(оправдывающееся результатом), что такое соотношение сохраняется и в рассматриваемом поле. При $l < l'$ (т. е. $l = j - 1/2$, $\varkappa = -l - 1$) в первом из уравнений (35,4) член с $g$ можно опустить, так что по-прежнему $f \sim r^l$. Из второго же уравнения имеем тогда $g \sim rfU$, т. е. $g \sim r^{l+1-s} = r^{l'-s}$. Аналогичным образом рассматривается случай $l > l'$. В результате находим

$$\text{при } l < l'\text{: } f \sim r^l, \qquad g \sim r^{l'-s};$$
$$\text{при } l > l'\text{: } f \sim r^{l-s}, \qquad g \sim r^{l'}.$$

## § 36. Движение в кулоновом поле

Изучение свойств движения в наиболее важном случае кулонова поля начнем с исследования поведения волновых функций на малых расстояниях. Будем говорить для определенности о поле притяжения: $U = -Z\alpha/r$ [1]).

При малых $r$ в уравнениях (35,5) можно опустить члены с $\varepsilon \pm m$; тогда

$$(fr)' + \frac{\varkappa}{r} fr - \frac{Z\alpha}{r} gr = 0,$$
$$(gr)' - \frac{\varkappa}{r} gr + \frac{Z\alpha}{r} fr = 0.$$

Функции $fr$ и $gr$ входят в каждое из этих уравнений равноправным образом. Поэтому обе ищем в виде одинаковых степеней $r$: $fr = ar^\gamma$, $gr = br^\gamma$. Подстановка в уравнения дает

$$a(\gamma + \varkappa) - bZ\alpha = 0, \quad aZ\alpha + b(\gamma - \varkappa) = 0,$$

откуда

$$\gamma^2 = \varkappa^2 - (Z\alpha)^2. \tag{36,1}$$

Пусть $(Z\alpha)^2 < \varkappa^2$. Тогда $\gamma$ вещественно, причем из двух значений должно быть выбрано положительное: соответствующее решение либо не расходится при $r = 0$, либо расходится менее быстро, чем другое. Такой выбор можно обосновать путем рассмотрения потенциала, обрезанного (как было объяснено в предыдущем параграфе) на некотором малом $r_0$, с дальнейшим переходом к пределу $r_0 \to 0$ (ср. аналогичные рассуждения в III, § 35). Таким образом,

$$f = \frac{Z\alpha}{\gamma + \varkappa} g = \text{const} \cdot r^{-1+\gamma},$$
$$\gamma = \sqrt{\varkappa^2 - Z^2\alpha^2} = \sqrt{(j + 1/2)^2 - Z^2\alpha^2}. \tag{36,2}$$

---

[1]) В обычных единицах $U = -Ze^2/r$. При переходе к релятивистским единицам $e^2$ заменяется безразмерным $\alpha$.

Хотя волновая функция и может обратиться при $r = 0$ в бесконечность (если $\gamma < 1$), интеграл от $|\psi|^2$ остается, разумеется, сходящимся. Если $(Z\alpha)^2 > \varkappa^2$, то оба значения $\gamma$ из (36,2) — мнимые. Соответствующие решения при $r \to 0$ осциллируют (как $r^{-1}\cos(|\gamma|\ln r)$, что снова отвечает, как уже было объяснено выше, недопустимой в релятивистской теории ситуации «падения» на центр. Так как $\varkappa^2 \geqslant 1$, это значит, что чисто кулоново поле можно рассматривать в теории Дирака лишь при $Z\alpha < 1$, т. е. $Z < 137$.

Остановимся на качественном описании ситуации, возникающей при $Z > 137$. Снова, чтобы избежать неопределенности в граничном условии при $r = 0$, следует рассматривать потенциал, обрезанный на некотором расстоянии $r_0$ (*И. Я. Померанчук, Я. А. Смородинский*, 1945). Это имеет не только формальный, но и прямой физический смысл. Заряд $Z > 137$ фактически может быть сосредоточен только в некотором «сверхтяжелом» ядре конечного радиуса. Рассмотрим поэтому, как меняется расположение уровней с увеличением $Z$ при заданном $r_0$.

