расщепления  $\Delta E$  определяется средними значениями возмущения в состояниях (невозмущенных), отличающихся значениями проекции полного момента на направление поля. Выбрав это направление в качестве оси  $z$ , имеем

$$\Delta E = \mu_B H (\bar{L}_z + 2\bar{S}_z) = \mu_B H (\bar{J}_z + \bar{S}_z). \quad (113,4)$$

Среднее значение  $\bar{J}_z$  совпадает просто с заданным собственным значением  $J_z = M_J$ . Среднее же значение  $\bar{S}_z$  можно найти следующим образом с помощью «поэтапного» усреднения (ср. § 72).

Усредним сначала оператор  $\hat{S}$  по состоянию атома с заданными значениями  $S$ ,  $L$  и  $J$ , но не  $M_J$ . Усредненный таким образом оператор  $\bar{S}$  может быть «направлен» лишь вдоль  $\hat{J}$  — единственного сохраняющегося «вектора», характеризующего свободный атом. Поэтому можно написать

$$\bar{S} = \text{const} \cdot \mathbf{J}.$$

В таком виде, однако, это равенство имеет лишь условный смысл, поскольку три компоненты вектора  $\mathbf{J}$  не могут иметь одновременно определенных значений. Буквальный же смысл имеют его  $z$ -проекция

$$\bar{S}_z = \text{const} \cdot J_z = \text{const} \cdot M_J$$

и равенство

$$\bar{S}\mathbf{J} = \text{const} \cdot \mathbf{J}^2 = \text{const} \cdot J(J+1),$$

получающиеся умножением обеих его сторон на  $\mathbf{J}$ . Внося сохраняющийся вектор  $\mathbf{J}$  под знак среднего, пишем  $\bar{S}\mathbf{J} = \overline{S\mathbf{J}}$ . Среднее же значение  $\overline{S\mathbf{J}}$  совпадает с собственным значением

$$S\mathbf{J} = \frac{1}{2} [J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)],$$

которому оно равно в состоянии с определенными значениями  $L^2$ ,  $S^2$ ,  $J^2$  (ср. (31,4)). Определив const из второго равенства и подставив в первое, имеем, таким образом,

$$\bar{S}_z = M_J \frac{JS}{J^2}. \quad (113,5)$$

Собрав полученные выражения и подставив в (113,4), находим следующее окончательное выражение для энергии расщепления:

$$\Delta E = \mu_B g M_J H, \quad (113,6)$$

где

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)} \quad (113,7)$$

есть так называемый *множитель Ланде* или *гиромангнитный множитель*. Отметим, что  $g = 1$ , если спин отсутствует ( $S = 0$ , так что  $J = L$ ), и  $g = 2$ , если  $L = 0$  (так что  $J = S$ )<sup>1)</sup>.

Формула (113,6) дает различные значения энергии для всех  $2J + 1$  значений  $M_J = -J, -J + 1, \dots, J$ . Другими словами, магнитное поле полностью снимает вырождение уровней по направлениям момента — в противоположность электрическому полю, оставлявшему нерасщепленными уровни с  $M_J = \pm |M_J|$  (§ 76)<sup>2)</sup>. Отметим, однако, что линейное расщепление, определяемое формулой (113,6), отсутствует, если  $g = 0$  (что возможно и при  $J \neq 0$ , например, для состояния  $^4D_{1/2}$ ).

Мы видели в § 76, что существует связь между сдвигом уровня энергии атома в электрическом поле и его средним электрическим дипольным моментом. Аналогичная связь существует и в магнитном случае. Потенциальная энергия системы зарядов в классической теории дается выражением  $-\mu \mathbf{H}$ , где  $\mu$  — магнитный момент системы. В квантовой теории она заменяется соответствующим оператором, так что гамильтониан системы

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{\mu} \mathbf{H} = \hat{H}_0 - \hat{\mu}_z H.$$

Применив теперь формулу (11,16) (с полем  $H$  в качестве параметра  $\lambda$ ), найдем, что среднее значение магнитного момента

$$\bar{\mu}_z = - \frac{\partial \Delta E}{\partial H}, \quad (113,8)$$

<sup>1)</sup> Расщепление, описываемое общей формулой (113,6)—(113,7), иногда называют аномальным эффектом Зеемана. Это неудачное название возникло исторически в связи с тем, что до открытия спина электрона считался нормальным эффект, описываемый формулой (113,6) с  $g = 1$ .

<sup>2)</sup> Рассуждения, примененные в этой связи в § 76 к электрическому случаю, для магнитного поля не годятся. Дело в том, что  $\mathbf{H}$  — аксиальный вектор и потому меняет знак при отражении в плоскости, проходящей через его направление. Поэтому состояния, получающиеся друг из друга в результате этой операции, относятся по существу к атому в различных полях.

