ГЛАВА XVI

СТРУКТУРА АТОМНОГО ЯДРА

§ 116. Изотопическая инвариантность

В настоящее время еще не существует законченной теории так называемых *ядерных сил* — сил, действующих между ядерными частицами (*нуклонами*) и удерживающих их вместе в составе атомного ядра. В связи с этим при описании ядерных сил приходится пока в значительно большей степени апеллировать к опыту, чем это было бы необходимо при наличии последовательной теории.

Два относящихся к нуклонам типа частиц отличаются, прежде всего, своими электрическими свойствами, поскольку протоны (p) имеют положительный заряд, а нейтроны (n) электрически нейтральны. В то же время те и другие имеют одинаковый спин 1/2, а их массы почти равны (масса протона составляет 1836,1, нейтрона — 1838,6 электронных масс). Это сходство оказывается не случайным. Несмотря на различие в электрических свойствах, протон и нейтрон являются частицами, очень похожими друг на друга, и это сходство имеет фундаментальное значение.

Оказывается, что если отвлечься от относительно слабых электрических сил, то силы взаимодействия двух протонов очень похожи на силы, действующие между двумя нейтронами. Это свойство называют *зарядовой симметрией* ядерных сил [1]).

С точностью до соблюдения этой симметрии можно, в частности, утверждать, что системы двух протонов (pp) и двух нейтронов (nn) обладают одинаковыми по своим свойствам состояниями. При этом, разумеется, существенно, что как протоны, так и нейтроны подчиняются одинаковой статистике (статистике Ферми), и потому для систем pp и nn допустимы лишь состояния с одинаковой симметрией волновых функций $\psi(\mathbf{r}_1, \sigma_1; \mathbf{r}_2, \sigma_2)$ — антисимметричные по отношению к одновременной перестановке координат и спинов частиц.

Зарядовая симметрия оказывается, однако, лишь одним из проявлений еще более глубокого физического сходства между протоном и нейтроном, получившего название *изотопической*

---

[1]) Оно проявляется, в частности, в близости свойств (энергии связи, энергетического спектра и т. п.) так называемых *зеркальных* ядер, т. е. ядер, отличающихся друг от друга заменой всех протонов нейтронами и наоборот.

инвариантности[1]). Эта более глубокая закономерность приводит к существованию аналогии не только между системами pp и nn (получающимися друг из друга заменой всех протонов на нейтроны и наоборот), но и системой pn, состоящей из различных частиц. Разумеется, полной аналогии здесь вообще не может быть, поскольку возможные состояния системы pn, как состоящей из нетождественных частиц, во всяком случае не должны ограничиваться состояниями с антисимметричными волновыми функциями. Оказывается, однако, что среди возможных состояний системы pn имеются состояния, с большой точностью совпадающие по своим свойствам с состояниями систем двух одинаковых нуклонов[2]); эти состояния описываются, естественно, антисимметричными волновыми функциями (остальные же состояния системы pn описываются симметричными волновыми функциями и отсутствуют у систем pp и nn).

Изотопическая инвариантность, как и зарядовая симметрия, справедлива лишь при условии пренебрежения электромагнитным взаимодействием. Другим источником ее приближенности является отличие, хотя и небольшое, в массах нейтрона и протона; точное соблюдение симметрии между нейтронами и протонами подразумевало бы, разумеется, точное совпадение их масс[3]).

Для описания изотопической инвариантности можно ввести удобный формальный аппарат. Мы перейдем к нему естественным образом, если заметим, что изотопическая инвариантность сводится к установлению возможности классифицировать состояния системы нуклонов по симметрии ее координатно-спиновых волновых функций ψ, вне зависимости от того, к какому из двух типов относятся нуклоны. Поэтому искомый аппарат должен дать возможность ввести для характеристики состояний системы новое квантовое число, задание которого однозначно определяло бы симметрию функций ψ. Но с аналогичной ситуацией мы уже имели дело в связи со свойствами системы частиц со спином 1/2. Именно, мы видели (см. § 63), что задание полного спина S такой системы однозначно определяет симметрию ее координатной волновой функции φ, вне зависимости от того, какие из двух возможных значений ($\pm 1/2$) имеют проекции σ спинов каждой из частиц.

