

аргументов функции: при переходе от частицы к античастице заменяется  $p_i \rightarrow -p_i$ , где  $p_i$  — 4-импульс начальной (в одном канале), а  $p_f$  — 4-импульс конечной (в другом канале) частицы. Об этом свойстве амплитуды рассеяния говорят как о *перекрестной симметрии*, или *перекрестной инвариантности*.

В терминах введенных в § 70 инвариантных амплитуд, функций кинематических инвариантов, можно сказать, что эти функции будут одни и те же для всех каналов, но для каждого канала их аргументы пробегают значения в своей физической области. Другими словами, интегралы Фейнмана определяют инвариантные амплитуды как аналитические функции; их значения в разных физических областях являются аналитическим продолжением функции, заданной в одной из областей. Так как подынтегральные выражения интегралов Фейнмана содержат особенности, то и инвариантные амплитуды имеют особенности, определяемые из выражений для этих интегралов (с учетом правила обхода полюсов). Если инвариантные амплитуды вычислены для какого-либо канала по интегралам Фейнмана, то и их аналитическое продолжение к другим каналам будет автоматически учитывать эти особенности.

Подчеркнем, что перекрестная инвариантность есть нечто большее, чем свойства матрицы рассеяния, вытекающие из общих требований пространственно-временной симметрии. Последние требуют равенства амплитуд процессов, получающихся друг из друга перестановкой начального и конечного состояний с заменой всех частиц античастицами (при неизменных импульсах  $p$  всех частиц и измененных по знаку проекциях их моментов). Это — требование *CPT*-инвариантности<sup>1)</sup>. Перекрестная же инвариантность позволяет делать такое преобразование не только для всех частиц сразу, но и для любой частицы в отдельности.

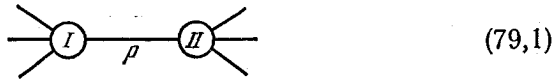
## § 79. Виртуальные частицы

Внутренние линии диаграмм Фейнмана играют в инвариантной теории возмущений роль, аналогичную роли промежуточных состояний в «обычной» теории. Характер этих состояний, однако, в обеих теориях различен. В обычной теории в промежуточных состояниях сохраняется импульс (трехмерный), но не сохраняется энергия; в этом смысле о них говорят как о *виртуальных состояниях*. В инвариантной же теории импульс и энергия входят равноправно: в промежуточных состояниях сохраняются все компоненты 4-импульса (результат того, что в эле-

<sup>1)</sup> Обратим внимание на то, что формальное описание перехода от одной из указанных реакций к другой путем изменения знака всех 4-импульсов на диаграммах Фейнмана отвечает смыслу операции *CPT* как 4-инверсии.

ментах  $S$ -матрицы интегрирование производится и по координатам, и по времени, чем достигается инвариантность теории). При этом, однако, в промежуточных состояниях нарушается присущая реальным частицам связь между энергией и импульсом (выражаемая равенством  $p^2 = m^2$ ). В этом смысле говорят о промежуточных *виртуальных частицах*. Соотношение между импульсом и энергией виртуальной частицы произвольно — оно такое, какое требуется сохранением 4-импульса в вершинах.

Рассмотрим некоторую диаграмму, состоящую из двух частей ( $I$  и  $II$ ), соединенных одной линией. Не интересуясь внутренней структурой этих частей, представим диаграмму схематически в виде



(79,1)

(изображенные линии могут быть как сплошными, так и пунктирными). В силу общего закона сохранения, суммы 4-импульсов внешних линий частей  $I$  и  $II$  одинаковы; в силу сохранения в каждой вершине — этой же величине будет равен и 4-импульс  $p$  внутренней линии, соединяющей части  $I$  и  $II$ . Другими словами, этот импульс однозначно определен, так что в матричном элементе по нему не производится интегрирования.

В зависимости от канала реакции квадрат  $p^2$  может быть как положителен, так и отрицателен. Всегда существует такой канал, в котором  $p^2 > 0$ <sup>1)</sup>. Тогда виртуальная частица по своим формальным свойствам становится вполне аналогичной реальной частице с вещественной массой  $M = \sqrt{p^2}$ . Для нее можно ввести систему покоя, можно определить ее спин и т. п.

Фотонный пропагатор (76,11) по своей тензорной структуре совпадает с матрицей плотности неполяризованной частицы со спином 1 и отличной от нуля массой:

$$\rho_{\mu\nu} = -\frac{1}{3} \left( g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{m^2} \right)$$

(см. (14,15)). С другой стороны, пропагатор (как величина, составленная квадратично из операторов поля) играет для виртуальной частицы роль, аналогичную роли матрицы плотности реальной частицы. Поэтому виртуальному фотону надо приписать, как и реальному, спин 1. Однако в отличие от реального фотона с его двумя независимыми поляризациями — виртуальный фотон

<sup>1)</sup> Таков, например, канал (если он допустим энергетически), в котором все свободные концы части  $I$  соответствуют начальным, а части  $II$  — конечным частицам. Тогда  $p = P_i$  (сумма 4-импульсов всех начальных частиц), и в системе центра инерции  $p = (P_i^0, 0)$ , так что  $p^2 > 0$ .