где  $\Delta E$  — сдвиг уровня энергии данного состояния атома. Подставив сюда (113,6), мы видим, что атом в состоянии с определенным значением  $M_J$  проекции момента на некоторое направление  $z$  обладает средним магнитным моментом в том же направлении:

$$\bar{\mu}_z = -\mu_{BG} M_J. \quad (113,9)$$

Если атом не обладает ни спином, ни орбитальным моментом ( $S = L = 0$ ), то второй член в (113,2) не дает смещения уровня ни в первом, ни в более высоких приближениях (так как все матричные элементы от  $L$  и  $S$  исчезают). Поэтому весь эффект связан в этом случае с третьим членом в (113,2) и в первом приближении теории возмущений смещение уровня равно среднему значению

$$\Delta E = \frac{e^2}{8mc^2} \sum_a [\overline{Hr_a}]^2. \quad (113,10)$$

Написав  $[\overline{Hr_a}]^2 = H^2 r_a^2 \sin^2 \theta$ , где  $\theta$  — угол между  $r_a$  и  $\mathbf{H}$ , и усреднив по направлениям  $r_a$ , получим  $\overline{\sin^2 \theta} = 1 - \overline{\cos^2 \theta} = 2/3$  (волновая функция состояния с  $L = S = 0$  сферически-симметрична и потому усреднение по направлениям производится независимо от усреднения по расстояниям  $r_a$ ). Таким образом,

$$\Delta E = \frac{e^2}{12mc^2} H^2 \sum_a \overline{r_a^2}. \quad (113,11)$$

Магнитный момент, вычисленный по формуле (113,8), будет теперь пропорционален величине поля (атом с  $L = S = 0$  в отсутствие поля магнитным моментом, конечно, не обладает). Написав его в виде  $\chi H$ , мы можем рассматривать коэффициент  $\chi$  как магнитную восприимчивость атома. Для нее получим следующую формулу Ланжевена (*P. Langevin*, 1905):

$$\chi = -\frac{e^2}{6mc^2} \sum_a \overline{r_a^2}. \quad (113,12)$$

Эта величина отрицательна, т. е. атом диамагнитен<sup>1)</sup>.

Если же  $J = 0$ , но  $S = L \neq 0$ , то линейное по полю смещение уровня тоже отсутствует, но квадратичный эффект второго приближения от возмущения  $-\hat{\mu}_{aT} \mathbf{H}$  превышает эффект (113,11)<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Упомянем, что для вычисления среднего квадрата расстояния электронов от ядра нельзя пользоваться моделью Томаса—Ферми. Хотя интеграл  $\int nr^2 dr$  с плотностью Томаса—Ферми  $n(r)$  и сходится, но он сходится слишком медленно, в связи с чем получающиеся значения сильно отличаются от эмпирических.

<sup>2)</sup> При  $S = L \neq 0$  недиагональные матричные элементы от  $L_z$ ,  $S_z$  для переходов  $S, L, J \rightarrow S, L, J \pm 1$ , вообще говоря, отличны от нуля.

Это связано с тем, что, согласно общей формуле (38,10), поправка к собственному значению энергии во втором приближении определяется суммой выражений, в знаменателе которых стоят разности невозмущенных уровней энергии — в данном случае интервалы тонкой структуры уровня, являющиеся малыми величинами. В § 38 было отмечено, что поправка второго приближения к нормальному уровню всегда отрицательна. Поэтому магнитный момент в нормальном состоянии будет величиной положительной, т. е. атом, находящийся в нормальном состоянии с  $J = 0$ ,  $L = S \neq 0$ , парамагнитен (*J. H. van Vleck, 1928*).

В сильных магнитных полях, когда  $\mu_B H$  сравнимо с интервалами тонкой структуры или превышает их, расщепление уровней отклоняется от предсказываемого формулами (113,6)—(113,7); это явление называют *эффектом Пашена—Бака*.

