по поляризационным матрицам плотности частиц

$$\langle\lambda_a|\rho^{(a)}|\lambda'_a\rangle\langle\lambda_b|\rho^{(b)}|\lambda'_b\rangle\langle\lambda'_c|\rho^{(c)}|\lambda_c\rangle\langle\lambda'_d|\rho^{(d)}|\lambda_d\rangle$$

(см. примеч. на с. 205). Так, для реакции между неполяризованными частицами a, b с образованием неполяризованных же частиц c, d получим

$$d\sigma=\frac{do}{(2s_a+1)(2s_b+1)}\sum_{(\lambda)}\sum_{JJ'}(2J+1)(2J'+1)\langle\lambda_c\lambda_d|f^J|\lambda_a\lambda_b\rangle\times$$
$$\times\langle\lambda_c\lambda_d|f^{J'}|\lambda_a\lambda_b\rangle^* D^{(J)}_{\Lambda'\Lambda}(\mathbf{n}')D^{(J')*}_{\Lambda'\Lambda}(\mathbf{n}') \qquad (68,15)$$

(ось z направлена по $\mathbf{n}$, знак $\sum_{(\lambda)}$ означает суммирование по $\lambda_a\lambda_b\lambda_c\lambda_d$). Заменив функцию $D^{(J')*}_{\Lambda'\Lambda}$ согласно III (58,19) и затем воспользовавшись разложением III (110,2), получим окончательно

$$d\sigma=\frac{do}{(2s_a+1)(2s_b+1)}\sum_{(\lambda)JJ'}(-1)^{\Lambda-\Lambda'}(2J+1)(2J'+1)\times$$
$$\times\langle\lambda_c\lambda_d|f^J|\lambda_a\lambda_b\rangle\langle\lambda_c\lambda_d|f^{J'}|\lambda_a\lambda_b\rangle^*\sum_L(2L+1)\times$$
$$\times\begin{pmatrix}J & J' & L\\ \Lambda & -\Lambda & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}J & J' & L\\ \Lambda' & -\Lambda' & 0\end{pmatrix}P_L(\cos\theta) \qquad (68,16)$$

(θ — угол между $\mathbf{n}'$ и осью z); суммирование по L производится по всем целым значениям, возникающим при векторном сложении $\mathbf{J}$ и $\mathbf{J}'$.

Разложение амплитуды рассеяния по парциальным амплитудам полностью учитывает все свойства углового распределения рассеяния, связанные с симметрией по отношению к пространственным вращениям. Оно, однако, не учитывает в явном виде свойства, связанные с симметрией по отношению к пространственной инверсии. P-инвариантность (если взаимодействие обладает ею) приводит к определенным связям между различными спиральными амплитудами (см. ниже, § 69).

§ 69. Симметрия спиральных амплитуд рассеяния

Требования, налагаемые симметрией по отношению к преобразованиям P, C, T (если, конечно, данный процесс взаимодействия частиц действительно обладает этой симметрией), приводят к появлению определенных связей между различными спиральными амплитудами рассеяния и тем самым уменьшают число независимых амплитуд[1]).

---

[1]) Само число независимых амплитуд не зависит, конечно, от конкретного представления матрицы S^J и остается одинаковым при любом выборе спиновых переменных.

Для установления этих связей выясним предварительно свойства симметрии спиральных состояний системы двух частиц.

Рассмотрим частицы в системе их центра инерции. Одна обладает импульсом $\mathbf{p}_1 \equiv \mathbf{p}$ и спиральностью λ_1 относительно направления $\mathbf{p}$, а другая — импульсом $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}$ и спиральностью λ_2 относительно направления $-\mathbf{p}$. Если же определять спиральности для обеих частиц относительно одного и того же направления $\mathbf{p}$, то они будут равны λ_1 и $-\lambda_2$. Соответственно они будут описываться плоскими волнами с амплитудами $u_{\mathbf{p}}^{(\lambda_1)}$ и $u_{\mathbf{p}}^{(-\lambda_2)}$. Система же обеих частиц описывается функцией (многокомпонентной) $u_{\mathbf{p}}^{(\lambda_1\lambda_2)}$, составленной из произведений амплитуд $u_{\mathbf{p}}^{(\lambda_1)}$ и $u_{\mathbf{p}}^{(-\lambda_2)}$.

