ГЛАВА XIV

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА АДРОНОВ

§ 138. Электромагнитные формфакторы адронов

До сих пор в этой книге речь шла о квантовой электродинамике частиц, не способных к сильным взаимодействиям, — электронов, позитронов и мюонов. Существует также большое число частиц, участвующих в сильных взаимодействиях; их называют *адронами*[1]). Адронами являются, например, протоны и нейтроны, имеющие спин $1/2$, π-мезоны со спином 0 и другие частицы. Адронами, разумеется, являются и атомные ядра, так как они состоят из протонов и нейтронов.

Построение исчерпывающей электродинамики адронов в рамках существующей теории невозможно. Ясно, что нельзя составить уравнений, определяющих электромагнитные взаимодействия адронов без учета значительно более интенсивных сильных взаимодействий. В частности, без учета последних нельзя установить и явный вид адронного тока, с помощью которого должны описываться взаимодействия в квантовой электродинамике. В этой ситуации адронный ток вводится как феноменологическая величина, структура которой устанавливается лишь исходя из общих кинематических требований, не связанных с какими-либо предположениями о динамике взаимодействий[2]). Оператор же электромагнитного взаимодействия будет иметь попрежнему вид

$$e(\hat{J}\hat{A}), \tag{138,1}$$

где теперь ток обозначен прописной буквой J (в отличие от электронного тока j). Поскольку порядок величины этого взаимодействия задается тем же элементарным зарядом e, можно по-прежнему пользоваться методами теории возмущений[3]).

Установим вид тока перехода между двумя состояниями свободно движущегося адрона (не сопровождающегося каким-либо

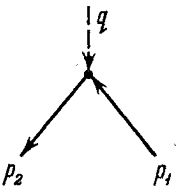
---

[1]) От греческого слова «хадрос», означающего крупный, массивный.

[2]) Вопросы электродинамики адронов, связанные с кварковой моделью, в этой книге не рассматриваются.

[3]) В этой главе e обозначает элементарный заряд ($e > 0$).

превращением самого адрона). Этот ток входит в «треххвостку»



$$(138,2)$$

которая сама может входить как часть в какую-либо более сложную диаграмму (например, упругого рассеяния электрона на адроне). Пунктирная линия в диаграмме (138,2) изображает виртуальный фотон; она не может отвечать реальному фотону, так как свободная частица не может поглотить (или испустить) такой фотон. При этом $q^2 = (p_2 - p_1)^2 < 0$.

Рассмотрим сначала адрон со спином 0. Пусть u_1 и u_2 — волновые амплитуды начального и конечного состояний адрона, в которых он имеет 4-импульсы p_1 и p_2; для частицы со спином 0 эти амплитуды — скаляры (или псевдоскаляры)[1]). Адронный ток перехода J_{fi} между этими двумя состояниями должен быть билинеен по u_1 и u_2^*. Запишем его в виде

$$J_{fi} = u_2^* \Gamma u_1, \tag{138,3}$$

где 4-вектор Γ — неизвестный вершинный оператор (кружок на диаграмме (138,2)). Если положить $u_1 = u_2 = 1$, то будет просто $J_{fi} = \Gamma$.

Универсальным свойством тока в электродинамике, связанным с калибровочной инвариантностью теории, является его сохранение. В импульсном представлении оно выражается ортогональностью тока перехода 4-импульсу фотона $q = p_2 - p_1$:

$$qJ_{fi} = 0. \tag{138,4}$$

В данном случае это значит, что оператор Γ должен иметь вид

$$\Gamma = PF(q^2), \tag{138,5}$$

где $P = p_1 + p_2$, $F(q^2)$ — скалярная функция единственной инвариантной независимой переменной — квадрата q^2. Поскольку род адрона при переходе не меняется, то $p_1^2 = p_2^2 = M^2$ (M — масса адрона), и потому $Pq = 0$.

---

[1]) Напомним, что плоская волна записывается в виде $\psi = \frac{u}{\sqrt{2\varepsilon}} e^{-ipx}$. Нормировке на одну частицу в единичном объеме отвечает (для частиц со спином 0) нормировка скаляра согласно $u^*u = 1$; при этом можно положить просто $u = 1$ (см. § 10). Мы определяем ниже ток перехода по отношению к амплитудам u_1, u_2 в соответствии со способом обозначений, принятым в § 64.