Вычисление энергии расщепления весьма просто в случае, когда зеемановское расщепление велико по сравнению с интервалами тонкой структуры, но, конечно, по-прежнему мало по сравнению с расстояниями между различными мультиплетами (так что в гамильтониане (113,2) можно по-прежнему пренебречь третьим членом по сравнению со вторым). Другими словами, энергия в магнитном поле значительно превышает взаимодействие спин—орбита<sup>1</sup>). Поэтому в первом приближении можно этим взаимодействием пренебречь. Тогда сохраняется не только проекция полного момента, но и проекции  $M_L$  и  $M_S$  орбитального момента и спина, так что расщепление определяется формулой

$$\Delta E = \mu_B H (M_L + 2M_S). \quad (113,13)$$

Мультиплетное расщепление накладывается на расщепление в магнитном поле. Оно определяется средним значением оператора  $A \hat{L} \hat{S}$  (72,4) по состоянию с данными  $M_L$ ,  $M_S$  (мы рассматриваем мультиплетное расщепление, связанное со взаимодействием спин—орбита). При заданном значении одной из компонент момента средние значения двух других равны нулю. Поэтому  $\overline{LS} = M_L M_S$ , так что в следующем приближении энергия уровней определяется формулой

$$\Delta E = \mu_B H (M_L + 2M_S) + A M_L M_S. \quad (113,14)$$

Вычисление зеемановского расщепления в общем случае произвольного (не  $LS$ ) типа связи невозможно. Можно лишь утверждать, что расщепление (в слабом поле) линейно по полю и пропорционально проекции  $M_J$  полного момента, т. е. имеет вид

$$\Delta E = \mu_B g_{N_J} H M_J, \quad (113,15)$$

<sup>1</sup> Для промежуточных случаев, когда влияние магнитного поля сравнимо со взаимодействием спин—орбита, вычисление расщепления в общем виде невозможно (для случая  $S = 1/2$  расчет приведен в задаче 1).

где  $g_{nJ}$  — некоторые коэффициенты, характерные для данного термина (посредством  $n$  обозначаем совокупность квантовых чисел, кроме  $J$ , характеризующих терм). Хотя эти коэффициенты, каждый в отдельности, и не могут быть вычислены, оказывается возможным получить полезную в приложениях формулу, определяющую их сумму, взятую по всем возможным состояниям атома с данной электронной конфигурацией и данным полным моментом.

По определению,

$$g_{nJ}M_J = \langle nJM_J | L_z + 2S_z | nJM_J \rangle.$$

Величины же  $g_{SLJ}M_J$  (где  $g_{SLJ}$  — множитель Ланде (113,7), отвечающий  $LS$ -связи) являются диагональными матричными элементами

$$g_{SLJ}M_J = \langle SLJM_J | L_z + 2S_z | SLJM_J \rangle,$$

вычисленными по другой полной системе волновых функций. Функции каждой из этих систем получаются из другой системы линейным унитарным преобразованием. Но такое преобразование оставляет неизменной сумму диагональных элементов матрицы (§ 12). Поэтому заключаем, что

$$\sum_n g_{nJ}M_J = \sum_{SL} g_{SLJ}M_J,$$

или, поскольку  $g_{nJ}$  и  $g_{SLJ}$  от  $M_J$  не зависят,

$$\sum_n g_{nJ} = \sum_{SL} g_{SLJ}. \quad (113,16)$$

Суммирование производится по всем состояниям с данным значением  $J$ , которые возможны для данной электронной конфигурации. Это и есть искомое соотношение.

### Задачи

1. Определить расщепление термина с  $S = 1/2$  при эффекте Пашена—Бака. Решение. Магнитное поле и взаимодействие спин—орбита должны учитываться в теории возмущений одновременно, т. е. оператор возмущения имеет вид <sup>1)</sup>

$$\hat{V} = A\hat{L}\hat{S} + \mu_B (\hat{L}_z + 2\hat{S}_z) H.$$

В качестве исходных волновых функций нулевого приближения мы выберем функции, соответствующие состояниям с определенными значениями  $L$ ,  $S = 1/2$ ,  $M_L$ ,  $M_S$  ( $L$  задано,  $M_L = -L, \dots, L$ ;  $M_S = \pm 1/2$ ). В возмущенных состояниях со-

<sup>1)</sup> Мы не пишем в  $\hat{V}$  члена, пропорционального  $(\hat{L}\hat{S})^2$  (взаимодействие спин—спин). Надо, однако, иметь в виду, что для спина  $S = 1/2$  выражение  $(\hat{L}\hat{S})^2$ , в силу специфических свойств матриц Паули (см. § 55), сводится к выражению  $\hat{L}\hat{S}$  и поэтому включено в написанную формулу.

храняется лишь сумма  $M \equiv M_J = M_L + M_S$  ( $\hat{V}$  коммутативно с  $\hat{J}_z$ ), так что компонентам расщепленного термина можно приписывать определенные значения  $M$ .

