Поскольку оператор дипольного момента коммутирует со спином ядра, зависимость матричных элементов от чисел I и F может быть найдена в явном виде; эти вычисления лишь очевидным изменением обозначений отличаются от произведенных выше для LS-связи. Вероятность излучения, просуммированная по конечным значениям проекции полного момента $\mathbf{F}$:

$$w(nJIF \to n'J'IF') = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3}\frac{1}{2F+1}|\langle n'J'IF'\|d\|nJIF\rangle|^2, \quad \omega = \omega(nJ \to n'J'), \tag{49,18}$$

причем квадрат приведенного матричного элемента

$$|\langle n'J'IF'\|d\|nJIF\rangle|^2 = (2F+1)(2F'+1)\begin{Bmatrix} J' & F' & I \\ F & J & 1 \end{Bmatrix}^2 |\langle n'J'\|d\|nJ\rangle|^2. \tag{49,19}$$

Задача

Большинство линий в спектрах щелочных металлов можно описать как результат переходов одного внешнего (оптического) электрона в самосогласованном поле атомного остатка, образующего замкнутую конфигурацию; состояние атома построено по типу LS-связи. В этих предположениях определить относительные интенсивности компонент тонкой структуры спектральных линий.

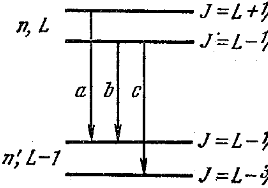

Рис. 1

Решение. Полные моменты L и $S = 1/2$ атома совпадают с орбитальным моментом и спином оптического электрона. Поэтому четность состояния равна $(-1)^L$ (четность замкнутой конфигурации атомного остатка положительна). Правила отбора по четности запрещают, следовательно, дипольный переход с $L' = L$, так что возможны лишь переходы с $L' - L = \pm 1$. Переходы между компонентами дублетных уровней n, L и n', $L-1$ дают в силу правила отбора по J всего три линии (рис. 1). Их относительные интенсивности (обозначим их a, b, c) проще определить, не прибегая непосредственно к формуле (49,15), из правил (49,16). Составляя отношения суммарных интенсивностей линий с одним или другим начальным (или конечным) уровнем, получаем два равенства:

$$\frac{b+c}{a} = \frac{2L}{2L+2}, \quad \frac{a+b}{c} = \frac{2L}{2L-2},$$

откуда

$$a:b:c = [(L+1)(2L-1)] : 1 : [(L-1)(2L+1)].$$

Если $L = 1$, то нижний уровень не расщеплен, линия c отсутствует, а $a/b = 2$.

§ 50. Излучение атомов. Магнитный тип

Магнитный момент атома по порядку величины дается боровским магнетоном: $\mu \sim e\hbar/mc$. Эта оценка отличается множителем α от порядка величины электрического дипольного момента: $d \sim ea \sim \hbar^2/me$ (поскольку и $v/c \sim \alpha$, то $\mu \sim dv/c$, как и следовало ожидать). Отсюда следует, что вероятность магнитного дипольного ($M1$) излучения атомом примерно в α^2 раз меньше вероятности электрического дипольного излучения (той же частоты). Поэтому магнитное излучение фактически играет роль лишь для переходов, запрещенных правилами отбора электрического случая.

Что касается электрического квадрупольного ($E2$) излучения, то отношение его вероятности к вероятности $M1$-излучения по порядку величины равно

$$\frac{E2}{M1} \sim \frac{(ea^2)^2 \omega^2/c^2}{\mu^2} \sim \frac{a^4m^2\omega^2}{\hbar^2} \sim \left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2 \tag{50,1}$$

(квадрупольный момент $\sim ea^2$, $E \sim \hbar^2/ma^2$ — энергия атома, ΔE — изменение энергии при переходе). Мы видим, что для средних атомных частот (т. е. при $\Delta E \sim E$) вероятности $E2$- и $M1$-излучений имеют одинаковый порядок величины (при условии, разумеется, что то и другое разрешено правилами отбора). Если же $\Delta E \ll E$ (например, для переходов между компонентами тонкой структуры одного и того же терма), то $M1$-излучение более вероятно, чем $E2$-излучение.

Магнитные дипольные переходы подчинены строгим правилам отбора

$$|J'-J| \leqslant 1 \leqslant J+J', \tag{50,2}$$

$$PP' = 1. \tag{50,3}$$

В случае LS-связи возникают дополнительные правила отбора, даже еще более ограничительные, чем в электрическом случае. Последнее обстоятельство связано со специфическим свойством магнитного момента атома, возникающим в результате одинаковости всех частиц в системе (электроны). Именно, оператор магнитного момента атома выражается через операторы его полных орбитального и спинового моментов:

$$\hat{\mu} = -\mu_0(\hat{\mathbf{L}} + 2\hat{\mathbf{S}}) = -\mu_0(\hat{\mathbf{J}} + \hat{\mathbf{S}}), \tag{50,4}$$

где $\mu_0 = |e|\hbar/2mc$ — магнетон Бора (см. III, § 113). Ввиду сохранения полного момента оператор $\hat{\mathbf{J}}$ вообще не имеет недиагональных по энергии матричных элементов; так что в теории излучения достаточно писать $\hat{\mu} = -\mu_0\hat{\mathbf{S}}$ [1]).

При пренебрежении спин-орбитальным взаимодействием каждый из моментов $\mathbf{L}$ и $\mathbf{S}$ сохраняется по отдельности. По-

---

[1]) Исключение представляют случаи, когда электронный момент атома $\mathbf{J}$ не сохраняется: при учете сверхтонкой структуры, в присутствии внешнего поля и т. п. (см. задачи).