Матричные элементы (138,3) с Г из (138,5) (а с ними и сам оператор $\hat{J}$) — истинные 4-векторы. Поэтому оператор взаимодействия (138,1) — истинный скаляр. Таким образом, электромагнитное взаимодействие адронов со спином 0 оказывается P-инвариантным автоматически. Оно оказывается также и T-инвариантным. Действительно, обращение времени, во-первых, переставляет начальный и конечный 4-импульсы; при этом сумма $P = p_1 + p_2$ не меняется. Во-вторых, обращение времени меняет знак пространственных компонент 4-импульсов, не меняя их временных компонент; но таким же образом преобразуются и компоненты 4-потенциала A, так что произведение $\hat{J}\hat{A}$ не меняется.

Инвариантную функцию $F(q^2)$ называют *электромагнитным формфактором* адрона. В рамках феноменологической теории ее вид, разумеется, не может быть установлен. Можно, однако, утверждать, что эта функция вещественна (в рассматриваемой области $q^2 < 0$). Это следует из тех же соображений, которые были применены в § 116 к формфакторам электрона: при $q^2 < 0$ во всяком случае отсутствуют промежуточные состояния, которые могли бы фигурировать в правой стороне соотношения унитарности; поэтому матрица M_{fi}, а с нею и J_{fi} оказываются эрмитовыми.

При $q = 0$ начальное и конечное состояния совпадают, так что J_{fi} становится диагональным матричным элементом. В частности, $e(J^0)_{ii}/2\varepsilon_i = eF(0)$ есть плотность заряда, совпадающая (нормировка на одну частицу в единичном объеме!) с полным зарядом частицы Ze.

Для электрически нейтральной частицы $F(0) = 0$. Подчеркнем, однако, что это отнюдь не означает еще истинной нейтральности частицы. Если частица истинно нейтральна и обладает определенной зарядовой четностью, то $F(q^2) \equiv 0$ при всех q^2: так как оператор тока зарядово-нечетен (см. § 13), его матричные элементы между двумя состояниями одного и того же адрона равны нулю [1]).

Перейдем к адронам со спином $^1/_2$. В этом случае волновые амплитуды u_1, u_2 — биспиноры и адронный ток имеет вид

$$J_{fi} = \bar{u}_2 \Gamma u_1. \qquad (138,6)$$

[1]) Это не означает, конечно, что такой адрон вообще не взаимодействует с электромагнитным полем. Произведение двух операторов тока, $\hat{J}(x)$, $\hat{J}(x')$, уже зарядово-четно, и его матричные элементы отличны от нуля для переходов между состояниями с одинаковой зарядовой четностью. Поэтому истинно нейтральный адрон может рассеивать фотон, а также испускать одновременно два фотона, т. е. участвовать в процессах более высокого порядка по α.

Из билинейных комбинаций $\bar{u}_2$ и u_1 и 4-векторов p_1, p_2 можно составить как истинные 4-векторные, так и псевдовекторные величины (удовлетворяющие условию (138,4)). Поэтому условие P-инвариантности взаимодействия не удовлетворяется автоматически и должно быть поставлено дополнительно[1]). Как было показано в § 116, при этом условии вершинный оператор содержит два независимых вещественных (при $q^2 < 0$) формфактора. Запишем его теперь в виде

$$\Gamma^\mu = 2M(F_e - F_m)\frac{P^\mu}{P^2} + F_m\gamma^\mu = 2M\left(F_e - \frac{q^2}{4M^2}F_m\right)\frac{P^\mu}{P^2} - \frac{F_m}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\nu =$$
$$= (4M^2F_e - q^2F_m)\frac{\gamma^\mu}{P^2} + \frac{2M}{P^2}(F_e - F_m)\sigma^{\mu\nu}q_\nu, \qquad (138,7)$$

где $F_e(q^2)$ и $F_m(q^2)$ — инвариантные формфакторы (M — масса адрона); в эквивалентности трех написанных выражений легко убедиться с помощью равенств $P^2 + q^2 = 4M^2$ и (116,5)[2]).