Значения  $M = \pm(L + 1/2)$  могут быть осуществлены лишь одним способом — соответственно с  $|M_L M_S\rangle = |L/2\rangle$  и  $|-L, -1/2\rangle$ . Поэтому поправки к энергии состояний с этими  $M$  равны просто диагональным матричным элементам  $\langle M_L M_S | V | M_L M_S \rangle$  с указанными значениями  $|M_L M_S\rangle$ . Остальные значения  $M$  могут быть осуществлены двумя способами:  $|M - 1/2, 1/2\rangle$  и  $|M + 1/2, -1/2\rangle$ . Каждому  $M$  соответствуют здесь два различных значения энергии, определяющихся из секулярного уравнения, составленного из матричных элементов для переходов между этими двумя состояниями. Матричные элементы от  $LS$  вычисляются непосредственным перемножением матриц  $\langle M_L | L | M_L \rangle$  и  $\langle M_S | S | M_S \rangle$  и равны

$$\langle M_L M_S | LS | M_L M_S \rangle = M_L M_S,$$

$$\begin{aligned} \langle M + 1/2, -1/2 | LS | M - 1/2, 1/2 \rangle &= \langle M - 1/2, 1/2 | LS | M + 1/2, -1/2 \rangle = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(L + M + 1/2)(L - M + 1/2)}. \end{aligned}$$

В отсутствие магнитного поля терм представляет собой дублет с расщеплением между компонентами  $\varepsilon = A(L + 1/2)$  (см. (72,6)). Выберем нижний из этих уровней в качестве начала отсчета энергии. Тогда окончательные формулы для уровней в магнитном поле имеют вид

$$E = \varepsilon \pm \mu_B H (L + 1) \quad \text{при } M = \pm(L + 1/2),$$

$$E^\pm = \frac{\varepsilon}{2} + \mu_B H M \pm \left[ \frac{1}{4} (\varepsilon^2 + \mu_B^2 H^2) + \frac{\mu_B H M \varepsilon}{2L + 1} \right]^{1/2}$$

при  $M = L - 1/2, \dots, -(L - 1/2)$ .

При  $\mu_B H / \varepsilon \ll 1$  получается

$$E^+ = \varepsilon + \mu_B H M \frac{2(L + 1)}{2L + 1}, \quad E^- = \mu_B H M \frac{2L}{2L + 1}$$

в согласии с формулами (113,6)–(113,7) (в которых надо положить  $S = 1/2$ ,  $J = L \pm 1/2$ ). При  $\mu_B H / \varepsilon \gg 1$

$$E^\pm = \mu_B H (M \pm 1/2) + \frac{\varepsilon}{2} \pm \frac{M\varepsilon}{2L + 1}$$

в согласии с (113,14).

2. Определить зеемановское расщепление термов двухатомной молекулы в случае *a*.

Решение. Магнитный момент, происходящий от движения ядер, очень мал по сравнению с магнитным моментом электронов. Поэтому возмущение от магнитного поля для молекулы надо писать, как для системы электронов, т. е. по-прежнему в виде  $\hat{V} = \mu_B \mathbf{H} (\hat{\mathbf{L}} + 2\hat{\mathbf{S}})$ , где  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{S}$  — электронные орбитальный и спиновый моменты.

Усредняя возмущение по электронному состоянию, получим в случае *a*

$$\mu_B H n_z (\Lambda + 2\Sigma) = \mu_B H n_z (2\Omega - \Lambda).$$

Среднее значение от  $n_z$  по вращению молекулы есть диагональный матричный элемент

$$\langle JM | n_z | JM \rangle = \frac{\Omega M}{J(J + 1)}.$$

где  $M \equiv M_J$  (матричный элемент вычисляется по приведенному матричному элементу, даваемому формулой (87,4) с заменой  $K, \Lambda \rightarrow J, \Omega$ ).

Таким образом, искомое расщепление равно

$$\Delta E = \mu_B H M \frac{\Omega (2\Omega - \Lambda)}{J(J+1)}.$$

3. То же в случае  $b$ .

Решение. Диагональные матричные элементы  $\langle \Lambda K J | V | \Lambda K J \rangle$ , определяющие искомое расщепление, можно было бы вычислить по общим правилам, изложенным в § 87. Однако проще произвести вычисление более наглядным образом. Усредняя оператор возмущения по орбитальному и электронному состояниям, получим

$$\mu_B H (\Lambda n_z + 2\widehat{S}_z)$$

(оператор спина этим усреднением не затрагивается). Далее, усредняем по вращению молекулы (среднее значение от  $n_z$  определяется с помощью (87,4)):

$$\mu_B H \left( \frac{\Lambda^2}{K(K+1)} \widehat{K}_z + 2\widehat{S}_z \right).$$