Естественно поэтому, что для формального описания изотопической инвариантности надо рассматривать нейтрон и протон

---

[1]) В литературе для этой инвариантности используется также название *изобарической*.

[2]) Это было показано на основе анализа экспериментальных данных о рассеянии нейтронов и протонов на протонах *Брейтом, Кондоном* и *Презентом* (*G. Breit, E. U. Condon, R. D. Present*, 1936).

[3]) Надо думать, что в действительности эта разница в массах нейтрона и протона тоже имеет электромагнитное происхождение.

как два различных *зарядовых состояния* одной и той же частицы (нуклона), отличающихся значением проекции нового вектора $\boldsymbol{\tau}$, по своим формальным свойствам аналогичного вектору спина 1/2. Эта новая величина, которую принято называть *изотопическим спином* (или просто *изоспином*) [1]), является вектором в некотором вспомогательном «изотопическом пространстве» $\xi\eta\zeta$ (не имеющем, разумеется, ничего общего с реальным пространством).

Проекция изотопического спина нуклона на ось ζ может иметь лишь два значения $\tau_\zeta = \pm 1/2$. Значение $+1/2$ условно приписывается протону, а значение $-1/2$ — нейтрону [2]). Изоспины нескольких нуклонов складываются в полный изоспин системы по правилам сложения обычных спинов. При этом ζ-компонента полного изоспина системы равна сумме значений τ_ζ всех составляющих ее частиц. Для ядра с числом протонов (т. е. атомным номером) Z, числом нейтронов N и массовым числом $A = Z + N$ имеем

$$T_\zeta = \sum \tau_\zeta = \frac{Z-N}{2} = Z - \frac{A}{2}, \qquad (116,1)$$

т. е. T_ζ определяет, при заданном числе нуклонов, полный заряд системы. Ясно поэтому, что имеет место строгое сохранение величины T_ζ, выражающее собой просто сохранение заряда.

Абсолютная же величина полного изотопического спина системы T определяет симметрию «зарядовой части» ω волновой функции системы, подобно тому, как полный спин S определяет симметрию спиновой волновой функции. Тем самым она определяет и симметрию координатно-спиновой (т. е. обычной) волновой функции ψ, поскольку полная волновая функция системы нуклонов (т. е. произведение $\psi\omega$) должна иметь определенную симметрию: как и для всяких фермионов, она должна быть антисимметричной по отношению к одновременной перестановке координат, спинов и «зарядовых переменных» τ_ζ частиц. Поэтому наличие определенной симметрии у волновых функций ψ любой системы нуклонов как раз и выражается в излагаемой схеме сохранением величины T.

Можно также сказать, другими словами, что изотопическая инвариантность означает инвариантность свойств системы относительно любых поворотов в изотопическом пространстве. Состояния, отличающиеся лишь значением T_ζ (при заданных значениях T и остальных квантовых чисел), одинаковы по своим свойствам. В частности, зарядовая симметрия — инвариантность свойств системы относительно замены всех нейтронов протонами и наоборот, — являющаяся частным случаем изотопической инва-

---

[1]) Она была введена *Гейзенбергом* (1932) и применена к описанию изотопической инвариантности *Кассеном* и *Кондоном* (*B. Cassen, E. U. Condon*, 1936).

[2]) В литературе используется также и обратное определение.

риантности, описывается при этом как инвариантность относительно одновременного изменения знака всех τ_ζ, т. е. относительно поворота в изопространстве на угол 180° вокруг оси, лежащей в плоскости $\xi\eta$.

Отметим также, что очевидное нарушение изотопической инвариантности кулоновым взаимодействием видно в рассматриваемой схеме и формально: кулоново взаимодействие зависит от заряда, т. е. от ζ-компонент изоспина, не инвариантных относительно поворотов в пространстве $\xi\eta\zeta$.