Электромагнитные формфакторы относятся к категории инвариантных амплитуд, понятие о которых было введено в § 70. Их можно рассматривать как амплитуды «реакции», представляющей собой (в своем аннигиляционном канале) распад виртуального фотона на адрон и антиадрон. Виртуальный фотон — «частица» со спином 1. В том, что ее распад на две частицы со спином $^1/_2$ должен описываться двумя независимыми амплитудами, легко убедиться и подсчетом соответствующих спиральных амплитуд $\langle\lambda_b\lambda_c|S^J|\lambda_a\rangle$ (см. § 69). Действительно, в силу P-инвариантности четыре отличных от нуля элемента S-матрицы попарно равны друг другу:

$$\langle {}^1/_2{}^1/_2|S^1|1\rangle = \langle -{}^1/_2 - {}^1/_2|S^1| -1\rangle,$$
$$\langle {}^1/_2 - {}^1/_2|S^1|0\rangle = \langle -{}^1/_2\, {}^1/_2|S^1|0\rangle.$$

Требование T-инвариантности (или C-инвариантности — в аннигиляционном канале) не добавляет новых связей между этими элементами. С этим обстоятельством связан тот факт, что

---

[1]) Мы не рассматриваем возможные нарушения сохранения четности в электромагнитных взаимодействиях, связанные с учетом виртуальных слабых взаимодействий.

[2]) Целесообразность определения формфакторов согласно (138,7) (*R. Sachs*, 1962) выяснится ниже. В литературе используются также формфакторы F_1, F_2, определенные аналогично f и g в (116,6), т. е. согласно

$$\Gamma^\mu = F_1\gamma^\mu - \frac{F_2}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\nu.$$

Они связаны с F_e, F_m соотношениями

$$F_e = F_1 + F_2\frac{q^2}{4M^2}, \qquad F_m = F_1 + F_2.$$

взаимодействие, описываемое вершинным оператором (138,7), автоматически оказывается также и T-инвариантным (такая ситуация, однако, не имеет уже места для частиц с более высокими спинами).

При $q \to 0$ члены нулевого и первого (по q) порядка в (138,7):

$$\Gamma^\mu = F_e(0)\gamma^\mu - \frac{1}{2M}[F_m(0) - F_e(0)]\sigma^{\mu\nu}q_\nu. \qquad (138,8)$$

Отсюда видно (см. § 116), что $F_e(0) \equiv Z$ — электрический заряд частицы (в единицах e), а $F_m(0) - F_e(0)$ — ее аномальный магнитный момент (в единицах $e/2M$)[1]).

До сих пор мы пользовались только формфакторами в импульсном пространстве. Этого, разумеется, достаточно для описания наблюдаемых явлений. С чисто иллюстративной целью, однако, можно дать формфакторам и несколько более наглядную интерпретацию, рассматривая их как фурье-образы некоторых функций от координат.

Для этого удобно выбрать систему отсчета, в которой $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$ (так называемая *система Брейта*); это всегда возможно, поскольку $P^2 > 4M^2 > 0$. В этой системе $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \equiv \varepsilon$, так что $P^0 = 2\varepsilon$, а составляющие 4-вектора q равны $q^0 = 0$, $\mathbf{q} = 2\mathbf{p}_2 = -2\mathbf{p}_1$.

Для адрона со спином 0 ток перехода принимает в системе Брейта особенно простую форму:

$$\frac{J^0_{fi}}{2\varepsilon} = F(-\mathbf{q}^2), \quad \mathbf{J} = 0.$$

Отсюда видно, что $F(-\mathbf{q}^2)$ можно истолковать как фурье-образ статического распределения зарядов с плотностью

$$e\rho(\mathbf{r}) = e\frac{1}{(2\pi)^3}\int F(-\mathbf{q}^2)\, e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}\, d^3q. \qquad (138,9)$$

В этом смысле говорят о пространственной электромагнитной структуре частицы: при $F = \text{const} = Z$ было бы $\rho(\mathbf{r}) = Z\delta(\mathbf{r})$; зависимость же формфактора от $\mathbf{q}$ интерпретируется как отклонение распределения заряда от точечного. Подчеркнем, однако, что этой интерпретации не следует придавать буквального смысла. Функция $\rho(\mathbf{r})$ вообще не относится к какой-либо определенной системе отсчета, так как каждому значению $\mathbf{q}$ отвечает своя система.

Лишь в нерелятивистском пределе малых $\mathbf{q}^2 \ll M^2$, когда изменением энергии частицы при рассеянии можно пренебречь,

---

[1]) Так, для протона $F_e(0) = 1$, $F_m(0) - F_e(0) = 1{,}79$. Для нейтрона $F_e(0) = 0$, $F_m(0) = -1{,}91$ (магнитный момент полностью «аномален»).

