теля $\psi^*(0)$. Соответственно дифференциальное сечение умножится на $|\psi(0)|^2$, т. е. на

$$\frac{2\pi\alpha/v_0}{1-e^{-2\pi\alpha/v_0}} \tag{94,12}$$

(см. III(136,11)). Относительная скорость двух частиц есть скорость одной из них в системе покоя другой. Сравнив значения инварианта $p_{+\mu}p_-^\mu$ в этой системе и в лабораторной системе (системе покоя ядра), получим

$$\frac{m^2}{\sqrt{1-v_0^2}} = \varepsilon_+\varepsilon_- - \mathbf{p}_+\mathbf{p}_-,$$

откуда можно найти v_0. Если $\mathbf{p}_+$ и $\mathbf{p}_-$ близки друг к другу по абсолютному значению и направлению, то для v_0 получается приближенная формула

$$v_0^2 = \frac{p^2}{m^2}\vartheta^2 + \frac{(p_+ - p_-)^2}{\varepsilon^2}, \tag{94,13}$$

применимая при $v_0 \ll 1$; здесь $p = (p_+ + p_-)/2$, $\varepsilon = (\varepsilon_+ + \varepsilon_-)/2$, ϑ — угол между $\mathbf{p}_+$ и $\mathbf{p}_-$.

Поправка в сечении, определяемая формулами (94,12—13), приводит к появлению аномалии в корреляции между импульсами рождаемых электрона и позитрона: узкому максимуму при $\mathbf{p}_+ \approx \mathbf{p}_-$.

§ 95. Точная теория рождения пар в ультрарелятивистском случае

В двух предыдущих параграфах тормозное излучение и рождение пар фотоном в релятивистской области были изучены на основе борновского приближения, для чего во всяком случае требовалось выполнение условия $Z\alpha \ll 1$. В § 95, 96 излагается теория этих процессов, свободная от указанного ограничения, т. е. справедливая и при $Z\alpha \sim 1$ (*H. A. Bethe, L. Maximon*, 1954). При этом предполагается, что обе частицы (начальный и конечный электрон или компоненты пары) ультрарелятивистские; их энергия $\varepsilon \gg m$.

Мы видели, что в ультрарелятивистском случае обе частицы летят под малыми углами (θ, θ' или θ_+, θ_-) к направлению фотона: $\theta \lesssim m\varepsilon$. Такое свойство сохраняется и в точной (по $Z\alpha$) теории, и мы будем рассматривать именно эту область углов.

Передача импульса ядру в этой области: $q \sim m$. Это значит, что в волновых функциях существенны прицельные параметры $\rho \sim 1/q \sim 1/m$, т. е. «большие» расстояния. На таких расстояниях можно пользоваться волновой функцией, полученной в § 39. Изложим соответствующие вычисления для рождения пар.

Сечение рождения пары имеет вид, аналогичный сечению фотоэффекта (ср. (56,1—2)):

$$d\sigma = 2\pi \left| e\sqrt{4\pi}\,\frac{1}{\sqrt{2\omega}} M_{fi} \right|^2 \delta(\omega - \varepsilon_+ - \varepsilon_-)\,\frac{d^3p_+ d^3p_-}{(2\pi)^6}, \qquad (95,1)$$

где

$$M_{fi} = \int \psi^{(-)*}_{\varepsilon_- \mathbf{p}_-} (\boldsymbol{\alpha}\mathbf{e})\, e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \psi^{(+)}_{-\varepsilon_+, -\mathbf{p}_+} d^3x. \qquad (95,2)$$

Здесь $\psi^{(-)}_{\varepsilon_- \mathbf{p}_-}$ — волновая функция электрона, а $\psi^{(+)}_{-\varepsilon_+, -\mathbf{p}_+}$ — волновая функция с отрицательной энергией ($-\varepsilon_+$) и импульсом $-\mathbf{p}_+$.