как «частица» конечной массы может иметь все три поляризации.

Функция распространения электрона

$$G \propto \gamma p + m.$$

Здесь  $m$  — масса реального электрона, между тем как «масса» виртуальной частицы  $M = \sqrt{p^2}$ . Написав

$$\gamma p + m = \frac{M+m}{2M} (\gamma p + M) + \frac{M-m}{2M} (\gamma p - M), \quad (79,2)$$

мы видим, что первый член отвечает матрице плотности частицы с массой  $M$  и спином  $1/2$ , а второй член — матрице плотности такой же «античастицы» (ср. (29,10) и (29,17)). Вспомнив, что частица и античастица имеют различные внутренние четности (см. § 27), приходим к выводу, что виртуальному электрону надо приписать тот же спин  $1/2$ , но нельзя приписать определенной четности.

Характерная особенность диаграммы (79,1) состоит в том, что ее можно рассечь на две не связанные друг с другом части, пересекая при этом всего одну внутреннюю линию<sup>1)</sup>. Эта линия соответствует в таком случае *одночастичному* промежуточному состоянию — состоянию с всего одной виртуальной частицей. Амплитуда рассеяния, соответствующая такой диаграмме, содержит характерный (не подвергающийся интегрированию!) множитель

$$\frac{1}{p^2 - m^2 + i0},$$

происходящий от внутренней линии  $p$  (причем  $m$  — масса электрона, если линия электронная, или  $m=0$ , если линия фотонная). Другими словами, амплитуда рассеяния имеет полюс при тех значениях  $p$ , при которых виртуальная частица стала бы физической ( $p^2 = m^2$ ). Эта ситуация аналогична тому, как в нерелятивистской квантовой механике амплитуда рассеяния имеет полюсы при значениях энергии, отвечающих связанным состояниям системы сталкивающихся частиц (см. III, § 128).

Рассмотрим диаграмму (79,1) для того канала реакции, в котором все правые свободные концы отвечают начальным, а все левые — конечным частицам; при этом  $p^2 > 0$ . Тогда можно сказать, что в промежуточном состоянии система начальных частиц превращается в одну виртуальную. Это возможно, лишь если такое превращение не противоречит необходимым законам сохранения (без учета сохранения 4-импульса): сохранению мо-

<sup>1)</sup> Этим свойством обладают диаграммы почти всех процессов в первом исчезающем приближении.

мента, заряда, зарядовой четности и т. п. В этом и заключается необходимое условие появления, как говорят, *полюсных диаграмм*. Присутствуя для одного из каналов, такие диаграммы тем самым будут в силу кросс-инвариантности существовать и для остальных каналов реакции.

Например, указанные законы сохранения не препятствуют возникновению виртуального электрона согласно  $e + \gamma \rightarrow e$ . Эта возможность отвечает полюсу амплитуды комптон-эффекта (а тем самым и другого канала этой реакции — двухфотонной аннигиляции электронной пары). Возникновение виртуального фотона, согласно  $e^- + e^+ \rightarrow \gamma$ , отвечает полюсу амплитуды рассеяния электрона на позитроне, а тем самым и электрона на электроне. Из двух же фотонов не может получиться ни виртуального электрона, ни виртуального фотона (превращение  $\gamma + \gamma \rightarrow e$  запрещено сохранением заряда и момента, а превращение  $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma$  — сохранением зарядовой четности). В соответствии с этим амплитуда рассеяния фотона на фотоне не может содержать полюсных диаграмм.

Происхождение полюсных особенностей амплитуд рассеяния, за которым мы проследили, исходя из интегралов Фейнмана, имеет в действительности более общий характер, не связанный с теорией возмущений. Покажем, что эти особенности возникают у же как следствие условия унитарности (71,2).

Предположим, что среди фигурирующих в (71,2) промежуточных состояний  $n$  есть одночастичное. Вклад этого состояния:

$$(T_{fi} - T_{if}^*)^{(\text{одноч})} = i(2\pi)^4 \sum_{\lambda} \int \delta^{(4)}(P_f - p) T_{fn} T_{in}^* \frac{V d^3 p}{(2\pi)^3},$$

где  $p$  и  $\lambda$  — 4-импульс и спиральность промежуточной частицы. Интегрирование по  $d^3 p$  заменим интегрированием по  $d^4 p$  (по области  $p^0 \equiv \varepsilon > 0$ ) согласно

$$d^3 p \rightarrow 2\varepsilon \delta(p^2 - M^2) d^4 p$$

( $M$  — масса промежуточной частицы). Интегрирование устраняет  $\delta$ -функцию  $\delta^{(4)}(P_f - p)$ ; перейдя затем от амплитуд  $T_{fi}$  к амплитудам  $M_{fi}$  согласно (64,10), найдем

$$(M_{fi} - M_{if}^*)^{(\text{одноч})} = 2\pi i \delta(p^2 - M^2) \sum_{\lambda} M_{fn} M_{in}^*. \quad (79,3)$$