Рассматривая теперь систему как одну частицу со спиральностью $\Lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ в направлении $\mathbf{n} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$, мы можем написать волновую функцию (в импульсном представлении, т. е. как функцию $\mathbf{n}$) для состояния с определенными значениями J, M, λ_1, λ_2 (а также полной энергии ε):

$$\psi_{JM\lambda_1\lambda_2} = u_{\mathbf{p}}^{(\lambda_1\lambda_2)} D_{\Lambda M}^{(J)}(\mathbf{n}) \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}}, \qquad \Lambda = \lambda_1 - \lambda_2 \tag{69,1}$$

(ср. (68,8)). Так как Λ есть проекция полного момента на $\mathbf{p}$, должно быть

$$|\Lambda| \leqslant J. \tag{69,2}$$

Согласно (16,14) при инверсии

$$\hat{P} u^{(\lambda_1\lambda_2)}(\mathbf{n}) = \eta_1\eta_2 u^{(\lambda_1\lambda_2)}(-\mathbf{n}) = \eta_1\eta_2(-1)^{s_1+s_2-\lambda_1+\lambda_2} u^{(-\lambda_1-\lambda_2)}(\mathbf{n}), \tag{69,3}$$

где η_1, η_2 — внутренние четности частиц. Использовав также (16,10), найдем закон преобразования функций (69,1):

$$\hat{P}\psi_{JM\lambda_1\lambda_2} = \eta_1\eta_2(-1)^{s_1+s_2-J}\psi_{JM-\lambda_1-\lambda_2}. \tag{69,4}$$

Если частицы тождественны, то возникает вопрос о симметрии по отношению к их перестановке. Перестановка частиц означает перестановку их импульсов и спинов. Для уяснения смысла этой операции в применении к функции (69,1) замечаем, что в ее определении имеется асимметрия, состоящая в том, что моменты обеих частиц проецируются на направление одного и того же вектора $\mathbf{p}_1 \equiv \mathbf{p}$ — импульса одной (первой) из частиц. После перестановки место этого вектора займет вектор $\mathbf{p}_2 \equiv -\mathbf{p}$; проекции моментов $\mathbf{j}_1$ и $\mathbf{j}_2$ на этот вектор будут $-\lambda_1$ и λ_2 (вместо проекций λ_1 и $-\lambda_2$ на $\mathbf{p}$). Поэтому результат воздействия оператора перестановки частиц ($\hat{P}_{12}$) на функцию (69,1) можно записать как

$$\hat{P}_{12}\psi_{JM\lambda_1\lambda_2} = u^{(-\lambda_2-\lambda_1)}(-\mathbf{n})\, D_{\Lambda M}^{(J)}(-\mathbf{n}) \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}},$$

где по-прежнему $\Lambda = \lambda_1 - \lambda_2$. Использовав затем (69,3) и (16,10), найдем

$$\hat{P}_{12}\psi_{JM\lambda_1\lambda_2} = (-1)^{2s-J}\psi_{JM\lambda_2\lambda_1}, \tag{69,5}$$

где $s_1 = s_2 \equiv s$.

Для тождественных частиц допустимы состояния лишь симметричные (для бозонов) или лишь антисимметричные (для фермионов) относительно перестановки. Поскольку первый случай имеет место при целом, а второй при полуцелом спине частиц s, в обоих случаях допустимые спиральные состояния системы двух частиц можно записать в виде линейных комбинаций

$$\left[1 + (-1)^{2s}\hat{P}_{12}\right]\psi_{JM\lambda_1\lambda_2},$$

или согласно (69,5)

$$\psi_{JM\lambda_1\lambda_2} + (-1)^J\psi_{JM\lambda_2\lambda_1}. \tag{69,6}$$

Замечательно, что эта комбинация имеет единый вид для бозонов и фермионов.