Функция же $\psi^{(-)}_{\varepsilon_- \mathbf{p}_-}$, относящаяся к частице в конечном состоянии, должна содержать в своей асимптотике (наряду с плоской волной) сходящуюся сферическую волну; это обстоятельство отмечено верхним индексом $^{(-)}$ у функции. Согласно (39,10) такая волновая функция[1])

$$\psi^{(-)}_{\varepsilon_- \mathbf{p}_-} = \frac{C^{(-)}}{\sqrt{2\varepsilon_-}} e^{i\mathbf{p}_-\mathbf{r}} \left(1 - \frac{i\boldsymbol{\alpha}\nabla}{2\varepsilon_-}\right) F(-i\nu,\ 1,\ -i(p_- r + \mathbf{p}_-\mathbf{r}))\, u(p_-),$$

$$C^{(-)} = e^{\pi\nu/2}\Gamma(1 + i\nu), \qquad \nu = Z\alpha. \qquad (95,3)$$

Функция же $\psi^{(+)}_{-\varepsilon_+, -\mathbf{p}_+}$ должна содержать в своей асимптотике расходящуюся сферическую волну (индекс $^{(+)}$ сверху), поскольку по смыслу она является волновой функцией «начального состояния с отрицательной энергией». Волновая функция позитрона (образуемая из $\psi^{(+)*}_{-\varepsilon_+, -\mathbf{p}_+}$) окажется при этом со сходящейся волной в асимптотике, как и требуется для конечной частицы. Согласно (39,11) такая функция

$$\psi^{(+)}_{-\varepsilon_+, -\mathbf{p}_+} = $$

$$= \frac{C^{(+)}}{\sqrt{2\varepsilon_+}} e^{-i\mathbf{p}_+\mathbf{r}} \left(1 + \frac{i\boldsymbol{\alpha}\nabla}{2\varepsilon_+}\right) F(-i\nu,\ 1,\ i(p_+ r + \mathbf{p}_+\mathbf{r}))\, u(-p_+), \qquad (95,4)$$

$$C^{(+)} = e^{-\pi\nu/2}\Gamma(1 + i\nu).$$

Отметим, что необходимость учета членов $\sim 1/\varepsilon$ в (95,3—4) связана с матричной структурой M_{fi} (95,2). Матричный элемент $(\boldsymbol{\alpha})_{fi}$ есть вектор с направлением, близким к $\mathbf{k}$. Поэтому основ-

[1]) В этом параграфе $p_\pm = |\mathbf{p}_\pm|$, $q = |\mathbf{q}|$.

ной член в $(\alpha\mathbf{e})_{fi}$ оказывается малым, а поправочные члены — одного порядка величины с ним.

Подставляя (95,3—4) в (95,2) и пренебрегая членами $\sim 1/\varepsilon_+\varepsilon_-$, находим

$$M_{fi} = \frac{N}{2\sqrt{\varepsilon_+\varepsilon_-}} u^*(p_-)\{(\mathbf{e}\alpha) I + (\mathbf{e}\alpha)(\alpha\mathbf{I}_+) + (\alpha\mathbf{I}_-)(\mathbf{e}\alpha)\} u(-p_+), \tag{95,5}$$

где

$$N = C^{(+)}C^{(-)} = \pi\nu/\operatorname{sh}\pi\nu, \tag{95,6}$$

$$I = \int e^{-i\mathbf{qr}} F_-^* F_+ d^3x,$$

$$\mathbf{I}_+ = \frac{i}{2\varepsilon_+}\int e^{-i\mathbf{qr}} F_-^* \nabla F_+ d^3x, \quad \mathbf{I}_- = \frac{i}{2\varepsilon_-}\int e^{-i\mathbf{qr}} (\nabla F_-)^* F_+ d^3x, \tag{95,7}$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{p}_+ + \mathbf{p}_- - \mathbf{k}$$

(F_- и F_+ обозначают для краткости гипергеометрические функции, входящие в (95,3) и (95,4)). Сразу же отметим, что интегралы I, $\mathbf{I}_+$, $\mathbf{I}_-$ связаны одним тождеством: из

$$\int \nabla\left(e^{-i\mathbf{qr}} F_-^* F_+\right) d^3x = 0$$

имеем

$$\mathbf{q}I + 2\varepsilon_+\mathbf{I}_+ + 2\varepsilon_-\mathbf{I}_- = 0. \tag{95,8}$$

Квадрат $|M_{fi}|^2$ усредняем по поляризациям падающего фотона и суммируем по направлениям спинов электрона и позитрона[1]). Это осуществляется заменой тензора:

$$e_i e_k^* \to \frac{1}{2}\left(\delta_{ik} - n_i n_k\right), \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}}{\omega},$$

и биспинорных произведений:

$$u_\pm \bar{u}_\pm \to 2\rho_\pm = \left(\varepsilon_\pm\gamma^0 - \mathbf{p}_\pm\boldsymbol{\gamma} \mp m\right).$$

