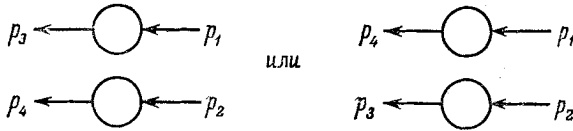


каждая:



В третьем же члене множителя \mathcal{G} исключают из определения Γ те части диаграммы, которые представляют собой поправки к внешним электронным линиям.

Отметим также, что по свойствам T -произведения фермиевских ψ -операторов функции $\Gamma(p_3, p_4; p_1, p_2)$ обладают свойствами антисимметрии:

$$\Gamma_{ik,lm}(p_3, p_4; p_1, p_2) = -\Gamma_{ki,lm}(p_4, p_3; p_1, p_2) = -\Gamma_{ik,ml}(p_3, p_4; p_2, p_1). \quad (106,16)$$

Если импульсы p_1, p_2, p_3, p_4 отвечают реальным частицам, то нераспадающиеся диаграммы (106,12) изображают процесс рассеяния двух электронов. Мы получим амплитуду этого процесса, сопоставив внешним концам диаграммы волновые амплитуды частиц (вместо пропагаторов \mathcal{G})¹⁾:

$$iM_{fi} = \bar{u}_i(p_3) \bar{u}_k(p_4) [-ie\Gamma_{ik,lm}(p_3, p_4; p_1, p_2)] u_l(p_1) u_m(p_2). \quad (106,17)$$

Ввиду (106,16) эта амплитуда автоматически обладает должной антисимметрией по отношению к перестановкам электронов.

§ 107. Уравнения Дайсона

Точные пропагаторы и вершинная часть связаны между собой определенными интегральными соотношениями. Их происхождение становится в особенности ясным из диаграммного метода.

Введенное в предыдущем параграфе понятие о неприводимости или приводимости распространяется не только на вершинные части, но и на любые другие диаграммы (или их части). Рассмотрим с этой точки зрения компактные собственно-энергетические электронные диаграммы.

Легко сообразить, что из всего бесконечного множества этих диаграмм лишь одна неприводима; это — диаграмма второго порядка



¹⁾ Мы увидим в дальнейшем (см. § 110), что при составлении амплитуд реальных процессов не надо учитывать собственно-энергетических частей в свободных концах диаграммы.

Всякое усложнение этой диаграммы может рассматриваться как введение дальнейших поправок к ее внутренним (электронной или фотонной) линиям или же к одной из ее вершин. При этом существенно, что в силу очевидной симметрии диаграммы все вершинные поправки достаточно приписывать лишь к одной (любой) из ее двух вершин¹⁾.

Поскольку, таким образом, из всех компактных собственно-энергетических электронных частей лишь одна неприводима, совокупность всех таких частей (т. е. массовый оператор \mathcal{M}) изобразится всего одной скелетной диаграммой:

$$\text{Diagram with } -i\mathcal{M} \text{ in a circle} = \text{Diagram with a loop and external lines } p \tag{107,1}$$

Записанное в аналитическом виде, это графическое равенство дает²⁾

$$\mathcal{M}(p) = G^{-1}(p) - \mathcal{G}^{-1}(p) = -ie^2 \int \gamma^\nu \mathcal{G}(p+k) \Gamma^\mu(p+k, p; k) \cdot \mathcal{D}_{\mu\nu}(k) \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \tag{107,2}$$

Аналогичное выражение может быть написано и для поляризационного оператора \mathcal{P} . Среди фотонных компактных собственно-энергетических частей тоже лишь одна неприводима, так что \mathcal{P} представляется всего одной скелетной диаграммой:

$$\text{Diagram with } \frac{i\mathcal{P}}{4\pi} \text{ in a circle} = \text{Diagram with a loop and external lines } p \tag{107,3}$$

¹⁾ Для ясности подчеркнем, что хотя мы получим всю требуемую совокупность диаграмм, вводя поправки лишь к одной из вершин, но для каждой определенной диаграммы структура поправочного блока, вообще говоря, зависит от того, которой из вершин он приписывается. Например:



где для одной и той же диаграммы обведены квадратами блоки, которые играют роль вершинной части при отнесении ее к правой или левой вершине.

²⁾ Если в (107,1) точную вершинную часть приписать левой вершине, то в уравнении (107,2) переставятся множители γ и Γ . Обе формы уравнения, разумеется, по существу эквивалентны.

Соответствующее аналитическое равенство:

$$\frac{\mathcal{P}_{\mu\nu}(k)}{4\pi} = D_{\mu\nu}^{-1}(k) - \mathcal{D}_{\mu\nu}^{-1}(k) = \\ = ie^2 \text{Sp} \int \gamma_\mu \mathcal{G}(p+k) \Gamma_\nu(p+k, p; k) \mathcal{G}(p) \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \quad (107,4)$$

(биспинорные индексы в (107,2) и (107,4) опущены).

Соотношения (107,2) и (107,4) называют *уравнениями Дайсона*. Их можно получить также и прямым аналитическим вычислением.

Так, для вывода уравнения (107,2) рассмотрим величину

$$(\gamma\hat{p} - m)_{il} \mathcal{G}_{lk}(x - x') = -i(\gamma\hat{p} - m)_{il} \langle 0 | T \psi_l(x) \bar{\psi}_k(x') | 0 \rangle$$

($\hat{p} = i\partial$ — оператор дифференцирования по x). Она вычисляется с помощью (102,5) точно так же, как это было сделано в § 75 при выводе уравнения (75,7) для пропагатора свободных частиц. В результате получим

$$(\gamma\hat{p} - m)_{il} \mathcal{G}_{lk}(x - x') = \\ = -ie\gamma_{il}^y \langle 0 | T A_\nu(x) \psi_l(x) \bar{\psi}_k(x') | 0 \rangle + \delta_{ik} \delta^{(4)}(x - x');$$

δ -функциональный член в правой стороне этого равенства такой же, как в (75,7), поскольку коммутационные соотношения при $t = t'$ для ψ -операторов в гейзенберговском представлении и в представлении взаимодействия одинаковы. Первый же член есть $-ie\gamma_\nu K_{lk}^\nu(x, x, x')$, так что можно написать (снова опуская биспинорные индексы):

$$(\gamma\hat{p} - m) \mathcal{G}(x - x') = -ie\gamma^\mu K_\mu(x, x, x') + \delta^{(4)}(x - x'). \quad (107,5)$$

Для перехода к компонентам Фурье замечаем, что если проинтегрировать определение (106,3) по $d^4 k d^4 p_2 / (2\pi)^8$, то получим

$$\int K^\mu(p+k, p; k) \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} = \int K^\mu(0, 0, x_3) e^{-i p x_3} d^4 x_3 = \\ = \int K^\mu(x, x, x') e^{i p(x-x')} d^4(x-x'), \quad (107,6)$$

откуда видно, что интеграл в левой стороне представляет собой компоненту Фурье функции $K^\mu(x, x, x')$. Таким образом, взяв компоненту Фурье от обеих сторон уравнения (107,5), используя затем определение (106,9) и вспомнив, что $\gamma\hat{p} - m = G^{-1}(p)$, получим

$$G^{-1}(p) \mathcal{G}(p) = 1 - ie^2 \int \gamma^\nu \mathcal{G}(p+k) \Gamma^\mu(p+k, p; k) \mathcal{G}(p) \cdot \mathcal{D}_{\mu\nu}(k) \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}.$$

Наконец, умножив это равенство справа на $\mathcal{G}^{-1}(p)$, придем вновь к уравнению (107,2).