Для системы из частицы и античастицы результат перестановки выражается той же формулой (69,5). Однако, в отличие от случая тождественных частиц, здесь допустимы состояния обеих перестановочных симметрий, т. е. обе комбинации

$$\psi^{\pm} = \psi_{JM\lambda_1\lambda_2} \pm (-1)^J\psi_{JM\lambda_2\lambda_1}. \tag{69,7}$$

Эти состояния обладают определенными зарядовыми четностями C. Операцию зарядового сопряжения можно представить как результат полной перестановки всех переменных (спиновых и зарядовых) двух частиц с последующей обратной перестановкой спиновых переменных (спиральностей). Результат первой операции должен совпадать с результатом перестановки в системе двух тождественных частиц. Отсюда ясно, что при верхнем знаке в (69,7) (совпадающем со знаком в допустимом для тождественных частиц состоянии (69,6)) система будет зарядово-четна, а при нижнем знаке — зарядово-нечетна:

$$\hat{C}\psi^{\pm} = \pm\psi^{\pm}.$$

Наконец, рассмотрим операцию обращения времени. Волновая функция покоящейся частицы со спином s и его проекцией σ преобразуется согласно

$$\hat{T}\psi_{s\sigma} = (-1)^{s-\sigma}\psi_{s,\,-\sigma}$$

(см. III (60,2)). Волновую функцию двух частиц в системе их центра инерции тоже можно рассматривать (в отношении трансформационных свойств) как волновую функцию «покоящейся частицы» с моментом J и его проекцией M. Что касается спиральностей λ_1, λ_2, то они не меняются: обращение времени меняет знак векторов импульса и момента, а потому произведения $\mathbf{jp}$ не меняются. Таким образом,

$$\hat{T}\psi_{JM\lambda_1\lambda_2} = (-1)^{J-M}\psi_{JM\lambda_1\lambda_2}. \qquad (69{,}8)$$

Теперь можно сразу написать соотношения симметрии для спиральных амплитуд.

Если взаимодействие P-инвариантно, то для реакции

$$a+b\to c+d$$

должны совпадать (при заданных J и ε) амплитуды переходов

$$|\lambda_a\lambda_b\rangle\to|\lambda_c\lambda_d\rangle \quad \text{и} \quad \hat{P}|\lambda_a\lambda_b\rangle\to\hat{P}|\lambda_c\lambda_d\rangle.$$

Использовав (69,4), найдем поэтому

$$\langle\lambda_c\lambda_d|S^J|\lambda_a\lambda_b\rangle = \\ = \frac{\eta_c\eta_d}{\eta_a\eta_b}(-1)^{s_c+s_d-s_a-s_b}\langle-\lambda_c, -\lambda_d|S^J|-\lambda_a, -\lambda_b\rangle. \qquad (69{,}9)$$

Если же вместо состояний с определенными спиральностями выбрать состояния с определенными четностями, т. е. комбинации

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_{JM\lambda_1\lambda_2}\pm\hat{P}\psi_{JM\lambda_1\lambda_2}\right)$$

(где $\lambda_1\lambda_2 = \lambda_a\lambda_b$ или $\lambda_c\lambda_d$), то обратятся в нуль амплитуды переходов, не сохраняющих четность.

Обращение времени преобразует каждое состояние согласно (69,8) и, кроме того, переставляет начальные и конечные состояния. Поэтому T-инвариантность приводит к соотношениям

$$\langle\lambda_c\lambda_d|S^J(\varepsilon)|\lambda_a\lambda_b\rangle = \langle\lambda_a\lambda_b|S^J(\varepsilon)|\lambda_c\lambda_d\rangle. \qquad (69{,}10)$$

Эти две амплитуды, однако, относятся к различным процессам (прямая и обратная реакции). Лишь в случае упругого рассеяния оба процесса по существу совпадают, и тогда (69,10) представляет собой определенную связь между спиральными амплитудами одной и той же реакции.

При упругом рассеянии двух тождественных частиц число различных амплитуд уменьшается еще и в силу перестановочной симметрии. Мы видели, что при заданном J осуществляются либо только симметричные, либо только антисимметричные по λ_1, λ_2 состояния. Тем самым сохранение момента автоматически означает сохранение также и симметрии по отношению к перестановке спиральностей.