Заменив также $\alpha = \gamma^0\boldsymbol{\gamma}$, найдем

$$|M_{fi}|^2 \to \frac{N^2}{2\varepsilon_+\varepsilon_-}\left\{\operatorname{Sp}\rho_-\mathbf{Q}\rho_+\bar{\mathbf{Q}} - \operatorname{Sp}\rho_-(\mathbf{nQ})\rho_+(\mathbf{n}\bar{\mathbf{Q}})\right\},$$
$$\mathbf{Q} = \boldsymbol{\gamma} I - \gamma^0\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{I}_+) - \gamma^0(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{I}_-)\boldsymbol{\gamma},$$
$$\bar{\mathbf{Q}} = \boldsymbol{\gamma} I^* - \gamma^0(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{I}_+^*)\boldsymbol{\gamma} - \gamma^0\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{I}_-^*).$$

---

[1]) Вычисления с учетом поляризации всех частиц см. *Olsen H., Maximon L.*//Ppys. Rev. — 1959. — Vol. 114. — P. 887, а также указанную на с. 457 книгу *В. Н. Байера, В. М. Каткова* и *В. С. Фадина*.

Выпишем сразу результат, получающийся после надлежащих пренебрежений, для интересующего нас ультрарелятивистского случая в области малых углов

$$\theta_\pm \sim m/\varepsilon \ll 1. \tag{95,9}$$

Введем вспомогательные векторы:

$$\boldsymbol{\delta}_\pm = \frac{1}{m}(\mathbf{p}_\pm)_\perp, \quad \delta_\pm = \frac{\varepsilon_\pm}{m}\theta_\pm \tag{95,10}$$

(индекс $\perp$ означает составляющую, перпендикулярную направлению $\mathbf{k}$). С их помощью ответ записывается в виде

$$|M_{fi}|^2 \to \frac{N^2}{4}\left\{\frac{m^2\omega^2}{2\varepsilon_+^2\varepsilon_-^2}|I|^2 + 2\left|I\frac{m\boldsymbol{\delta}_+}{2\varepsilon_+} + \mathbf{I}_+\right|^2 + 2\left|I\frac{m\boldsymbol{\delta}_-}{2\varepsilon_-} + \mathbf{I}_-\right|^2\right\}. \tag{95,11}$$

Здесь учтено, что $I \sim \frac{\varepsilon}{q}I_\pm \sim \frac{\varepsilon}{m}I_\pm$ (как это видно из (95,8)), и опущены члены более высокого порядка по m/ε.

Интегралы $\mathbf{I}_\pm$ можно представить в виде

$$\mathbf{I}_\pm = i\frac{p_\pm}{2\varepsilon_\pm}\frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_\pm},$$

$$J = \int \frac{e^{-i\mathbf{qr}}}{r}F(-i\nu, 1, i(p_+r + \mathbf{p}_+\mathbf{r}))F(i\nu, 1, i(p_-r + \mathbf{p}_-\mathbf{r}))\,d^3x. \tag{95,12}$$

Интеграл J выражается через полную гипергеометрическую функцию[1]):

$$J = \frac{4\pi}{q^2}\left(\frac{q^2 - 2\mathbf{p}_+\mathbf{q}}{q^2 - 2\mathbf{p}_-\mathbf{q}}\right)^{i\nu}F(-i\nu, i\nu, 1, z),$$
$$z = 2\frac{q^2(p_+p_- - \mathbf{p}_+\mathbf{p}_-) + 2(\mathbf{p}_+\mathbf{q})(\mathbf{p}_-\mathbf{q})}{(q^2 - 2\mathbf{p}_+\mathbf{q})(q^2 - 2\mathbf{p}_-\mathbf{q})}. \tag{95,13}$$

Дифференцирование по $\mathbf{p}_\pm$ должно производиться при заданном параметре $\mathbf{q}$, и лишь затем можно положить $\mathbf{q} = \mathbf{p}_+ + \mathbf{p}_- - \mathbf{k}$. Приведем результат в форме, в которой уже произведены пренебрежения, отвечающие ультрарелятивистскому случаю и условиям (95,9):

$$\mathbf{I}_\pm = \frac{4\pi}{q^2}\frac{\varepsilon_\mp}{m^2\omega}\left(\frac{\varepsilon_+\xi_+}{\varepsilon_-\xi_-}\right)^{i\nu}\left\{\pm\nu\mathbf{q}\xi_\mp F(z) + i\frac{q^2}{m^2}F'(z)(\mathbf{q}\xi_\mp - m\boldsymbol{\delta}_\pm)\right\}. \tag{95,14}$$

[1]) Проведение вычислений см. в указанной на с. 441 статье *Нордсика*.

