В случае $l \neq 0$ в (123,16) исчезает второй член. Третий же вычисляется с помощью формул, приведенных в § 34. В этом члене имеется зависимость также и от числа j. В результате получим

$$\delta E_{nlj} = \frac{4mc^2Z^4\alpha^5}{3\pi n^3}\left[L_{nl} + \frac{3}{8}\,\frac{j(j+1) - l(l+1) - {}^3/_4}{l(l+1)(2l+1)}\right], \quad l \neq 0. \qquad (123,20)$$

Таким образом, радиационный сдвиг снимает последнее вырождение, оставшееся после учета спин-орбитального взаимодействия, — вырождение уровней с одинаковыми значениями n и j, но разными $l = j \pm {}^1/_2$. Так, числовое значение $L_{21} = +0{,}030$ и из (123,18—20) получается следующая величина для разности уровней $2s_{1/2}$ и $2p_{1/2}$ атома водорода:

$$E_{20^1/_2} - E_{21^1/_2} = 0{,}41 mc^2\alpha^5$$

(этой разности отвечает частота 1050 МГц).

§ 124. Радиационное смещение уровней мезоатомов

В конце § 118 была выяснена существенная роль, которую играет эффект поляризации электронного вакуума в радиационной поправке (второго приближения) к магнитному моменту мюона. Еще важнее этот эффект для радиационного сдвига (уже в первом приближении) уровней μ-мезоводорода — водородоподобной системы из протона и μ-мезона (*А. Д. Галанин, И. Я. Померанчук*, 1952).

В произведенном в предыдущем параграфе расчете сдвига уровней обычного атома был учтен, в частности, эффект поляризации электронного вакуума (электронная петля в диаграмме (121,2,*а*)). Если, аналогичным образом, для мезоатома учитывать эффект поляризации мюонного вакуума, то весь расчет полностью переносится и на этот случай, с заменой лишь везде массы электрона $m = m_e$ массой мюона m_μ. Поскольку относительный сдвиг уровней оказался не зависящим от массы электрона (см. (123,19)), для мезоводорода получился бы тот же самый результат.

Легко видеть, однако, что значительно больший вклад в сдвиг уровней мезоатома внесет эффект поляризации электронного вакуума. Действительно, замена мюонной петли в диаграмме электронной означает замену мюонного поляризационного оператора электронным. Но поляризационный оператор $\mathscr{P}(q^2)$ обратно пропорционален квадрату массы частицы (при нерелятивистских значениях q^2). Ясно поэтому, что указанная замена приведет к увеличению эффекта в $(m_\mu/m_e)^2$ раз. Именно этим вкладом и определится порядок величины сдвига уровней, который будет

$$\frac{\delta E}{|E|} \sim \alpha^3 \left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2,$$

т. е. на четыре порядка больше, чем у обычного водорода[1]). Более наглядно происхождение этого эффекта можно понять, вспомнив, что искажение кулонова потенциала поляризацией электронного вакуума простирается на расстояния $\sim 1/m_e$ (§ 114). В обычном атоме водорода электрон находится на расстояниях от ядра $\sim 1/m_e\alpha$, т. е. вне основной области искажения поля; в мезоводороде же мюон находится на расстояниях $\sim 1/m_\mu\alpha$, как раз попадающих в эту область.

Для точного вычисления сдвига уровней мезоатома нельзя, однако, пользоваться приближенным нерелятивистским выражением для поляризационного оператора, как это было сделано в формуле (123,7), использованной при вычислении сдвига уровней обычного атома. Дело в том, что характерные импульсы мюона в атоме мезоводорода $|\mathbf{p}_\mu| \sim \alpha m_\mu$. Для мюона такие импульсы являются нерелятивистскими, но по отношению к электрону — уже релятивистскими.