Аналогичная ситуация имеет место при упругом рассеянии частицы на античастице (или при превращении такой пары в другую пару, т. е. при реакции вида $a+\bar{a}\to b+\bar{b}$). При заданном J существуют как симметричные, так и антисимметричные по λ_1, λ_2 состояния, но этим состояниям отвечают разные значения зарядовой четности системы. Отсюда следует, что если взаимодействие частиц C-инвариантно, так что зарядовая четность сохраняется, то переходы между состояниями различной симметрии по λ_1, λ_2 запрещены [1]. Подчеркнем, однако, отличие от случая тождественных частиц, когда при каждом заданном J состояния одной из симметрий вообще отсутствуют. В случае же «частица — античастица» запрещены лишь переходы между состояниями различной симметрии, хотя сами эти состояния (для каждого J) существуют.

В силу универсальной CPT-инвариантности существование T-инвариантности означает также и CP-инвариантность. Последняя приводит к равенству амплитуд двух реакций, из которых одна получается из другой заменой всех частиц античастицами (и изменением знака спиральностей), причем $\lambda_{\bar{a}} = -\lambda_a, \ldots$ [2]:

$$\langle \lambda_c \lambda_d | S^J | \lambda_a \lambda_b \rangle = \langle \lambda_{\bar{c}} \lambda_{\bar{d}} | S^J | \lambda_{\bar{a}} \lambda_{\bar{b}} \rangle. \tag{69,11}$$

Число независимых амплитуд одинаково для всех кросс-каналов одной и той же обобщенной реакции; поэтому для определения этого числа можно рассматривать любой из каналов. Так, одинаковым числом независимых амплитуд описываются упругое рассеяние $a + b \to a + b$ и аннигиляция $a + \bar{a} \to b + \bar{b}$. При этом ограничения, налагаемые в первом случае T-инвариантностью, эквивалентны ограничениям, налагаемым во втором случае C-инвариантностью.

Остановимся еще на реакции распада одной частицы на две: $a \to b + c$. В системе центра инерции (система покоя частицы a) имеем $\mathbf{p}_b = -\mathbf{p}_c$. Умножив на $\mathbf{p}_b$ равенство $\mathbf{j}_a = \mathbf{j}_b + \mathbf{j}_c$, получим

$$\lambda_a = \lambda_b - \lambda_c \tag{69,12}$$

(спиральность λ_a первичной частицы определена как проекция ее спина на направление импульса одной из вторичных частиц). Это соотношение является, можно сказать, следствием дополнительной симметрии, которой обладает данный процесс: аксиальной симметрии вокруг направления $\mathbf{p}_b$ и $\mathbf{p}_c$. Если спин первичной частицы $s_a < s_b + s_c$, то соотношение (69,12) уменьшает число допустимых наборов значений λ_a, λ_b, λ_c и тем самым число независимых спиральных амплитуд распада. Полный момент J в

---

[1] Аналогичный запрет может возникнуть и как следствие изотопической инвариантности взаимодействия нетождественных частиц. Так, с точностью до этой инвариантности запрещены переходы между состояниями различной симметрии по λ_1, λ_2 при рассеянии нейтрона протоном.

[2] Поскольку эти две амплитуды относятся к различным реакциям, интерференция между которыми тем самым невозможна, фазовый множитель в (69,11) вообще не имеет смысла и его можно положить равным 1. Реальным смыслом обладает лишь следующее из (69,11) равенство сечений.

данном случае совпадает со спином первичной частицы s_a, так что является фиксированной величиной.

P-инвариантность при распаде выражается соотношением

$$\langle\lambda_b\lambda_c|S^J|\lambda_a\rangle=\frac{\eta_b\eta_c}{\eta_a}(-1)^{s_a-s_b-s_c}\langle-\lambda_b,\ -\lambda_c|S^J|-\lambda_a\rangle \quad (69,13)$$

(здесь использован наряду с (69,4) также и закон преобразования волновой функции одной частицы (16,16)).

Когда первичная частица истинно нейтральна, дальнейшие ограничения возникают, если сохраняется C-четность. Здесь надо различать три случая. Если продукты распада тоже истинно нейтральны, то должно быть $C_a = C_bC_c$; это условие либо запрещает распад вовсе, либо удовлетворяется, не приводя к новым ограничениям. Если частицы b и c вообще различны, то C-инвариантность устанавливает соотношение между амплитудами различных процессов: $a\to b+c$ и $a\to\bar b+\bar c$. Наконец, для распада $a\to b+\bar b$ возникает ограничение, связанное с тем, что при заданной зарядовой четности C и заданном полном моменте $J=s_a$ система может находиться лишь в состояниях либо симметричных, либо антисимметричных по спиральностям — в зависимости от четности числа J и знака C.

