полного сечения (*F. Sauter*, 1931):

$$\sigma = 2\pi Z^5\alpha^4 r_e^2 \frac{(\gamma^2-1)^{3/2}}{(\gamma-1)^5}\left\{\frac{4}{3}+\right.$$

$$\left.+\frac{\gamma(\gamma-2)}{\gamma+1}\left(1-\frac{1}{2\gamma\sqrt{\gamma^2-1}}\ln\frac{\gamma+\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma-\sqrt{\gamma^2-1}}\right)\right\}, \quad (57,10)$$

где для краткости введен «лоренцев множитель»

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} = \frac{\varepsilon}{m} \approx \frac{m+\omega}{m}. \quad (57,11)$$

В ультрарелятивистском случае эта формула сводится к простому выражению

$$\sigma = 2\pi Z^5\alpha^4 r_e^2/\gamma. \quad (57,12)$$

В случае же $I \ll \omega \ll m$ переход в (57,10) к пределу малых $\gamma-1$ приводит к известному уже нам результату (56,14).

## § 58. Фоторасщепление дейтрона

Характерной особенностью дейтрона является малость его энергии связи (по сравнению с глубиной потенциальной ямы). Это обстоятельство позволяет описывать присходящие с участием дейтрона реакции без детального знания хода ядерных сил, с помощью одной лишь энергии связи (см. III, § 133). При этом предполагается, что длины волн сталкивающихся частиц велики по сравнению с радиусом действия ядерных сил $a$.

Это относится и к расщеплению дейтрона $\gamma$-квантами, для которых $ka \ll 1$. Предполагается также, что и $pa \ll 1$, где $\mathbf{p}$ — импульс относительного движения освободившихся нейтрона и протона (это условие более сильное, чем предыдущее[1])).

Исходим из нерелятивистской формулы для сечения фотоэффекта (56,5), проинтегрировав ее по направлениям:

$$\sigma = \frac{e^2 p}{2\pi\omega}\frac{M}{2}\frac{4\pi}{3}|(\mathbf{v}_p)_{fi}|^2.$$

Здесь $\mathbf{p}$ — импульс относительного движения протона и нейтрона[2]), а $m$ в (56,5) заменено их приведенной массой $M/2$ (где $M$ — масса нуклона). Матричный элемент берется от скорости протона $\mathbf{v}_p$, поскольку лишь протон взаимодействует с фотоном. Выразив $\mathbf{v}_p$ через импульс $\mathbf{p}$ ($\mathbf{v}_p = \mathbf{v}/2 = \mathbf{p}/M$), получим

$$\sigma^{(э)} = \frac{e^2 p}{3M\omega}|\mathbf{p}_{fi}|^2. \quad (58,1)$$

[1]) Энергия фотона, при которой $pa \approx 1$ ($a = 1{,}5\cdot10^{-13}$ см), составляет 15 МэВ.

[2]) В этом параграфе $p$ обозначает $|\mathbf{p}|$.

Индекс (э) указывает, что эта формула соответствует электрически-дипольным переходам: $e\mathbf{p}/M = e\mathbf{v}_p = \mathbf{d}$, так что $e\mathbf{p}_{fi}/M = i\omega\mathbf{d}_{fi}$.

Нормированная волновая функция начального (основного) состояния дейтрона:

$$\psi = \sqrt{\frac{\varkappa}{2\pi}}\,\frac{e^{-\varkappa r}}{r}, \quad \varkappa = \sqrt{MI}, \tag{58,2}$$

где $I = 2{,}23$ МэВ — энергия связи (см. III, § 133)[1]. В качестве же волновой функции конечного состояния можно взять функцию свободного движения, т. е. плоскую волну

$$\psi' = e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}. \tag{58,3}$$

Причина заключается в том, что в рассматриваемой теории «размер дейтрона» $1/\varkappa$ считается большим по сравнению с эффективным радиусом взаимодействия $a$. Поэтому взаимодействие между протоном и нейтроном надо учитывать лишь в $S$-состояниях, пренебрегая им в состояниях с $l \neq 0$, волновые функции которых малы на малых расстояниях. Между тем, согласно правилам отбора, электрические дипольные переходы между двумя $S$-состояниями (основным состоянием и $S$-состоянием непрерывного спектра) запрещены. Это и дает возможность в данном случае пренебречь взаимодействием нуклонов в конечном состоянии.