этому оператор спина диагонален по всем квантовым числам nSL, характеризующим нерасщепленных терм. Для того чтобы вообще имел место какой-либо переход, должно, следовательно, непременно измениться число J. Таким образом, имеем правила отбора:

$$n' = n, \quad S' = S, \quad L' = L, \quad J' - J = \pm 1, \tag{50,5}$$

т. е. переходы возможны лишь между компонентами тонкой структуры одного и того же терма.

Вычисление вероятности излучения в этом случае может быть произведено до конца. Изменив соответствующим образом обозначения в формуле (49,10), найдем

$$w(nLSJ \to nLSJ') = \frac{4\omega^3\mu_0^2}{3\hbar c^3}(2J'+1)\begin{Bmatrix} S & J' & L \\ J & S & 1 \end{Bmatrix}^2 |\langle S \| S \| S \rangle|^2.$$

Входящий сюда приведенный матричный элемент спина по отношению к собственным функциям его самого дается формулой

$$\langle S \| S \| S \rangle = \sqrt{S(S+1)(2S+1)} \tag{50,6}$$

(см. III (29,13)). Нужный нам $6j$-символ равен

$$\begin{Bmatrix} S & J-1 & L \\ J & S & 1 \end{Bmatrix}^2 = \frac{(L+S+J+1)(L+S-J+1)(L-S+J)(S-L+J)}{S(2S+1)(2S+2)(2J-1)2J(2J+1)} \tag{50,7}$$

(см. таблицу в III, § 108). В результате получим

$$w(nLSJ \to nLS,\ J-1) = \frac{2J+1}{2J-1}w(nLS,\ J-1 \to nLSJ) =$$
$$= \frac{\omega^3\mu_0^2}{3\hbar c^3(2J+1)J}(L+S+J+1)(L+S-J+1)(J+S-L)\times$$
$$\times(J+L-S). \tag{50,8}$$

Переходы между компонентами сверхтонкой структуры одного и того же уровня (их частоты лежат в радиоволновой области) вообще не могут происходить как электрически-дипольные, поскольку все эти компоненты обладают одинаковой четностью. Без изменения четности происходят переходы $E2$ и $M1$. Но ввиду очень малой величины интервалов сверхтонкой структуры получение $E2$ маловероятно по сравнению с $M1$ (ср. (50,1)), так что указанные переходы осуществляются как магнитно-дипольные.

Задачи

1. Найти вероятность $M1$-перехода между компонентами сверхтонкой структуры одного и того же уровня.

Решение. Вероятность перехода дается формулами (49,18—19), в которых будет фигурировать теперь диагональный приведенный матричный элемент магнитного момента: $\langle nJ \| \mu \| nJ \rangle$. Его значение можно написать сразу, если заметить, что полный (неприведенный) матричный элемент $\langle nJM | \mu_z | nJM \rangle$ как раз определяет расщепление данного уровня в эффекте Зеемана (см. III, § 113) и равен $-\mu_0 gM$, где g — множитель Ланде. Приведенный же матричный элемент (см. III (29,7))

$$\langle nJ \| \mu \| nJ \rangle = \frac{1}{M} \sqrt{J(J+1)(2J+1)} \langle nJM | \mu_z | nJM \rangle = -\mu_0 g \sqrt{J(J+1)(2J+1)}.$$

В результате находим для искомой вероятности [1])

$$w(nJIF \to nJI, F-1) = \frac{2F+1}{2F-1} w(nJI, F-1 \to nJIF) = \frac{\omega^3 \mu_0^2 g^2}{3\hbar c^3 (2F+1) F} (J+I+F+1)(J+I-F+1)(F+J-I)(F-J+I).$$

Это выражение отличается от (50,8) лишь очевидным изменением обозначений и лишним множителем g^2.

2. Найти вероятность $M1$-перехода между зеемановскими компонентами одного и того же атомного уровня.

Решение. Речь идет о переходе $M \to M-1$ при неизменных значениях nJ; частота перехода (см. ниже, (51,3)): $\hbar\omega = \mu_0 g H$ (g — фактор Ланде). Матричный элемент сферической компоненты μ_{-1} вектора μ:

$$|\langle nJ, M-1 | \mu_{-1} | nJM \rangle| = \sqrt{\frac{(J-M+1)(J+M)}{2J(J+1)(2J+1)}} |\langle nJ \| \mu \| nJ \rangle| = -\mu_0 g \sqrt{\frac{1}{2}(J-M+1)(J+M)}$$

(см. III (27,12) и предыдущую задачу). Вероятность перехода

$$w = \frac{4\omega^3}{3\hbar c^3} |\langle nJ, M-1 | \mu_{-1} | nJM \rangle|^2 = \frac{2\mu_0^5 H^3}{3\hbar^4 c^3} (J-M+1)(J+M).$$

§ 51. Излучение атомов. Эффекты Зеемана и Штарка

Во внешнем магнитном поле H (которое предполагаем слабым) каждый атомный уровень с полным моментом J расщепляется на $2J+1$ уровней

$$E_M = E^{(0)} + \mu_0 g M H, \tag{51,1}$$

[1]) Интересный пример представляет переход между компонентами сверхтонкой структуры основного уровня атома водорода ($1s_{1/2}$), строго запрещенный не только как $E1$, но и как $E2$ (последнее — по правилу, запрещающему квадрупольный переход с $J + J' = 1$). Этому переходу отвечает частота $\omega = 2\pi \cdot 1{,}42 \cdot 10^9$ с$^{-1}$ (длина волны $\lambda = 21$ см). Положив $g = 2$, $I = 1/2$, $J = 1/2$, $F = 1$, $F' = 0$, получим

$$w = \frac{4\omega^3 \mu_0^2}{3\hbar c^3} = 2{,}85 \cdot 10^{-15} \text{ с}^{-1}.$$