CP-инвариантность приводит к равенству амплитуд распадов $a\to b+c$ и $\bar a\to\bar b+\bar c$:

$$\langle\lambda_b\lambda_c|S^J|\lambda_a\rangle=\langle\lambda_{\bar b}\lambda_{\bar c}|S^J|\lambda_{\bar a}\rangle \quad (69,14)$$

причем $\lambda_{\bar a}=-\lambda_a, \ldots$), т. е. к равенству вероятностей распада частицы и античастицы. Если частица может распадаться различными способами (по разным каналам), то это равенство относится к каждому из каналов. Подчеркнем, однако, что этот результат предполагает соблюдение CP-инвариантности, не являющейся универсальным свойством природы. Универсальный характер имеет лишь CPT-инвариантность; это требование само по себе привело бы лишь к равенству

$$\langle\lambda_b\lambda_c|S^J|\lambda_a\rangle=\langle\lambda_{\bar a}|S^J|\lambda_{\bar b}\lambda_{\bar c}\rangle,$$

в котором правая сторона относится к процессу, обратному распаду. Мы увидим ниже (см. § 71), что условие CPT-инвариантности вместе с требованиями унитарности все же приводит к некоторому, хотя и более ограниченному соотношению для вероятностей распада частицы и античастицы.

Задачи

1. С помощью (69,6) получить классификацию возможных состояний системы двух фотонов.

Решение. В этом случае $\lambda_1, \lambda_2=\pm 1$. При четных J ($J>0$) согласно (69,6) допускаются три симметричных по $\lambda_1\lambda_2$ состояния:

$$\text{а) } \psi_{JM11}, \quad \text{б) } \psi_{JM-1-1}, \quad \text{в) } \psi_{JM1-1}+\psi_{JM-11}.$$

При нечетных J $(J > 1)$ допускается одно антисимметричное состояние:

$$\text{г)}\ \psi_{JM1-1} - \psi_{JM-11}.$$

Состояния в) и г) обладают в то же время определенной $(+1)$ четностью: согласно (69,4)

$$\hat{P}(\psi_{JM1-1} \pm \psi_{JM-11}) = \pm(-1)^J (\psi_{JM1-1} \pm \psi_{JM-11});$$

множитель $\pm(-1)^J = 1$, так как верхний знак относится к четным, а нижний — к нечетным значениям J. Состояния же а) и б) сами по себе не обладают определенной четностью, но, составив из них комбинации

$$\text{а}')\ \psi_{JM11} + \psi_{JM-1-1}, \qquad \text{б}')\ \psi_{JM11} - \psi_{JM-1-1},$$

мы получим четные и нечетные состояния. При $J = 0$ допускаются (в связи с условием $|\lambda_1 - \lambda_2| \leqslant J$) лишь $\lambda_1 = \lambda_2$, так что состояние в) выпадает, и остаются лишь одно четное и одно нечетное состояния а′) и б′). Наконец, при $J = 1$ единственное допустимое при нечетных J состояние г) запрещено, так как для него $\lambda = 2 > J$. Таким образом, мы приходим к таблице допустимых состояний (9,5).

2. В нерелятивистском приближении полный момент системы J есть результат сложения спина S и орбитального момента L. Для системы двух частиц найти связь между состояниями $|JLSM\rangle$ и $|JM\lambda_1\lambda_2\rangle$.

Решение. Согласно правилу составления волновых функций при сложении моментов имеем

$$\psi_{JLSM} = \sum \{\psi_{s_1\sigma_1}\psi_{s_2\sigma_2}\langle\sigma_1\sigma_2|SM_S\rangle\}\psi_{LM_L}\langle M_L M_S|JM\rangle. \qquad (1)$$