Рассмотрим, например, систему из двух нуклонов. Ее полный изотопический спин может иметь значения $T = 1$ и $T = 0$. Для $T = 1$ возможны значения проекции $T_\zeta = 1, 0, -1$. Этим значениям соответствуют, согласно (116,1), значения заряда 2, 1, 0, т. е. система с $T = 1$ может быть реализована как *pp*, *pn* и *nn*. Зарядовая часть волновой функции ω с $T = 1$ является симметричной (подобно тому, как значению спина $S = 1$ соответствует симметричная спиновая функция, ср. § 62). Поэтому значению $T = 1$ соответствуют состояния с антисимметричными обычными волновыми функциями ψ. Для $T = 0$ возможно лишь $T_\zeta = 0$ и соответствующая функция ω антисимметрична; сюда относятся, следовательно, состояния системы *pn* с симметричными волновыми функциями ψ.

Изотопическому спину отвечает оператор $\hat{\boldsymbol{\tau}}$, действующий на зарядовую переменную τ_ζ в волновой функции, подобно тому, как оператор спина $\hat{\mathbf{s}}$ действует на спиновую переменную σ. Ввиду полной формальной аналогии между тем и другим, операторы $\hat{\tau}_\xi$, $\hat{\tau}_\eta$, $\hat{\tau}_\zeta$ выражаются теми же матрицами Паули (55,7), что и операторы $\hat{s}_x$, $\hat{s}_y$, $\hat{s}_z$.

Отметим здесь некоторые комбинации этих операторов, имеющие простой наглядный смысл. Сумма

$$\hat{\tau}_+ = \hat{\tau}_\xi + i\hat{\tau}_\eta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

есть оператор, который при воздействии на нейтронную волновую функцию превращает ее в протонную, а при воздействии на протонную функцию обращает ее в нуль. Аналогично, оператор

$$\hat{\tau}_- = \hat{\tau}_\xi - i\hat{\tau}_\eta = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

превращает протон в нейтрон и уничтожает нейтрон. Наконец, оператор

$$\frac{1}{2} + \hat{\tau}_\zeta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

оставляет неизменной протонную функцию и уничтожает нейтрон; его можно назвать оператором заряда нуклона (в единицах *e*).

Покажем еще, каким образом может быть выражен через операторы $\hat{\boldsymbol{\tau}}_1$, $\hat{\boldsymbol{\tau}}_2$ изоспинов двух частиц оператор $\hat{P}$ перестановки этих частиц друг с другом. По определению последнего, результат его воздействия на волновую функцию системы двух частиц $\psi(\mathbf{r}_1, \sigma_1; \mathbf{r}_2, \sigma_2)$ заключается в перестановке координат и спинов этих частиц, т. е. в перестановке переменных $\mathbf{r}_1$, σ_1 и $\mathbf{r}_2$, σ_2. Собственные значения этого оператора равны ± 1 и осуществляются при воздействии на симметричную или антисимметричную функции ψ:

$$\hat{P}\psi_{\text{сим}} = \psi_{\text{сим}}, \qquad \hat{P}\psi_{\text{анти}} = -\psi_{\text{анти}}. \tag{116,2}$$

Мы видели выше, что функциям $\psi_{\text{сим}}$ и $\psi_{\text{анти}}$ соответствуют зарядовые функции ω_T со значениями полного изоспина $T = 0$ и $T = 1$. Поэтому, если мы хотим представить оператор $\hat{P}$ в форме, в которой он действует на зарядовые переменные, то он должен обладать свойствами

$$\hat{P}\omega_0 = \omega_0, \qquad \hat{P}\omega_1 = -\omega_1. \tag{116,3}$$

Этим условиям удовлетворяет оператор $1 - \hat{\mathbf{T}}^2$, в чем легко убедиться, заметив, что ω_T есть собственная функция оператора $\hat{\mathbf{T}}^2$, соответствующая собственному значению $T(T+1)$. Наконец, написав $\mathbf{T} = \boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{\tau}_2$ и учитывая, что $\boldsymbol{\tau}_1^2$ и $\boldsymbol{\tau}_2^2$ имеют одинаковые определенные значения $\tau(\tau+1) = 3/4$, найдем искомое окончательное выражение [1])

$$\hat{P} = 1 - \hat{\mathbf{T}}^2 = -\frac{1}{2} - 2\hat{\boldsymbol{\tau}}_1\hat{\boldsymbol{\tau}}_2. \tag{116,4}$$

