числе к ядрам) мы ограничимся изложением полуфеноменологической теории, в которой токи перехода выступают как заимствуемые из опыта величины, удовлетворяющие лишь общим требованиям пространственно-временной симметрии и уравнению непрерывности.

§ 44. Испускание и поглощение

Вероятность перехода под влиянием возмущения $\hat{V}$ в первом приближении дается известными формулами теории возмущений (III, § 42). Пусть начальное и конечное состояния излучающей системы относятся к дискретному спектру [1]). Тогда вероятность (в единицу времени) перехода $i \to f$ с испусканием фотона есть

$$dw = 2\pi |V_{fi}|^2 \delta(E_i - E_f - \omega)\, d\nu, \tag{44,1}$$

где ν условно обозначает совокупность величин, характеризующих состояние фотона и пробегающих непрерывный ряд значений (при этом волновая функция фотона предполагается нормированной на δ-функцию «по шкале ν»).

Если испускается фотон с определенным значением момента, то единственной непрерывной величиной является частота ω. Интегрирование формулы (44,1) по $d\nu \equiv d\omega$ устраняет δ-функцию (заменяя ω определенным значением $\omega = E_i - E_f$), и тогда вероятность перехода

$$w = 2\pi |V_{fi}|^2. \tag{44,2}$$

Если же рассматривается испускание фотона с заданным импульсом $\mathbf{k}$, то $d\nu = d^3k/(2\pi)^3 = \omega^2\, d\omega\, do/(2\pi)^3$. При этом предполагается, что волновая функция фотона (плоская волна) нормирована на один фотон в объеме $V = 1$, как это принято везде в этой книге; $d\nu$ есть число состояний, приходящихся на фазовый объем $V\,d^3k$. Таким образом, вероятность испускания фотона с заданным импульсом запишется в виде

$$dw = 2\pi |V_{fi}|^2 \delta(E_i - E_f - \omega) \frac{d^3k}{(2\pi)^3}, \tag{44,3}$$

или после интегрирования по $d\omega$:

$$dw = \frac{1}{4\pi^2} |V_{fi}|^2 \omega^2\, do. \tag{44,4}$$

Сюда должен быть подставлен матричный элемент V_{fi} из (43,10).

В следующих параграфах мы воспользуемся этими формулами для вычисления вероятности излучения в различных конкрет-

[1]) Тем самым, во всяком случае, подразумевается пренебрежение отдачей: излучатель как целое остается неподвижным.

ных случаях. Здесь мы рассмотрим некоторые общие соотношения между различными видами радиационных процессов.

Если в начальном состоянии поля уже имелось отличное от нуля число N_n данных фотонов, то матричный элемент перехода умножается еще на

$$\langle N_n+1\,|\,c_n^+\,|\,N_n\rangle=\sqrt{N_n+1}, \tag{44,5}$$

т. е. вероятность перехода умножается на N_n+1. Единица в этом множителе отвечает спонтанному испусканию, происходящему и при $N_n=0$. Член же N_n обусловливает *вынужденное* (или *индуцированное*) испускание: мы видим, что наличие фотонов в начальном состоянии поля стимулирует дополнительное испускание таких же фотонов.

Матричный элемент V_{if} перехода с обратным изменением состояния системы $(f\to i)$ отличается от элемента V_{fi} заменой (44,5) на

$$\langle N_n-1\,|\,c_n\,|\,N_n\rangle=\sqrt{N_n}$$

(и заменой остальных величин их комплексно-сопряженными). Этот обратный переход представляет собой поглощение фотона системой, переходящей с уровня E_f на уровень E_i. Поэтому между вероятностями испускания и поглощения фотона (для заданной пары состояний i, f) имеет место важное соотношение [1])

$$\frac{w^{(\text{изл})}}{w^{(\text{погл})}}=\frac{N_n+1}{N_n} \tag{44,6}$$

(оно было впервые указано *А. Эйнштейном* в 1916 г.).