Наконец, усредняем по спиновой волновой функции; после полного усреднения средние значения векторов могут быть направлены лишь по единственному сохраняющемуся вектору полного момента  $J$ . Поэтому получаем (ср. (113,5))

$$\frac{\mu_B H}{J(J+1)} \left[ \frac{\Lambda^2}{K(K+1)} (KJ) + 2(SJ) \right] M$$

( $M \equiv M_J$ ) или окончательно

$$\Delta E = \frac{\mu_B}{J(J+1)} \left\{ \frac{\Lambda^2}{2K(K+1)} [J(J+1) + K(K+1) - S(S+1)] + [J(J+1) - K(K+1) + S(S+1)] \right\} HM.$$

4. Диамагнитный атом находится во внешнем магнитном поле. Определить напряженность индуцированного магнитного поля в центре атома.

Решение. При  $S = L = 0$  линейное по полю возмущение в гамильтониане вообще отсутствует, и потому в волновой функции атома отсутствует поправка первого порядка по магнитному полю. Индуцированное внешним магнитным полем изменение  $j'$  электронного тока в атоме связано (в том же первом приближении по  $H$ ) лишь с добавлением члена ( $|e|/mc$ )  $\mathbf{A}$  к операторам скорости электронов. Поэтому имеем<sup>1)</sup>

$$j' = -\rho \frac{e^2}{mc} \mathbf{A} = -\rho \frac{e^2}{2mc} [\mathbf{Hr}], \quad (1)$$

где  $\rho$  — электронная плотность в атоме. Напряженность магнитного поля, создаваемая этим добавочным током в центре атома, есть

$$\mathbf{H}_{\text{инд}} = \frac{1}{c} \int \frac{[\mathbf{r}j']}{r^3} dV$$

<sup>1)</sup> Это выражение соответствует ларморовой прецессии электронной оболочки атома вокруг направления внешнего магнитного поля (см. II, § 45).



(ср. ниже (121,8)). Подставив сюда (1) и произведя под знаком интеграла усреднение по направлениям  $\mathbf{r}$ , получим

$$H_{\text{инд}} = -\frac{e^2}{3mc^2} \mathbf{H} \int \frac{\rho}{r} dV = \frac{e}{3mc^2} \varphi_e(0) \mathbf{H}, \quad (2)$$

где  $\varphi_e(0)$  — потенциал поля, создаваемого электронной оболочкой атома в его центре.

В модели Томаса—Ферми  $\varphi_e(0) = -1,80Z^{4/3}me^3/h^2$  (см. (70,8)), так что

$$H_{\text{инд}} = -0,60 \left(\frac{e^2}{hc}\right)^2 Z^{4/3} \mathbf{H} = -3,2 \cdot 10^{-5} Z^{4/3} \mathbf{H}.$$

### § 114. Спин в переменном магнитном поле

Рассмотрим электрически нейтральную частицу, обладающую магнитным моментом и находящуюся в однородном, но переменном (во времени) магнитном поле. Речь может идти как об элементарной (например, нейтрон), так и о сложной (атом) частице. Магнитное поле предполагается настолько слабым, что магнитная энергия частицы в поле мала по сравнению с интервалами между ее уровнями энергии. Тогда можно рассматривать движение частицы как целого при заданном ее внутреннем состоянии.

Пусть  $\hat{\mathbf{s}}$  есть оператор «собственного» момента частицы — спина для элементарной частицы или полного момента  $\mathbf{J}$  для атома. Оператор магнитного момента представим в виде (111,1). Гамильтониан для движения нейтральной частицы как целого записывается в форме

$$\hat{H} = -\frac{\mu}{s} \hat{\mathbf{s}} \mathbf{H} \quad (114,1)$$

(выписана лишь та часть гамильтониана, которая зависит от спина).

В однородном поле этот оператор не содержит явно координат<sup>1)</sup>. Поэтому волновая функция частицы распадается на произведение координатной и спиновой функций. Из них первая есть просто волновая функция свободного движения; нас интересует ниже только спиновая часть. Покажем, что задача о частице с произвольным моментом  $s$  может быть сведена к более простой задаче о движении частицы со спином  $1/2$  (*E. Majorana*). Для этого достаточно воспользоваться приемом, который мы уже применили в § 57. Именно, вместо одной частицы со спином  $s$

<sup>1)</sup> Эти рассуждения можно применить также и к случаю, когда какая-либо частица (в том числе и заряженная) движется в неоднородном магнитном поле, причем ее движение можно считать квазиклассическим. Тогда магнитное поле, меняющееся по мере передвижения частицы вдоль ее траектории, можно рассматривать просто как функцию времени и применять к изменению спиновой волновой функции те же уравнения.