В «необрезанном» кулоновом поле энергия $\varepsilon_1$ нижнего уровня обращается при $Z\alpha = 1$ в нуль и кривая зависимости $\varepsilon_1(Z)$ обрывается — при $Z\alpha > 1$ уровень $\varepsilon_1$ становится мнимым (см. (36,10)). В «обрезанном» же поле, при заданном $r_0 \neq 0$, уровень $\varepsilon_1$ проходит через нуль лишь при некотором $Z\alpha > 1$. Но значение $\varepsilon_1 = 0$ никак не выделено физически, а при $r_0 \neq 0$ оно ничем не выделено и формально — кривая зависимости $\varepsilon_1(Z)$ здесь не обрывается. При дальнейшем увеличении $Z$ уровни продолжают понижаться, и при некотором «критическом» значении $Z = Z_c(r_0)$ энергия $\varepsilon_1$ достигает границы ($-m$) нижнего континуума уровней. Как было объяснено в предыдущем параграфе, это означает обращение в нуль энергии, требуемой для рождения свободного позитрона. Поэтому критическое значение $Z_c$ — это максимальный заряд, которым может обладать «голое» ядро при заданном $r_0$.

При $Z > Z_c$ уровень $\varepsilon_1 < -m$ и становится энергетически выгодным рождение двух электрон-позитронных пар. Позитроны уходят на бесконечность, унося кинетическую энергию $2(|\varepsilon_1| - m)$, а два электрона заполняют уровень $\varepsilon_1$. В результате образуется «ион» с заполненной $K$-оболочкой и зарядом $Z_{эф} = Z - 2$ (*С. С. Герштейн, Я. Б. Зельдович*, 1969). Эта система устойчива при $Z > Z_c$, вплоть до значений $Z$, когда границы $-m$ достигнет следующий уровень [1]).

[1]) Так, если заряд ядра равномерно распределен в сфере радиуса $r_0 = 1{,}2\cdot 10^{-12}$ см, критическое значение $Z_c = 170$, а следующий уровень достигает границы $-m$ при $Z = 185$ (*В. С. Попов*, 1970). Подробное изложение количественной теории — см. обзорную статью *Я. Б. Зельдовича* и *В. С. Попова* (УФН. — 1971. — Т. 105. — С. 403).

Наконец отметим, что даже в случае точечного заряда ход потенциала на малых расстояниях искажается за счет радиационных поправок. Их учет приводит, однако, лишь к поправкам $\sim\alpha$ к значению $Z_c\alpha$.

Обратимся теперь к точному решению волнового уравнения (*G. Darwin*, 1928; *W. Gordon*, 1928).

**Дискретный спектр** ($\varepsilon < m$). Будем искать функции $f$ и $g$ в виде

$$\begin{aligned} f &= \sqrt{m+\varepsilon}\, e^{-\rho/2}\rho^{\gamma-1}(Q_1+Q_2), \\ g &= -\sqrt{m-\varepsilon}\, e^{-\rho/2}\rho^{\gamma-1}(Q_1-Q_2), \end{aligned} \tag{36,3}$$

где введены обозначения

$$\rho = 2\lambda r, \quad \lambda = \sqrt{m^2-\varepsilon^2}, \quad \gamma = \sqrt{\varkappa^2 - Z^2\alpha^2}. \tag{36,4}$$

Такая форма представляется естественной ввиду известного уже нам поведения функций при $\rho\to 0$ (36,2) и их экспоненциального затухания ($\sim e^{-\rho/2}$) при $\rho\to\infty$. Поскольку при $\rho\to\infty$ первое равенство (35,9) должно выполняться и в случае кулонова поля, следует ожидать, что при $\rho\to\infty$ будет $Q_1 \gg Q_2$.

Подставив (36,3) в (35,4), получим уравнения

$$\rho(Q_1+Q_2)' + (\gamma+\varkappa)(Q_1+Q_2) - \rho Q_2 + Z\alpha\sqrt{\frac{m-\varepsilon}{m+\varepsilon}}(Q_1-Q_2) = 0,$$

$$\rho(Q_1-Q_2)' + (\gamma-\varkappa)(Q_1-Q_2) + \rho Q_2 - Z\alpha\sqrt{\frac{m+\varepsilon}{m-\varepsilon}}(Q_1+Q_2) = 0$$

(штрих означает дифференцирование по $\rho$). Их сумма и разность дают

$$\begin{aligned} \rho Q_1' + \left(\gamma - \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda}\right)Q_1 + \left(\varkappa - \frac{Z\alpha m}{\lambda}\right)Q_2 &= 0, \\ \rho Q_2' + \left(\gamma + \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda} - \rho\right)Q_2 + \left(\varkappa + \frac{Z\alpha m}{\lambda}\right)Q_1 &= 0, \end{aligned} \tag{36,5}$$

