Поэтому $\hbar\mathbf{q}$ и ε связаны друг с другом, как импульс и энергия электрона, т. е. $\varepsilon = \hbar^2 q^2/2m$. Подставляя в (149,12) $q_1^2 = 2m\varepsilon_1/\hbar^2$, получим эффективное торможение при столкновениях, сопровождающихся передачей энергии $\varepsilon \leqslant \varepsilon_1$:

$$\varkappa(\varepsilon_1) = \frac{2\pi Z e^4}{mv^2} \ln \frac{2m\varepsilon_1 v^2}{I^2}. \qquad (149,14)$$

В заключение сделаем следующее замечание. Уровни энергии дискретного спектра атома связаны в основном с возбуждениями одного (внешнего) электрона; уже возбуждение двух электронов связано обычно с энергией, достаточной для ионизации атома. Поэтому в сумме интенсивностей осцилляторов переходы в состояния дискретного спектра составляют лишь долю порядка единицы; переходы же с ионизацией — порядка Z. Отсюда следует, что основную роль в торможении (тяжелыми атомами) играют столкновения, сопровождающиеся ионизацией.

Задача

Определить полное эффективное торможение электрона атомом водорода ($I = 0{,}55$ ат. единицы); при больших передачах энергии более быстрый из обоих сталкивающихся электронов принимается за первичный.

Решение. Когда первичный и вторичный электроны приобретают после столкновения сравнимые энергии, надо учитывать обменный эффект. Поэтому для торможения с передачей энергии от некоторого значения ε_1 ($1 \ll \varepsilon_1 \ll v^2$) до наибольшего $\varepsilon_{max} = E/2 = v^2/4$ (принятое нами определение первичного электрона!) надо пользоваться сечением (148,17):

$$\varkappa(\varepsilon_{max}) - \varkappa(\varepsilon_1) = \frac{\pi}{E} \int_{\varepsilon_1}^{E/2} \varepsilon \left[\frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{1}{(E-\varepsilon)^2} - \frac{1}{\varepsilon(E-\varepsilon)} \right] d\varepsilon = \frac{\pi}{E}\left(\ln \frac{E}{8\varepsilon_1} + 1 \right).$$

Складывая со (149,14), получим[1])

$$\varkappa = \frac{4\pi}{v^2} \ln \left(\frac{v^2}{2I} \sqrt{\frac{e}{2}} \right) = \frac{4\pi}{v^2} \ln \frac{v^2}{0{,}94}$$

(в атомных единицах).

§ 150. Неупругие столкновения тяжелых частиц с атомами

Условие применимости борновского приближения к столкновениям тяжелых частиц с атомами, выраженное через скорость частицы, остается тем же, что и для электронов: $v \gg v_0$. Это

[1]) Для столкновений позитрона с атомом водорода обменный эффект отсутствует, и полное торможение получается просто подстановкой в (149,14) $\varepsilon_{max} = E = v^2/2$ вместо ε_1: $\varkappa = \frac{4\pi}{v^2} \ln \frac{v^2}{0{,}55}$.

непосредственно следует из общего условия (126,2) применимости теории возмущений, $Ua_0/\hbar v \ll 1$, если заметить, что масса частицы в него вообще не входит, а $Ua_0/\hbar$ есть величина порядка скорости атомных электронов.

В системе координат, в которой покоится центр инерции атома и частицы, сечение определяется общей формулой (148,3) (в которой теперь под m надо понимать приведенную массу частицы и атома). Удобнее, однако, рассматривать столкновение в системе координат, в которой покоится (до столкновения) рассеивающий атом. Для этого начинаем с формулы (148,1); в системе координат, в которой покоился атом до столкновения, аргумент у δ-функции, выражающий закон сохранения энергии, имеет вид

$$\frac{p'^2}{2M} - \frac{p^2}{2M} + \frac{(\mathbf{p}' - \mathbf{p})^2}{2M_a} + E_n - E_0, \qquad (150,1)$$

где M — масса падающей частицы, M_a — масса атома; третий член представляет собой кинетическую энергию отдачи атома (которой при столкновении с электроном можно было полностью пренебречь).

При столкновении быстрой тяжелой частицы с атомом изменение импульса частицы почти всегда мало по сравнению с ее первоначальным импульсом. Если это условие выполняется, то в аргументе у δ-функции можно пренебречь энергией отдачи атома, после чего мы вернемся в точности к формуле (148,3), в которой только надо заменить m на массу M падающей частицы (не на приведенную массу частицы и атома!). Имея в виду, что передача импульса предполагается малой по сравнению с первоначальным импульсом, полагаем $p \approx p'$; таким образом, для сечения в системе координат, в которой атом до столкновения покоится, получим формулу

$$d\sigma_n = \frac{M^2}{4\pi^2\hbar^4} \left| \iint U e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} \psi_n^* \psi_0 \, d\tau \, dV \right|^2 do. \qquad (150,2)$$

Учитывая, что заряд частицы может отличаться от заряда электрона, будем писать ze^2 вместо e^2, где ze есть заряд падающей частицы. Общая формула для неупругого рассеяния, написанная в форме (148,9)

$$d\sigma_n = 8\pi \left(\frac{ze^2}{\hbar v}\right)^2 \left| \left\langle n \left| \sum_a e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_a} \right| 0 \right\rangle \right|^2 \frac{dq}{q^3}, \qquad (150,3)$$

не содержит массу частицы. Отсюда следует, что и все получающиеся из нее формулы остаются применимыми и к столкновениям тяжелых частиц, если только эти формулы выражены через v и q.