Предполагая  $T$ - и  $P$ -инвариантность, будем иметь (с точностью до фазового множителя)  $M_{if} = M_{f'v}$ , где состояния  $i'$ ,  $f'$  отличаются от  $i$ ,  $f$  лишь знаком спиральностей частиц (при тех же импульсах). Взяв сумму равенств (79,3) и такого же для  $M_{f'v} - M_{fv}^*$ , получим

$$\text{Im } \bar{M}_{fi}^{(\text{одноч})} = -\pi \delta(p^2 - M^2) R, \quad (79,4)$$

где обозначено

$$\bar{M}_{fi} = M_{fi} + M_{fi'}, \quad R = - \sum_{\lambda} (M_{fn} M_{in}^* + M_{fn'} M_{in'}^*).$$

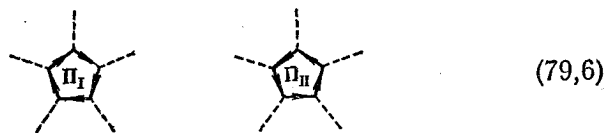
Отсюда и следует, что  $\bar{M}_{fi}$  как аналитическая функция от  $p^2 = P_i^2 = P_f^2$  имеет полюс при  $p^2 = M^2$ . Согласно (75,18) имеем для полюсной части

$$\bar{M}_{fi}^{(\text{одноч})} = \frac{R}{p^2 - M^2 + i0}. \quad (79,5)$$

Реальные переходы в одночастичное состояние возможны только при значении  $P_i^2 = P_f^2$ , равном  $M^2$ . Таким образом, мы действительно получили структуру амплитуды рассеяния, отвечающую диаграмме вида (79,1).

Наконец, остановимся на важном свойстве диаграмм, содержащих замкнутые электронные петли. Это свойство можно легко получить путем применения к виртуальному фотону понятия зарядовой четности: виртуальному фотону, как и реальному, надо приписать определенную (отрицательную) зарядовую четность<sup>1)</sup>.

Если некоторая диаграмма содержит замкнутую петлю (с числом вершин  $N > 2$ ), то наряду с этой диаграммой в амплитуде рассматриваемого процесса должна фигурировать также и другая диаграмма, отличающаяся от первой лишь направлением обхода петли (при  $N = 2$  понятие направления обхода, очевидно, не имеет смысла). «Вырежем» эти петли по идущим к ним пунктирным линиям. Мы получим тогда две петли  $\Pi_I$  и  $\Pi_{II}$ :



которые можно рассматривать как диаграммы, определяющие амплитуду процесса превращения одной совокупности фотонов (реальных или виртуальных) в другую: число  $N$  есть при этом сумма чисел начальных и конечных фотонов. Но сохранение зарядовой четности запрещает превращение четного числа фотонов в нечетное. Поэтому при нечетном  $N$  сумма выражений, соответствующих петлям (79,6), должна обратиться в нуль. Обращается, следовательно, в нуль также и суммарный вклад в амплитуду рассеяния двух диаграмм, содержащих эти петли

<sup>1)</sup> Это следует из тех же соображений о действующем в каждой вершине операторе электромагнитного взаимодействия, которые были указаны в § 13 для реального фотона.

в качестве своих составных частей (так называемая *теорема Фарри*; W. H. Furry, 1937).

Таким образом, при составлении амплитуды какого-либо процесса можно вовсе не рассматривать диаграмм, содержащих петли с нечетным числом вершин.

Проследим более детально за происхождением указанного взаимного сокращения диаграмм. Замкнутой электронной петле отвечает выражение (при заданных импульсах фотонных линий  $k_1, k_2, \dots, k_N$ )

$$\int d^4 p \cdot \text{Sp}[(\gamma e_1) G(p) (\gamma e_2) G(p + k_1) \dots], \quad (79,7)$$

где  $p, p + k_1, \dots$  — импульсы электронных линий (остающиеся не вполне определенными после учета законов сохранения в вершинах). Произведем над всеми матрицами  $\gamma^\mu$  и  $G$  операцию зарядового сопряжения, т. е. заменим их на  $U_C^{-1} \gamma^\mu U_C$  и  $U_C^{-1} G U_C$ . Выражение (79,7) при этом не изменится, так как след произведения матриц инвариантен относительно такого преобразования. С другой стороны, согласно (26,3)

$$U_C^{-1} \gamma^\mu U_C = -\tilde{\gamma}^\mu, \quad (79,8)$$

а потому

$$U_C^{-1} G(p) U_C = \frac{-p\tilde{\gamma} + m}{p^2 - m^2} = \tilde{G}(-p). \quad (79,9)$$

Но замена  $G(p)$  транспонированной матрицей с измененным знаком у  $p$  означает, очевидно, изменение направления обхода петли, в которой направление всех стрелок заменяется обратным. Другими словами, произведенное преобразование превращает одну петлю в другую, причем появляется множитель  $(-1)^N$ , происходящий от замены (79,8) в каждой вершине. Таким образом,

$$\Pi_I = (-1)^N \Pi_{II}, \quad (79,10)$$

т. е. вклады обеих петель одинаковы при четном и противоположны по знаку при нечетном числе вершин.