Здесь введены обозначения:

$$\xi_\pm = \frac{1}{1+\delta_\pm^2}, \quad z = 1 - \frac{q^2}{m^2}\xi_+\xi_-, \qquad F(z) = F(-i\nu,\ i\nu,\ 1,\ z) \tag{95,15}$$

($F(z)$ — вещественная функция). Интеграл I вычисляется затем прямо из (95,8).

Подставив значения интегралов в (95,11), а затем в (95,1), получим искомое дифференциальное сечение. Окончательная формула:

$$d\sigma = \frac{4}{\pi}\left(\frac{\pi\nu}{\operatorname{sh}\pi\nu}\right)^2 Z^2\alpha r_e^2 \frac{m^4}{q^4\omega^3}\delta_+\,d\delta_+\cdot\delta_-\,d\delta_-\cdot d\varphi\,d\varepsilon_+\cdot\Big\{F^2(z)\times$$
$$\times\left[-2\varepsilon_+\varepsilon_-(\delta_+^2\xi_+^2+\delta_-^2\xi_-^2)+\omega^2(\delta_+^2+\delta_-^2)\xi_+\xi_- + 2(\varepsilon_+^2+\varepsilon_-^2)\times\right.$$
$$\left.\times\,\delta_+\delta_-\xi_+\xi_-\cos\varphi\right] + \frac{q^4}{m^4}\frac{\xi_+^2\xi_-^2}{\nu^2}F'^2(z)\left[-2\varepsilon_+\varepsilon_-(\delta_+^2\xi_+^2+\delta_-^2\xi_-^2)+\right.$$
$$\left.+\,\omega^2(1+\delta_+^2\delta_-^2)\xi_+\xi_- - 2(\varepsilon_+^2+\varepsilon_-^2)\delta_+\delta_-\xi_+\xi_-\cos\varphi\right]\Big\}. \tag{95,16}$$

При $\nu\to 0$

$$\pi\nu/\operatorname{sh}\pi\nu\to 1, \quad F(z)\to 1, \quad F'(z)\approx\nu^2\to 0.$$

Выражение (95,16) сводится при этом, как и должно быть, к формуле Бете — Гайтлера (94,3), отвечающей борновскому приближению. Оно сводится к той же формуле также и при произвольном ν, если углы вылета пары удовлетворяют условиям

$$|\delta_+ - \delta_-| \ll 1, \qquad |\pi - \varphi| \ll 1.$$

Действительно, при этом $q \ll m$, так что второй член в фигурных скобках в (95,16) может быть опущен ввиду наличия в нем лишнего (по сравнению с первым членом) множителя $(q/m)^4$. В первом же члене имеем (заметив, что $(1-z)\sim q^2/m^2 \ll 1$)[1])

$$F(z)\to F(1)\equiv F(-i\nu,\ i\nu,\ 1,\ 1) = \frac{1}{\Gamma(1-i\nu)\,\Gamma(1+i\nu)} = \frac{\operatorname{sh}\pi\nu}{\pi\nu}, \tag{95,17}$$

в результате чего сокращается аналогичный множитель перед фигурными скобками.

Перейдем к интегрированию сечения по направлениям вылета пары.

---

[1]) Это значение функции можно получить из формулы II(e, 7), связывающей гипергеометрические функции аргументов z и $1-z$.

Интегрирование по углам разобьем на две области, I и II, в которых соответственно

$$\text{I)}\ 1-z > 1-z_1, \quad \text{II)}\ 1-z < 1-z_1,$$

где z_1 — некоторое значение, для которого $1 \gg 1-z_1 \gg (m/\varepsilon)^2$. Поскольку в области II $1-z \ll 1$, $q^2 \ll m^2$, то, согласно сказанному выше, здесь $d\sigma \approx d\sigma_Б \equiv d\sigma|_{\nu=0}$, где $d\sigma_Б$ — сечение в борновском приближении. Поэтому интеграл по углам:

$$d\sigma_{\varepsilon+} \equiv \int d\sigma = \int_{\mathrm{I}} d\sigma + \int_{\mathrm{II}} d\sigma|_{\nu\to 0} = (d\sigma_{\varepsilon+})_Б + \int_{\mathrm{I}} (d\sigma - d\sigma|_{\nu\to 0}), \tag{95,18}$$

где $(d\sigma_{\varepsilon+})_Б$ — проинтегрированное по углам борновское сечение (94,5).