Свяжем число фотонов с интенсивностью падающего извне на систему излучения. Пусть

$$I_{\mathbf{ke}}\,d\omega\,do \tag{44,7}$$

есть энергия излучения, падающего в единицу времени на единицу площади и имеющего поляризацию $\mathbf{e}$, частоту — в интервале $d\omega$ и направление волнового вектора — в элементе телесного угла do. Указанным интервалам отвечают $k^2\,dk\,do/(2\pi)^3$ осцилляторов поля, на каждый из которых приходится по $N_{\mathbf{ke}}$ фотонов заданной поляризации. Поэтому ту же энергию (44,7) мы получим, составив произведение

$$c\frac{k^2\,dk\,do}{(2\pi)^3}N_{\mathbf{ke}}\hbar\omega=\frac{\hbar\omega^3}{8\pi^3c^2}N_{\mathbf{ke}}\,d\omega\,do.$$

Отсюда находим искомое соотношение:

$$N_{\mathbf{ke}}=\frac{8\pi^3c^2}{\hbar\omega^3}I_{\mathbf{ke}}. \tag{44,8}$$

---

[1]) Ниже в этом параграфе пользуемся обычными единицами.

Пусть $dw_{\mathbf{ke}}^{(\text{сп})}$ есть вероятность спонтанного излучения фотона с поляризацией $\mathbf{e}$ в телесный угол do; индексами (инд) и (погл) отметим аналогичные вероятности для индуцированного испускания и поглощения. Согласно (44,6) и (44,8) эти вероятности связаны между собой следующими соотношениями:

$$dw_{\mathbf{ke}}^{(\text{погл})} = dw_{\mathbf{ke}}^{(\text{инд})} = dw_{\mathbf{ke}}^{(\text{сп})} \frac{8\pi^3 c^2}{\hbar\omega^3} I_{\mathbf{ke}}. \tag{44,9}$$

Если падающее излучение изотропно и не поляризовано ($I_{\mathbf{ke}}$ не зависит от направлений $\mathbf{k}$ и $\mathbf{e}$), то интегрирование (44,9) по do и суммирование по $\mathbf{e}$ дают аналогичные соотношения между полными вероятностями радиационных переходов (между заданными состояниями i и f системы)

$$w^{(\text{погл})} = w^{(\text{инд})} = w^{(\text{сп})} \frac{\pi^2 c^2}{\hbar\omega^3} I, \tag{44,10}$$

где $I = 2 \cdot 4\pi I_{\mathbf{ke}}$ — полная спектральная интенсивность падающего излучения.

Если состояния i и f излучающей (или поглощающей) системы вырождены, то полная вероятность излучения (или поглощения) данных фотонов получается суммированием по всем взаимно вырожденным конечным состояниям и усреднением по всем возможным начальным состояниям. Обозначим кратности вырождения (статистические веса) состояний i и f посредством g_i и g_f. Для процессов спонтанного и индуцированного испускания начальными являются состояния i, а для поглощения — состояния f. Предположив в каждом случае все g_i или g_f начальных состояний равновероятными, получим, очевидно, вместо (44,10), следующие соотношения:

$$g_f w^{(\text{погл})} = g_i w^{(\text{инд})} = g_i w^{(\text{сп})} \frac{\pi^2 c^2}{\hbar\omega^3} I. \tag{44,11}$$

В литературе часто используются так называемые *коэффициенты Эйнштейна*, определяемые как

$$A_{if} = w^{(\text{сп})}, \quad B_{if} = w^{(\text{инд})} \frac{c}{I}, \quad B_{fi} = w^{(\text{погл})} \frac{c}{I} \tag{44,12}$$

(величина I/c есть пространственная спектральная плотность энергии излучения). Они связаны друг с другом соотношениями

$$g_f B_{fi} = g_i B_{if} = g_i A_{if} \frac{\pi^2 c^3}{\hbar\omega^3}. \tag{44,13}$$

§ 45. Дипольное излучение

Применим полученные формулы к испусканию фотона релятивистским электроном в заданном внешнем поле. Ток перехода в этом случае есть матричный элемент оператора

$$\hat{j} = \hat{\bar{\psi}}\gamma\hat{\psi},$$