Для матричных элементов различных физических величин системы нуклонов существуют определенные правила отбора по изотопическому спину (*L. A. Radicati*, 1952). Пусть F — какая-либо величина (любого тензорного характера), обладающая свойством аддитивности в том смысле, что ее значение для системы равно сумме значений для отдельных нуклонов. Представим оператор такой величины в виде

$$\hat{F} = \sum_p \hat{f}_p + \sum_n \hat{f}_n,$$

где суммирования производятся по всем протонам и нейтронам в системе. Это выражение можно тождественно переписать в виде

$$\hat{F} = \sum\left(\frac{1}{2} + \hat{\tau}_\zeta\right)\hat{f}_p + \sum\left(\frac{1}{2} - \hat{\tau}_\zeta\right)\hat{f}_n = \\ = \frac{1}{2}\sum(\hat{f}_p + \hat{f}_n) + \sum(\hat{f}_p - \hat{f}_n)\hat{\tau}_\zeta, \tag{116,5}$$

[1]) С оператором такого вида, составленным из обычных спинов частиц, мы уже встречались в задачах к § 62.

где суммирование в каждом члене производится по всем нуклонам (как протонам, так и нейтронам). Первый член в (116,5) есть скаляр, а второй — ζ-компонента вектора в изопространстве. К ним относятся поэтому те же правила отбора по изотопическому спину, которые имеют место для скаляров и векторов в обычном пространстве по орбитальному моменту (§ 29). Изотопический скаляр допускает лишь переходы без изменения T; ζ-компонента же изотопического вектора имеет матричные элементы лишь для переходов с изменением $\Delta T = 0, \pm 1$, причем дополнительно запрещены переходы с $\Delta T = 0$ между состояниями с $T_\zeta = 0$, т. е. для систем с одинаковым числом нейтронов и протонов (последнее правило следует из того, что матричный элемент перехода с $\Delta T = 0$ пропорционален T_ζ — см. (29,7)).

Так, для дипольного момента ядра роль величин f_p играют произведения $e\mathbf{r}$, а $f_n = 0$. Первый член в (116,5) есть тогда

$$\frac{e}{2}\sum \mathbf{r} = \frac{e}{2m}\sum m\mathbf{r},$$

т. е. пропорционален радиусу-вектору центра инерции и может быть обращен в нуль надлежащим выбором начала координат; другими словами, дипольный момент ядра сводится к ζ-компоненте изотопического вектора.

§ 117. Ядерные силы

Специфические *ядерные силы*, действующие между нуклонами, характеризуются прежде всего своим малым радиусом действия; они убывают экспоненциально на расстояниях $\sim 10^{-13}$ см.

В нерелятивистском пределе можно утверждать, что ядерные силы не зависят от скоростей нуклонов и имеют потенциал (скорости нуклонов в ядре составляют примерно 1/4 от скорости света, см. ниже). Потенциальная энергия U взаимодействия двух нуклонов зависит не только от их взаимного расстояния r, но и от их спинов, причем зависимость от спинов отнюдь не является слабой [1]). Точная зависимость от r могла бы быть установлена, разумеется, лишь последовательной теорией ядерных сил. Характер же зависимости от спинов может быть найден уже из простых соображений, связанных со свойствами операторов спина.

В нашем распоряжении имеется всего три вектора, от которых может зависеть энергия взаимодействия U: единичный вектор $\mathbf{n}$ в направлении радиуса-вектора между двумя нуклонами и их спины $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$. По общим свойствам оператора спина 1/2 всякая функция от него сводится к линейной функции (§ 55). Кроме

[1]) В этом отношении взаимодействие нуклонов существенно отличается от взаимодействия электронов, у которых спин-спиновое взаимодействие имеет лишь релятивистское происхождение и является (в атомах) малым.