В области I имеем

$$q^2/m^2 \approx \delta_+^2 + \delta_-^2 + 2\delta_+\delta_- \cos\varphi.$$

От переменных δ_+, δ_-, φ перейдем к переменным ξ_+, ξ_-, z. Прямым вычислением якобиана преобразования найдем

$$\delta_+\, d\delta_+ \cdot \delta_-\, d\delta_- \cdot d\varphi \to \frac{\varepsilon_+\varepsilon_-}{8m^2}\,\frac{d\xi_+\, d\xi_-\, d\varphi}{(\xi_+\xi_-)^3 \sin\varphi},$$

причем

$$1-z = \frac{q^2}{m^2}\xi_+\xi_- = \xi_+ + \xi_- - 2\xi_+\xi_- + 2\sqrt{\xi_+\xi_-(1-\xi_+)(1-\xi_-)}\cos\varphi.$$

Выразив отсюда $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$ и подставив в (95,16), после простых алгебраических преобразований получим

$$d\sigma = A\, d\varepsilon_+ \frac{2\, d\xi_+\, d\xi_-\, dz}{\left[z(1-z) - (1-z)(\xi_+ + \xi_- - 1)^2 - z(\xi_+ - \xi_-)^2\right]^{1/2}} \times$$
$$\times \left\{ \frac{F^2(z)}{(1-z)^2}\left[(\varepsilon_+^2 + \varepsilon_-^2)(1-z) + 2\varepsilon_+\varepsilon_-(\xi_+ - \xi_-)^2\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{F^{2\prime}(z)}{\nu^2}\left[(\varepsilon_+^2 + \varepsilon_-^2)z + 2\varepsilon_+\varepsilon_-(\xi_+ + \xi_- - 1)^2\right]\right\},$$
$$A = \left(\frac{\pi\nu}{\operatorname{sh}\pi\nu}\right)^2 \frac{Z^2\alpha r_e^2}{2\pi\omega^3}.$$

Наконец, вводим вместо ξ_+, ξ_- новые «сферические» переменные χ, ψ согласно

$$\xi_+ + \xi_- - 1 = \sqrt{z}\sin\chi\cos\psi;$$
$$\xi_+ - \xi_- = \sqrt{1-z}\sin\chi\sin\psi;$$
$$0 \leqslant \chi \leqslant \pi/2, \qquad 0 \leqslant \psi \leqslant 2\pi;$$
$$2\, d\xi_+\, d\xi_- \to \sqrt{z(1-z)}\sin\chi\cos\chi\, d\chi\, d\psi.$$

Указанные интервалы изменения χ и ψ отвечают изменению ξ_+, ξ_- от 0 до 1, т. е. δ_+, δ_- (или, что то же, θ_+, θ_-) от 0 до ∞; быстрая сходимость интеграла допускает такое расширение области изменения углов. После преобразования корень в знаменателе сводится к $\sqrt{z(1-z)}\cos\chi$; интегрирование по $d\chi d\psi$ элементарно и дает

$$d\sigma = 2A\cdot 2\pi\,dz\left(\varepsilon_+^2+\varepsilon_-^2+\frac{2}{3}\varepsilon_+\varepsilon_-\right)\left[\frac{F^2(z)}{1-z}+\frac{z}{\nu^2}F'^2(z)\right]d\varepsilon_+.$$

Сюда введен лишний множитель 2, учитывающий тот факт, что интегрирование по z будет производиться от 0 до z_1, между тем как при изменении азимута φ от 0 до π и от π до 2π каждое значение z проходится дважды.

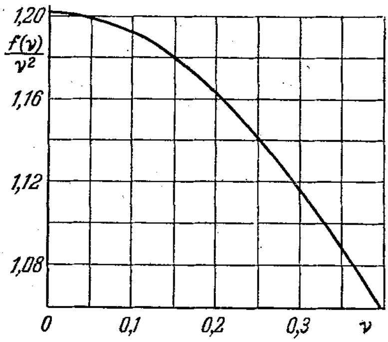

Рис. 18

Интегрирование по dz производится с помощью формулы (92,14), которая при $\nu'=-\nu$ (и соответственно вещественной $F(z)$) имеет вид

$$\frac{F^2}{1-z^2}+\frac{z}{\nu^2}F'^2=\frac{1}{\nu^2}\frac{d}{dz}(zFF').$$

Интеграл от этого выражения равен $z_1F(z_1)F'(z_1)/\nu^2$. Значение $z_1F(z_1)\approx F(1)$ берется из (95,17), а предельное выражение для $F'(z_1\to 1)$ дается формулой [1])

$$\frac{1}{\nu^2}F'(z)=F(1-i\nu,\ 1+i\nu,\ 2,\ z)\approx-[\ln(1-z)+2f(\nu)]\frac{\operatorname{sh}\pi\nu}{\pi\nu},$$