Мы должны, следовательно, воспользоваться полным релятивистским выражением (114,5) для эффективного потенциала поля ядра, искаженного поляризацией электронного вакуума. Сдвиг уровня определится путем усреднения по волновой функции мюона в атоме:

$$\delta E_{nl} = -|e| \int |\psi_{nl}|^2 \delta\Phi(r)\, d^3x = -|e| \int_0^\infty R_{nl}^2(r)\, \delta\Phi(r)\, r^2\, dr, \quad (124,1)$$

где R_{nl} — радиальная часть кулоновой (нерелятивистской) волновой функции. Для водородоподобного иона с зарядом ядра $Z|e|$ функции $R_{nl}(r)$ зависят от r лишь в безразмерной комбинации $\rho = Z\alpha m_\mu r$ (расстояние, измеренное в кулоновых единицах). Учтя это и подставив $\delta\Phi(r)$ из (114,5) (с зарядом $Z|e|$ вместо e_1), приведем интеграл (124,1) к виду

$$\delta E_{nl} = -\frac{2}{3\pi} \alpha^3 m_\mu Z Q_{nl}\left(\frac{m_e}{Z\alpha m_\mu}\right), \quad (124,2)$$

где

$$Q_{nl}(x) = \int_0^\infty \rho\, d\rho \int_1^\infty R_{nl}^2(\rho)\, e^{-2x\rho\zeta} \left(1 + \frac{1}{2\zeta^2}\right) \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1}}{\zeta^2}\, d\zeta.$$

[1]) По аналогичной причине вклад поляризации мюонного вакуума в сдвиг уровней обычного атома водорода будет, напротив, пренебрежимо малым.

Так, для нескольких первых уровней мезоводорода численный расчет дает следующие значения относительного сдвига:

$$\frac{\delta E_{10}}{|E_{10}|} = -6{,}4\cdot 10^{-3},\quad \frac{\delta E_{20}}{|E_{20}|} = -2{,}8\cdot 10^{-4},\quad \frac{\delta E_{21}}{|E_{21}|} = -2{,}0\cdot 10^{-5}.$$

§ 125. Релятивистское уравнение для связанных состояний

Метод, примененный в предыдущих параграфах к вычислению радиационного сдвига атомных уровней, неприменим для решения такой задачи, как определение поправок к уровням позитрония — системы из двух равноправных частиц, ни одна из которых не может рассматриваться по отношению к другой как источник внешнего поля.

Систематический метод решения этой задачи основан на том, что уровни энергии связанных состояний являются полюсами точной амплитуды взаимного рассеяния двух частиц (амплитуду нужно рассматривать как функцию суммарной энергии частиц в системе центра инерции). Действительно, позитроний в каждом из своих дискретных состояний можно рассматривать как «промежуточную частицу» определенной массы, через образование которой может идти процесс рассеяния электрона и позитрона; каждому же «одночастичному» промежуточному состоянию отвечает полюс амплитуды рассеяния (разумеется, эти полюсы лежат в нефизической области 4-импульсов рассеивающихся частиц).

Согласно (106,17) точная амплитуда рассеяния строится из точной «четырехвостой» вершинной части $\Gamma_{ik,\,lm}$ и поляризационных амплитуд u частиц. Последние, очевидно, не имеют отношения к полюсным особенностям, и потому удобнее не рассматривать их вовсе, говоря вместо этого о полюсах самой вершинной части, т. е. функции

$$\Gamma_{ik,\,lm}(p'_-,\ -p_+;\ p_-,\ -p'_+), \tag{125,1}$$

где обозначения 4-импульсов внешних концов диаграммы (106,12) отвечают рассеянию позитрона на электроне.

Подчеркнем, что утверждение о наличии полюсов относится именно к точной амплитуде рассеяния или к точной вершинной части; в каждом же отдельном члене ряда теории возмущений полюс отсутствует. Последнее очевидно уже из того, что в фейнмановских диаграммах каждого приближения фигурируют лишь электронные (и фотонные) линии, но не линии «составной частицы» — позитрония как целого. Отсюда в свою очередь следует, что вычисление амплитуды рассеяния вблизи ее полюсов требует суммирования бесконечной последовательности диаграмм. Выясним, какие именно диаграммы входят в эту последовательность.