Здесь $\psi_{s\sigma}$ — собственные функции спина s с проекцией σ (на фиксированную ось z), ψ_{LM_L} — то же для орбитального момента L с проекцией M_L; выражение в скобках отвечает сложению s_1 и s_2 в S, после чего S складывается с L в J; суммирование — по всем m-индексам. Выразим все функции в импульсном представлении как функции направления $\mathbf{n}$ (импульса $\mathbf{p} \equiv \mathbf{p}_1$), причем функции $\psi_{s\sigma}$ выразим с помощью III (58,7) через функции спиральных состояний $\psi_{\mathbf{n}\lambda}$:

$$\psi_{s_1\sigma_1} = \sum_{\lambda_1} D^{(s_1)}_{\lambda_1\sigma_1}(\mathbf{n})\,\psi_{\mathbf{n}\lambda_1},$$

$$\psi_{s_2\sigma_2} = \sum_{\lambda_2} D^{(s_2)}_{-\lambda_2\sigma_2}(\mathbf{n})\,\psi_{\mathbf{n},-\lambda_2}.$$

Для функции же ψ_{LM_L} имеем

$$\psi_{LM_L} = Y_{LM_L}(\mathbf{n}) = i^L\sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}}\,D^{(L)}_{0M_L}(\mathbf{n})$$

(использованы III (58,25) и определение (16,5)). Подставив эти функции в (1), воспользуемся дважды разложением III (110,1), а также свойством ортогональности коэффициентов Клебша — Гордана III (106,13). В результате получим ψ_{JLSM} в виде разложения

$$\psi_{JLSM} = \sum_{\lambda_1\lambda_2}\psi_{JM\lambda_1\lambda_2}\langle JM\lambda_1\lambda_2|JLSM\rangle, \qquad (2)$$

где

$$\psi_{JM\lambda_1\lambda_2} = \psi_{\mathbf{n}\lambda_1}\psi_{\mathbf{n},-\lambda_2}D^{(J)}_{\Lambda M}(\mathbf{n})\sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}}, \qquad \Lambda = \lambda_1 - \lambda_2,$$

а коэффициенты

$$\langle JM\lambda_1\lambda_2 \mid JLSM\rangle =$$
$$= (-i)^L (-1)^{s_1-s_2+S} \sqrt{(2L+1)(2S+1)} \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & S \\ \lambda_1 & -\lambda_2 & -\Lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & S & J \\ 0 & \Lambda & -\Lambda \end{pmatrix}. \tag{3}$$

В силу унитарности преобразования (2)

$$\langle JLSM \mid JM\lambda_1\lambda_2\rangle = \langle JM\lambda_1\lambda_2 \mid JLSM\rangle^*.$$

§ 70. Инвариантные амплитуды

В спиральных амплитудах используется определенная система отсчета — система центра инерции. Между тем при вычислении амплитуд рассеяния с помощью инвариантной теории возмущений (а также для исследования их общих аналитических свойств) удобно записывать амплитуды в явно инвариантной форме.

Если частицы, участвующие в реакции, не имеют спина, то амплитуда рассеяния зависит только от инвариантных произведений 4-импульсов частиц. Для реакции вида

$$a + b \to c + d \tag{70,1}$$

в качестве этих инвариантов можно выбрать какие-либо две из определенных в § 66 величин s, t, u. Тогда амплитуда рассеяния сводится к одной функции $M_{fi} = f(s, t)$.

Если же частицы обладают спинами, то, помимо кинематических инвариантов s, t, u, существуют также инварианты, которые можно составить из волновых амплитуд частиц (биспиноров, 4-тензоров и т. п.). Амплитуды рассеяния должны тогда иметь вид

$$M_{fi} = \sum_n f_n(s, t) F_n, \tag{70,2}$$

где F_n — инварианты, линейно зависящие от волновых амплитуд всех участвующих частиц (а также от их 4-импульсов). Коэффициенты $f_n(s, t)$ называют *инвариантными амплитудами.*

Выбрав волновые амплитуды так, чтобы они отвечали частицам с определенными спиральностями, мы получим определенные значения инвариантов $F_n = F_n(\lambda_i\ \lambda_f)$. Тогда спиральные амплитуды рассеяния представятся в виде линейных однородных комбинаций инвариантных амплитуд f_n. Отсюда видно, что число независимых функций $f_n(s, t)$ совпадает с числом независимых спиральных амплитуд. Поскольку число последних определяется легко (как было объяснено в § 69), тем самым облегчается задача построения инвариантов F_n, — мы заранее знаем, сколько их должно быть.