где

$$f(\nu)=\frac{1}{2}[\Psi(1+i\nu)+\Psi(1-i\nu)-2\Psi(1)]=\nu^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n^2+\nu^2)},\tag{95,19}$$

$$\Psi(z)=\Gamma'(z)/\Gamma(z).$$

Подставив все найденные выражения в (95,18), получим следующую окончательную формулу:

$$d\sigma_{\varepsilon+}=4Z^2\alpha r_e^2\left(\varepsilon_+^2+\varepsilon_-^2+\frac{2}{3}\varepsilon_+\varepsilon_-\right)\left[\ln\frac{2\varepsilon_+\varepsilon_-}{m\omega}-\frac{1}{2}-f(\alpha Z)\right]\frac{d\varepsilon_+}{\omega^3}.\tag{95,20}$$

[1]) Вывод этих формул можно найти в приложении к статье *Davies H., Bethe H. A., Maximon L. C.*//Phys. Rev. — 1954. — Vol. 93. — P. 788.

Полное сечение образования пары фотоном с энергией ω:

$$\sigma = \frac{28}{9} Z^2 \alpha r_e^2 \left[\ln \frac{2\omega}{m} - \frac{109}{42} - f(\alpha Z)\right]. \tag{95,21}$$

Мы видим, что в этих формулах изменения сводятся к вычитанию из логарифма универсальной функции атомного номера $f(\alpha Z)$. На рис. 18 дан график этой функции. При $\nu \ll 1$ $f(\nu) \approx \approx 1{,}2\nu^2$.

§ 96. Точная теория тормозного излучения в ультрарелятивистском случае

Матричный элемент для тормозного излучения

$$M_{fi} = \int \psi_{\varepsilon' \mathbf{p}'}^{(-)*} (\alpha \mathbf{e}^*) e^{-i\mathbf{kr}} \psi_{\varepsilon \mathbf{p}}^{(+)} d^3x; \tag{96,1}$$

волновые функции начального $(\varepsilon, \mathbf{p})$ и конечного $(\varepsilon', \mathbf{p}')$ электронов содержат в своих асимптотиках соответственно выходящую и входящую сферические волны. Вычисление этого интеграла аналогично вычислению матричного элемента (95,2). Мы, однако, изложим здесь другой способ вычисления сечения тормозного излучения, основанный на квазиклассичности процесса и не использующий явного вида волновых функций электрона в поле ядра; в этом смысле метод не связан с конкретным видом потенциала поля (*В. Н. Байер, В. М. Катков*, 1968).

В процессе тормозного излучения ядро передает электрону и фотону импульс $\mathbf{q} = \mathbf{p}' + \mathbf{k} - \mathbf{p}$. Как и в задаче о рождении пар, надо различать две области значений передачи импульса $\mathbf{q}_\perp$, поперечной по отношению к $\mathbf{p}$:

$$\text{I)}\ m \gtrsim q_\perp \gg \omega m^2/\varepsilon^2, \qquad \text{II)}\ q_\perp \sim \omega m^2/\varepsilon^2 \ll m. \tag{96,2}$$

Очевидно, что в области I сечение испускания фотона дается своим борновским значением: для таких $\mathbf{q}_\perp$ изменение импульса отдачи ядра при излучении несущественно, как это будет показано в § 98 (см. вывод условия (98,10)). Поэтому в области I сечение процесса равно произведению точного сечения рассеяния электрона в поле неподвижного ядра и вероятности испускания фотона, не зависящей от вида поля. Но согласно (80,10) сечение рассеяния в кулоновом поле для малых углов совпадает со своим борновским значением. То же самое относится поэтому к сечению всего процесса в области I.

Таким образом, требует особого рассмотрения только область II. Малым передачам импульса отвечает прохождение электрона мимо ядра на больших прицельных расстояниях: $\rho \sim 1/q_\perp \gtrsim \varepsilon/m^2$. Но на таких расстояниях движение электрона заведомо квазиклассично, в чем легко убедиться простым приме-