или, после исключения $Q_1$ или $Q_2$,

$$\rho Q_1'' + (2\gamma+1-\rho)Q_1' - \left(\gamma - \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda}\right)Q_1 = 0,$$

$$\rho Q_2'' + (2\gamma+1-\rho)Q_2' - \left(\gamma + 1 - \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda}\right)Q_2 = 0$$

(надо учесть, что $\gamma^2 - (Z\alpha\varepsilon/\lambda)^2 = \varkappa^2 - (Z\alpha m/\lambda)^2$). Решение этих уравнений, конечное при $\rho = 0$:

$$\begin{aligned} Q_1 &= AF\left(\gamma - \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda},\ 2\gamma+1,\ \rho\right), \\ Q_2 &= BF\left(\gamma + 1 - \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda},\ 2\gamma+1,\ \rho\right), \end{aligned} \tag{36,6}$$

где $F(\alpha, \beta, z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Положив в каком-либо из уравнений (36,5) $\rho = 0$, найдем связь между постоянными $A$ и $B$:

$$B = -\frac{\gamma - Z\alpha\varepsilon/\lambda}{\varkappa - Z\alpha m/\lambda} A. \tag{36,7}$$

Обе гипергеометрические функции в (36,6) должны сводиться к полиномам (в противном случае они будут возрастать при $\rho \to \infty$ как $e^{\rho}$, а с ними будет возрастать — как $e^{\rho/2}$ — и вся волновая функция). Функция $F(\alpha, \beta, z)$ сводится к полиному, если параметр $\alpha$ равен целому отрицательному числу или нулю. Обозначим

$$\gamma - Z\alpha\varepsilon/\lambda = -n_r. \tag{36,8}$$

Если $n_r = 1, 2, \ldots$, то обе гипергеометрические функции сводятся к полиномам. Если же $n_r = 0$, то сводится к полиному лишь одна из них. Но равенство $n_r = 0$ означает, что $\gamma = Z\alpha\varepsilon/\lambda$, и тогда, как легко проверить, $Z\alpha m/\lambda = |\varkappa|$. Если $\varkappa < 0$, то коэффициент $B$ (36,7) обращается в нуль, так что $Q_2 = 0$, и требуемое условие не нарушается. Если же $\varkappa > 0$, то $B = -A$, и $Q_2$ остается при $n_r = 0$ расходящейся функцией. Таким образом, допустимы следующие значения квантового числа $n_r$:

$$n_r = \begin{cases} 0, 1, 2, \ldots & \text{при} \quad \varkappa < 0; \\ 1, 2, 3, \ldots & \text{при} \quad \varkappa > 0. \end{cases} \tag{36,9}$$

Из определения (36,8) находим теперь следующее выражение для дискретных уровней энергии:

$$\frac{\varepsilon}{m} = \left[1 + \frac{(Z\alpha)^2}{\left(\sqrt{\varkappa^2 - (Z\alpha)^2} + n_r\right)^2}\right]^{-1/2}. \tag{36,10}$$

В частности, энергия основного уровня $1s_{1/2}$ ($|\varkappa| = 1$, $n_r = 0$):

$$\varepsilon_1 = m\sqrt{1 - (Z\alpha)^2}.$$

При $Z\alpha \ll 1$ первые члены разложения формулы (36,10) дают

$$\frac{\varepsilon}{m} - 1 = -\frac{(Z\alpha)^2}{2(|\varkappa| + n_r)^2}\left\{1 + \frac{(Z\alpha)^2}{|\varkappa| + n_r}\left[\frac{1}{|\varkappa|} - \frac{3}{4(|\varkappa| + n_r)}\right]\right\}.$$

Обозначив $n_r + |\varkappa| = n$ ($= 1, 2, \ldots$) и заметив, что $|\varkappa| = j + 1/2$, мы вернемся к формуле (34,4), полученной нами ранее с помощью теории возмущений. Как уже было указано в конце § 34, дальнейшие члены этого разложения не имеют смысла, поскольку они заведомо перекрываются радиационными поправками. Формула (36,10), однако, имеет смысл в своем точном виде при $Z\alpha \sim 1$. Отметим, что обнаруживаемое приближенной формулой (34,4) двукратное вырождение уровней сохраняется и в точной формуле: поскольку в нее входит лишь $|\varkappa|$, уровни с разными $l$ при одном и том же $j$ по-прежнему совпадают.