Путем интегрирования по частям находим для матричного элемента

$$\mathbf{p}_{fi} = -i\sqrt{\frac{\varkappa}{2\pi}}\int e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}}\nabla\frac{e^{-\varkappa r}}{r}\,d^3x = \sqrt{\frac{\varkappa}{2\pi}}\,\mathbf{p}\left(\frac{e^{-\varkappa r}}{r}\right)_{\mathbf{p}} = \sqrt{\frac{\varkappa}{2\pi}}\,\frac{4\pi\mathbf{p}}{p^2+\varkappa^2}$$

(см. примеч. на с. 247).

---

[1]) Эта функция может быть уточнена введением поправки, связанной с конечностью $a$. Это достигается заменой нормировочного коэффициента в (58,2) коэффициентом

$$\sqrt{\frac{\varkappa}{2\pi(1-a\varkappa)}}$$

(см. III (133,13)). Соответственно появится множитель $1/(1-a\varkappa)$ и в формулах для сечения. Фактически эта поправка не так мала: для основного состояния дейтрона $a\varkappa \approx 0{,}4$.

Основное состояние дейтрона является состоянием $^3S_1$ с малой «примесью» состояния $^3D_1$, связанной с действием тензорных ядерных сил (см. III, § 117). Этой примесью, а тем самым и тензорными силами мы будем пренебрегать.

Заметив также равенство

$$\frac{1}{M}(\varkappa^2+\mathrm{p}^2)=I+\frac{\mathrm{p}^2}{M}=\omega,$$

выражающее сохранение энергии, получим окончательно сечение фоторасщепления в виде (в обычных единицах)

$$\sigma^{(э)}=\frac{8\pi}{3}\alpha\frac{\hbar^2}{M}\frac{\sqrt{I}\,(\hbar\omega-I)^{3/2}}{(\hbar\omega)^3} \tag{58,4}$$

(*H. A. Bethe*, *R. Peierls*, 1935). Оно имеет максимум при $\hbar\omega=2I$ и обращается в нуль при $\hbar\omega\to I$ и при $\hbar\omega\to\infty$.

Описываемое формулой (58,4) электрически-дипольное поглощение фотона не дает, однако, главного вклада в сечение вблизи порога фотоэффекта ($\hbar\omega$ близкие к $I$). Дело в том, что в этой области главный эффект должен происходить от переходов в $S$-состояние, которых в электрически-дипольном поглощении нет. Их нет также и в электрически-квадрупольном поглощении: хотя они не противоречат в этом случае правилу отбора по четности, но запрещены правилом отбора по орбитальному моменту (напомним, что мы пренебрегаем тензорными силами, без которых $\mathbf{L}$ и $\mathbf{S}$ сохраняются по отдельности). Для вычисления сечения фоторасщепления вблизи порога надо поэтому рассмотреть магнитно-дипольное поглощение, для которого правила отбора допускают переходы между $S$-состояниями (*E. Fermi*, 1935).

Заменяя в формуле (58,1) электрический момент магнитным, имеем

$$\sigma^{(м)}=\frac{1}{3}\omega Mp\,|\mu_{fi}|^2. \tag{58,5}$$

Магнитный момент орбитального движения не дает вклада в $\mu_{fi}$, так как орбитальный момент $\mathbf{L}$ не имеет матричных элементов для переходов между $S$-состояниями. Спиновый магнитный момент

$$\mu=2\mu_p\mathbf{s}_p+2\mu_n\mathbf{s}_n=2(\mu_p-\mu_n)\,\mathbf{s}_p+2\mu_n\mathbf{S},$$

где $\mathbf{S}=\mathbf{s}_p+\mathbf{s}_n$, а $\mu_p$, $\mu_n$ — магнитные моменты протона и нейтрона. В пренебрежении тензорными ядерными силами полный спин сохраняется, так что его оператор не дает переходов. Поэтому

$$\mu_{fi}=2(\mathbf{s}_p)_{fi}(\mu_p-\mu_n).$$

В том же приближении (без тензорных сил) спиновые и координатные переменные разделяются. Вместе с волновыми функциями представится в виде произведения спиновой и координатной частей также и матричный элемент

$$\mu_{fi}=2(\mu_p-\mu_n)\langle s_pS'M'|\,\mathbf{s}_p\,|s_pSM\rangle\int\psi'^*(r)\,\psi(r)\,d^3x.$$

Но наличие спин-спиновых ядерных сил приводит к тому, что волновое уравнение для координатных функций $\psi(r)$ содержит в качестве параметра значение спина $S$. Если $S'=S$, то $\psi'(r)$ и $\psi(r)$ — собственные функции одного и того же оператора и поэтому ортогональны. Таким образом, из начального состояния $^3S$ фоторасщепление будет происходить лишь в состояние непрерывного спектра $^1S$.