Легко сообразить, как должны быть видоизменены формулы, выраженные через угол рассеяния ϑ (угол отклонения сталкивающейся с атомом тяжелой частицы). Для этого предварительно замечаем, что при неупругом столкновении тяжелой частицы угол ϑ всегда мал. Действительно, при большой (по сравнению с импульсами атомных электронов) передаче импульса можно рассматривать неупругое столкновение с атомом как упругое столкновение со свободными электронами; но при столкновении тяжелой частицы с легкой (электроном) тяжелая частица почти не отклоняется. Другими словами, передача импульса от тяжелой частицы атому мала по сравнению с первоначальным импульсом частицы (исключение составляет упругое рассеяние на большие углы, которое, однако, крайне маловероятно).

Таким образом, во всей области углов можно положить

$$q = \frac{1}{\hbar}\sqrt{\left(\frac{E_n - E_0}{v}\right)^2 + (Mv\vartheta)^2} \qquad (150,4)$$

(что фактически сводится к

$$q\hbar \approx Mv\vartheta \qquad (150,5)$$

везде, за исключением только самых малых углов). С другой стороны, рассматривая столкновения электронов с атомом, мы писали (для малых углов)

$$q = \frac{1}{\hbar}\sqrt{\left(\frac{E_n - E_0}{v}\right)^2 + (mv\vartheta)^2}.$$

Сравнение обоих выражений позволяет заключить, что формулы, полученные нами для столкновений электронов с атомами, выраженные через скорость и угол отклонения, переводятся в формулы для столкновения тяжелых частиц заменой везде (в том числе в элементе телесного угла $do = 2\pi \sin\vartheta\, d\vartheta \approx 2\pi\vartheta\, d\vartheta$):

$$\vartheta \to \frac{M}{m}\vartheta, \qquad (150,6)$$

при той же скорости v налетающей частицы. Качественно это означает, что вся картина рассеяния на малые углы оказывается (при заданной скорости) суженной в отношении m/M.

Полученные правила относятся также и к упругому рассеянию на малые углы. Произведя преобразование (150,6) в формуле (139,4) с $\vartheta \ll 1$, получим сечение

$$d\sigma_e = 8\pi\left(\frac{ze^2}{Mv^2}\right)^2\left[Z - F\left(\frac{Mv\vartheta}{\hbar}\right)\right]^2\frac{d\vartheta}{\vartheta^3}. \qquad (150,7)$$

Что касается упругого рассеяния тяжелых частиц на углы $\vartheta \sim 1$, то оно сводится к резерфордовскому рассеянию на ядре атома.

Особого рассмотрения требует неупругое рассеяние с ионизацией атома при большой передаче импульса. В отличие от того, что мы имели при ионизации электроном, здесь никаких обменных эффектов, разумеется, нет. Для тяжелых частиц характерно, что большая передача импульса ($qa_0 \gg 1$) отнюдь не означает отклонения на большой угол; ϑ всегда остается малым. Сечение ионизации с испусканием электрона с энергией между ε и $\varepsilon + d\varepsilon$ получится непосредственно из формулы (148,25), которую мы пишем в виде

$$d\sigma_r = 8\pi\left(\frac{ze^2}{\hbar v}\right)^2 Z\frac{dq}{q^3}$$

и полагаем $\hbar^2q^2/2m = \varepsilon$ (весь импульс $\hbar\mathbf{q}$ передается одному атомному электрону). Это даст

$$d\sigma_\varepsilon = \frac{2\pi Zz^2e^4}{mv^2}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2}. \qquad (150,8)$$

При столкновениях тяжелых частиц с атомами особый интерес представляют интегральные эффективные сечения и торможения. Полное сечение неупругого рассеяния определяется прежней формулой (148,26). Полное эффективное торможение получается подстановкой в (149,12) вместо q_1 максимальной возможной передачи импульса $q_{\max}$. Последнюю легко выразить через скорость частицы следующим образом. Поскольку $\hbar q_{\max}$ все еще мало по сравнению с первоначальным импульсом Mv частицы, то изменение ее энергии связано с изменением импульса соотношением $\Delta E = \mathbf{v}\cdot\hbar\mathbf{q}$. С другой стороны при большой передаче импульса вся эта энергия передается в основном одному атомному электрону, так что мы можем написать

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2q^2}{2m} = \hbar\mathbf{v}\mathbf{q} \leqslant \hbar vq.$$

Отсюда имеем $\hbar q \leqslant 2mv$, т. е.

$$\hbar q_{\max} = 2mv, \quad \varepsilon_{\max} = 2mv^2. \qquad (150,9)$$

Отметим, что наибольший угол отклонения частицы при неупругом рассеянии равен

$$\vartheta_{\max} = \frac{\hbar q_{\max}}{Mv} = \frac{2m}{M}.$$

Подставляя (150,9) в (149,12), получим полное эффективное торможение тяжелой частицы:

$$\varkappa = \frac{4\pi Zz^2e^4}{mv^2}\ln\frac{2mv^2}{I}. \qquad (150,10)$$

§ 151. Рассеяние нейтронов

В ряде физических задач теории столкновений мы встречаемся с необходимостью выяснить влияние, которое оказывает на процесс рассеяния собственное движение рассеивающих центров.