В волновой функции нам осталось еще определить общий нормировочный коэффициент $A$. Как всегда, волновая функция дискретного спектра должна быть нормирована условием $\int|\psi|^2 d^3x = 1$; для функций $f$ и $g$ это означает условие

$$\int\limits_0^\infty (f^2+g^2)\,r^2\,dr = 1.$$

Коэффициент $A$ проще всего найти по асимптотическому виду функций при $r\to\infty$. С помощью асимптотической формулы

$$F(-n_r,\ 2\gamma+1,\ \rho)\approx\frac{\Gamma(2\gamma+1)}{\Gamma(n_r+2\gamma+1)}(-\rho)^{n_r}$$

(см. III (d, 14)) находим

$$f\approx(-1)^{n_r}A\sqrt{m+\varepsilon}\,\frac{\Gamma(2\gamma+1)}{\Gamma(n_r+2\gamma+1)}\,e^{-\lambda r}(2\lambda r)^{\gamma+n_r-1}.$$

Сравнив эту формулу с выражением (36,22), которое будет найдено ниже, определим $A$. Собрав затем полученные формулы, выпишем окончательные выражения для нормированных волновых функций:

$$\left.\begin{matrix} f\\ g\end{matrix}\right\}=\frac{\pm(2\lambda)^{3/2}}{\Gamma(2\gamma+1)}\left[\frac{(m\pm\varepsilon)\,\Gamma(2\gamma+n_r+1)}{4m\dfrac{Z\alpha m}{\lambda}\left(\dfrac{Z\alpha m}{\lambda}-\varkappa\right)n_r!}\right]^{1/2}(2\lambda r)^{\gamma-1}e^{-\lambda r}\times$$
$$\times\left\{\left(\frac{Z\alpha m}{\lambda}-\varkappa\right)F(-n_r,\ 2\gamma+1,\ 2\lambda r)\mp n_rF(1-n_r,\ 2\gamma+1,\ 2\lambda r)\right\} \qquad (36,11)$$

(верхние знаки относятся к $f$, нижние — к $g$).

**Непрерывный спектр** ($\varepsilon>m$). Нет необходимости заново решать волновое уравнение для состояний непрерывного спектра. Волновые функции этого случая получаются из функций дискретного спектра заменой [1])

$$\sqrt{m-\varepsilon}\to -i\sqrt{\varepsilon-m},\quad \lambda\to -ip,\quad -n_r\to\gamma-i\frac{Z\alpha\varepsilon}{p} \qquad (36,12)$$

(о выборе знака при аналитическом продолжении корня $\sqrt{m-\varepsilon}$ см. III, § 128). Заново, однако, должна быть произведена нормировка функций.

[1]) Ниже в этом параграфе $p$ обозначает $|\mathbf{p}|=\sqrt{\varepsilon^2-m^2}$.

Проделав в (36,11) указанную замену, представим функции $f$ и $g$ в виде

$$\left.\begin{matrix} f \\ g \end{matrix}\right\} = \left.\begin{matrix} \sqrt{\varepsilon+m} \\ i\sqrt{\varepsilon-m} \end{matrix}\right\} \cdot A' e^{ipr} (2pr)^{\gamma-1} \times$$
$$\times [e^{i\xi} F(\gamma - i\nu,\ 2\gamma+1,\ -2ipr) \mp e^{-i\xi} F(\gamma+1-i\nu,\ 2\gamma+1,\ -2ipr)],$$

где $A'$ — новая нормировочная постоянная и введены обозначения

$$\nu = \frac{Z\alpha\varepsilon}{p}, \quad e^{-2i\xi} = \frac{\gamma - i\nu}{\varkappa - i\nu m/\varepsilon} \tag{36,13}$$

(величина $\xi$ вещественна, поскольку $\gamma^2 + (Z\alpha\varepsilon/p)^2 = \varkappa^2 + (Z\alpha m/p)^2$).