Квадрат $|\mu_{fi}|^2$ в (58,5) должен быть, конечно, усреднен по проекциям $M$ спина $\mathbf{S}$ в начальном состоянии. Таким образом, задача сводится к вычислению величины

$$\frac{1}{2S+1}\sum_{M}|\langle s_pS'M'|\,\mathbf{s}_p\,|s_pSM\rangle|^2,$$

причем $s_p=s_n=1/2$, $S=1$, $S'=0$. По общим формулам для матричных элементов при сложении моментов эта величина равна

$$\frac{1}{(2S+1)(2S'+1)}|\langle s_pS'\|s_p\|s_pS\rangle|^2=$$
$$=\begin{Bmatrix} s_p & S' & s_n \\ S & s_p & 1 \end{Bmatrix}^2|\langle s_p\|s_p\|s_p\rangle|^2=\frac{1}{6}|\langle s_p\|s_p\|s_p\rangle|^2$$

(использованы формулы III (107,11), (109,3)). Приведенный матричный элемент

$$\langle s_p\|s_p\|s_p\rangle=\sqrt{s_p(s_p+1)(2s_p+1)}=\sqrt{3/2}.$$

Формула (58,5) принимает в результате вид

$$\sigma^{(\text{м})}=\frac{1}{3}\omega Mp(\mu_p-\mu_n)^2\left|\int\psi'^*\psi\,d^3x\right|^2. \qquad (58,6)$$

Начальная функция $\psi$ дается формулой (58,2). Конечная же функция

$$\psi'=\frac{1}{2p}R_{p0}(r).$$

Это — первый ($l=0$) член разложения (56,7) функции, содержащей асимптотически плоскую и сходящуюся сферическую волны; опущен несущественный фазовый множитель. Поскольку интегрирование производится по области вне радиуса действия ядерных сил, радиальная функция

$$R_{p0}(r)=2\,\frac{\sin(pr+\delta)}{r}.$$

Фаза $\delta$ связана с энергией виртуального уровня ($I_1=0{,}067$ МэВ) системы «протон + нейтрон» при $S=0$:

$$\operatorname{ctg}\delta=\frac{\varkappa_1}{p}, \quad \varkappa_1=\sqrt{MI_1}$$

(см. III, § 133). Теперь

$$\int \psi'^* \psi \, d^3x = (2\pi)^{3/2} \frac{\sqrt{\varkappa}}{p\pi} \operatorname{Im} \int e^{-\varkappa r + ipr} e^{i\delta} \, dr = (2\pi)^{3/2} \frac{\sqrt{\varkappa}}{p\pi} \operatorname{Im} \frac{e^{i\delta}}{\varkappa - ip}.$$

После простых алгебраических преобразований получим следующее выражение для сечения фоторасщепления (в обычных единицах):

$$\sigma^{(\text{м})} = \frac{8\pi}{3\hbar c} (\mu_p - \mu_n)^2 \frac{\sqrt{I(\hbar\omega - I)}\,(\sqrt{I} + \sqrt{I_1})^2}{\hbar\omega(\hbar\omega - I + I_1)}. \tag{58,7}$$

При $\hbar\omega \to I$ это сечение обращается в нуль как $\sqrt{\hbar\omega - I}$ — в соответствии с общими свойствами поведения сечений вблизи порога реакции (III, § 147).

Процессом, обратным фоторасщеплению, является радиационный захват протона нейтроном. Сечение захвата ($\sigma_з$) получается из сечения фотоэффекта ($\sigma_ф$) с помощью принципа детального равновесия (ср. вывод (56,15)). Спиновый статистический вес нейтрона и протона равен $2 \cdot 2 = 4$. Статистический же вес дейтрона (в состоянии с $S = 1$) и фотона равен $3 \cdot 2 = 6$. Поэтому

$$\sigma_з = \frac{3}{2} \frac{(\hbar\omega)^2}{c^2 p^2} \sigma_ф = \frac{3(\hbar\omega)^2}{2Mc^2(\hbar\omega - I)} \sigma_ф. \tag{58,8}$$