Согласно известной формуле

$$F(\alpha,\ \beta,\ z) = e^z F(\beta-\alpha,\ \beta,\ -z)$$

(см. III (d, 10)) имеем

$$F(\gamma+1-i\nu,\ 2\gamma+1,\ -2ipr) = e^{-2ipr} F(\gamma+i\nu,\ 2\gamma+1,\ 2ipr) =$$
$$= e^{-2ipr} F^*(\gamma - i\nu,\ 2\gamma+1,\ -2ipr),$$

поэтому

$$\left.\begin{matrix} f \\ g \end{matrix}\right\} = 2iA'\sqrt{\varepsilon \pm m}\,(2pr)^{\gamma-1} \begin{matrix}\mathrm{Im} \\ \mathrm{Re}\end{matrix} \left\{e^{i(pr+\xi)} F(\gamma - i\nu,\ 2\gamma+1,\ -2ipr)\right\}. \tag{36,14}$$

Нормировочный коэффициент $A'$ определяется сравнением асимптотического выражения для этой функции с общей формулой (35,7) для нормированной сферической волны. Выпишем сразу получающееся таким образом выражение для волновых функций непрерывного спектра (и затем проверим его) [1]):

$$\left.\begin{matrix} f \\ g \end{matrix}\right\} = 2^{3/2} \sqrt{\frac{m \pm \varepsilon}{\varepsilon}}\, e^{\frac{\pi\nu}{2}} \frac{|\Gamma(\gamma+1+i\nu)|}{\Gamma(2\gamma+1)} \frac{(2pr)^\gamma}{r} \times$$
$$\times \begin{matrix}\mathrm{Im} \\ \mathrm{Re}\end{matrix} \left\{e^{i(pr+\xi)} F(\gamma - i\nu,\ 2\gamma+1,\ -2ipr)\right\}. \tag{36,15}$$

Асимптотическое выражение для этой функции находится с помощью формулы III (d, 14), в которой в данном случае существен только первый член (второй убывает с более высокой степенью $1/r$):

$$\left.\begin{matrix} f \\ g \end{matrix}\right\} = \frac{\sqrt{2}}{r} \sqrt{\frac{\varepsilon \pm m}{\varepsilon}} \begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix} \left(pr + \delta_\varkappa + \nu \ln 2pr - \frac{\pi l}{2}\right), \tag{36,16}$$

[1]) Волновые функции в поле отталкивания получаются отсюда изменением знака перед $Z\alpha$, т. е. изменением знака $\nu$.

где

$$\delta_\varkappa = \xi - \arg\Gamma(\gamma + 1 + i\nu) - \frac{\pi\gamma}{2} + \frac{\pi l}{2}, \qquad (36,17)$$

или

$$e^{2i\delta_\varkappa} = \frac{\varkappa - i\nu m/\varepsilon}{\gamma - i\nu} \frac{\Gamma(\gamma + 1 - i\nu)}{\Gamma(\gamma + 1 + i\nu)} e^{i\pi(l-\gamma)}. \qquad (36,18)$$

Отметим для будущих ссылок выражение фаз в ультрарелятивистском случае ($\varepsilon \gg m$, $\nu \approx Z\alpha$)

$$e^{2i\delta_\varkappa} = \frac{\varkappa}{\gamma - iZ\alpha} \frac{\Gamma(\gamma + 1 - iZ\alpha)}{\Gamma(\gamma + 1 + iZ\alpha)} e^{i\pi(l-\gamma)}. \qquad (36,19)$$

Выражение (36,16) отличается от (35,8) лишь логарифмическим членом в аргументе тригонометрической функции. Как и в случае уравнения Шредингера, медленность убывания кулонова потенциала приводит к искажению фазы волны, которая становится медленно меняющейся функцией $r$.

При аналитическом продолжении в область $\varepsilon < m$ выражение (36,18) принимает вид

$$e^{2i\delta_\varkappa} = \frac{\varkappa - Z\alpha m/\lambda}{\gamma - Z\alpha\varepsilon/\lambda} \frac{\Gamma(\gamma + 1 - Z\alpha\varepsilon/\lambda)}{\Gamma(\gamma + 1 + Z\alpha\varepsilon/\lambda)} e^{i\pi(l-\gamma)}. \qquad (36,20)$$

Оно имеет полюсы в точках, где $\gamma + 1 - Z\alpha\varepsilon/\lambda = 1 - n_r$, $n_r = 1, 2, \ldots$ (полюсы Г-функции в числителе), а также в точке $\gamma - Z\alpha\varepsilon/\lambda = -n_r = 0$ (если при этом $\varkappa < 0$); как и следовало ожидать, эти точки совпадают с дискретными уровнями энергии.

Вблизи какого-либо из полюсов с $n_r \neq 0$ имеем

$$e^{2i\delta_\varkappa} \approx \frac{\left(\frac{Z\alpha m}{\lambda} - \varkappa\right) e^{i\pi(l-\gamma)}}{n_r\Gamma(2\gamma + 1 + n_r)} \Gamma\left(\gamma + 1 - \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda}\right).$$

Вид Г-функции вблизи ее полюса находится с помощью известной формулы $\Gamma(z)\Gamma(1-z) = \pi/\sin\pi z$:

$$\Gamma\left(\gamma + 1 - \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda}\right) \approx \frac{\pi}{\Gamma(n_r)\sin\pi(\gamma + 1 - Z\alpha\varepsilon/\lambda)},$$

$$\sin\pi\left(\gamma + 1 - \frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda}\right) \approx \pi\cos\pi n_r \cdot \frac{d}{d\varepsilon}\left(\frac{Z\alpha\varepsilon}{\lambda}\right)\cdot(\varepsilon - \varepsilon_0) = (-1)^{n_r}\frac{\pi Z\alpha m^2}{\lambda^3}(\varepsilon - \varepsilon_0)$$

($\varepsilon_0$ — уровень энергии). Таким образом [1]),

$$e^{2i\delta_\varkappa} \approx (-1)^{l+n_r} \frac{e^{-i\pi\gamma}\left(\frac{Z\alpha m}{\lambda} - \varkappa\right)}{n_r!\,\Gamma(2\gamma + 1 + n_r)} \frac{\lambda^3}{Z\alpha m^2} \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_0}. \qquad (36,21)$$

[1]) Легко убедиться в том, что эта формула остается справедливой и при $n_r = 0$.

В конце предыдущего параграфа была получена формула (35,11), связывающая вычет функции $e^{2i\delta_\varkappa}$ в ее полюсе с коэффициентом в асимптотическом выражении волновой функции соответствующего связанного состояния. В случае кулонова поля, однако, эта формула должна быть несколько видоизменена в связи с тем, что вместо постоянного фазового сдвига $\delta_\varkappa$ (как это было в (35,7)) в (36,16) стоит сумма $\delta_\varkappa + \nu \ln(2pr)$. В левой стороне (35,11) надо поэтому писать не $e^{2i\delta_\varkappa}$, а

$$\exp[2i\delta_\varkappa + 2i\nu \ln(2pr)] \to e^{2i\delta_\varkappa}(2i\lambda r)^{2(n_r+\gamma)}.$$

Используя (36,21) и определяя из (35,11) коэффициент $A_0$ (который будет теперь степенной функцией $r$), находим асимптотический вид нормированной волновой функции дискретного спектра:

$$f = \left[\frac{(Z\alpha m/\lambda - \varkappa)(m+\varepsilon)\lambda^2}{2n_r!\, Z\alpha m^2 \Gamma(2\gamma + 1 + n_r)}\right]^{1/2} \frac{e^{-\lambda r}}{r}(2\lambda r)^{n_r+\gamma}. \qquad (36,22)$$

Эта формула была уже использована для определения коэффициента в (36,11).

## § 37. Рассеяние в центрально-симметричном поле

Напишем асимптотическое выражение для волновой функции частицы, рассеивающейся в поле неподвижного силового центра, в виде [1])

$$\psi = u_{\varepsilon p} e^{ipz} + u'_{\varepsilon p'} e^{ipr}/r. \qquad (37,1)$$

Здесь $u_{\varepsilon p}$ — биспинорная амплитуда падающей плоской волны. Биспинор же $u'_{\varepsilon p'}$ является функцией направления рассеяния $\mathbf{n}'$, а при каждом заданном значении $\mathbf{n}'$ совпадает по форме (но, конечно, не по нормировке!) с биспинорной амплитудой плоской волны, распространяющейся в направлении $\mathbf{n}'$.

Мы видели в § 24, что биспинорная амплитуда плоской волны полностью определяется заданием двухкомпонентной величины — 3-спинора $w$, представляющего собой нерелятивистскую волновую функцию в системе покоя частицы. Через этот спинор выражается и плотность потока: она пропорциональна $w^*w$ (с коэффициентом пропорциональности, зависящим только от энергии $\varepsilon$ и, следовательно, одинаковым для падающих и рассеянных частиц). Поэтому сечение рассеяния $d\sigma = (w'^*w'/w^*w)\,do$

---

[1]) В § 37, 38 $p$ обозначает $|\mathbf{p}|$, а в качестве индексов у амплитуды пишем отдельно $\varepsilon$ и $\mathbf{p}$.