система Брейта совпадает с системой покоя частицы и не зависит от $\mathbf{q}$. Начальные и конечные состояния частицы в этом приближении одинаковы, так что ток перехода становится диагональным матричным элементом и функция $\rho(\mathbf{r})$ приобретает реальный смысл пространственного распределения зарядов. Для элементарных частиц, однако, характерные значения $|\mathbf{q}|$, на которых существенно меняются формфакторы, лишь немногим меньше M. Поэтому в нерелятивистском пределе для них можно вообще заменить $F(-\mathbf{q}^2)$ на $F(0)$, т. е. рассматривать частицу как точечную. Иная ситуация для ядер. Масса ядра M пропорциональна числу A нуклонов в нем, а характерное значение $|\mathbf{q}| \sim 1/R$, т. е. пропорционально $A^{-1/3}$ (R — радиус ядра). Поэтому для достаточно тяжелых ядер характерные $\mathbf{q}^2 \ll M^2$, и, таким образом, нерелятивистское рассмотрение допустимо во всем существенном интервале; тем самым понятие электромагнитной структуры ядра приобретает вполне определенный смысл.

Для частицы со спином $^1/_2$ из (138,7) получим в системе Брейта

$$J^0_{fi} = (F_e - F_m)\frac{M}{\varepsilon}(\bar{u}_2 u_1) + F_m(\bar{u}_2\gamma^0 u_1) = F_e(\bar{u}_2\gamma^0 u_1), \tag{138,10}$$

$$\mathbf{J}_{fi} = -\frac{1}{2M}F_m[i\mathbf{q}(\bar{u}_2\mathbf{\Sigma}u_1)], \tag{138,11}$$

где $\mathbf{\Sigma}$ — трехмерный оператор (матрица) спина (21,21), а в (138,10) использовано равенство $\varepsilon(\bar{u}_2\gamma^0 u_1) = M(\bar{u}_2 u_1)$, которое легко проверить с помощью уравнений Дирака для u_1 и $\bar{u}_2$ при $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$.

Временна́я компонента тока перехода (138,10) отличается от выражения для «точечной частицы» — электрона множителем $F_e(-\mathbf{q}^2)$. Поэтому можно сказать, что формфактор F_e (его называют *зарядовым*) описывает «пространственное распределение заряда» согласно (138,9).

Аналогичным образом трехмерному вектору (138,11) можно привести в соответствие «пространственное распределение» плотности токов $e\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \operatorname{rot}\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r})$, где

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r}) = \frac{e}{2M}\mathbf{\Sigma}\int F_m(-\mathbf{q}^2)\,e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}\,d^3q$$

представляет собой «плотность магнитного момента». Таким образом, формфактор F_m (его называют *магнитным*) можно интерпретировать как плотность пространственного распределения магнитного момента — разумеется, с теми же оговорками, которые были сделаны выше по поводу распределения заряда. При этом F_m включает в себя как «нормальный» дираковский магнитный момент, так и специфический для адрона «аномальный» момент; «плотности» последнего отвечает разность $F_m - F_e$.

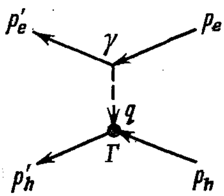
Естественно считать, что особые точки адронных электромагнитных формфакторов, как и электронных, лежат при вещественных положительных значениях аргумента $t = q^2 = -\mathbf{q}^2$. Это позволяет сделать определенные заключения об асимптотическом поведении распределения $\rho(r)$ (и $\mu(r)$) при $r \to \infty$. Именно, такое же преобразование интеграла (138,9), которое было применено в § 114 для перехода от (114,3) к (114,4), приведет к результату, что при больших r будет $\rho(r) \propto e^{-\varkappa_0 r}$, где $\varkappa_0^2$ — абсцисса первой особой точки формфактора $F(q^2)$ (ср. также примеч. на с. 567). Если ближайшая особенность дается порогом образования виртуальным фотоном пары адронов (массы M_0 каждый), то $\varkappa_0 = 2M_0$.

§ 139. Рассеяние электронов адронами

Применим полученные в предыдущем параграфе формулы к упругому рассеянию электрона на адроне. Обозначим начальный и конечный 4-импульсы адрона p_h и p'_h, а 4-импульсы электрона p_e и p'_e; при этом

$$p_e + p_h = p'_e + p'_h. \tag{139,1}$$

Рассматриваемый процесс изображается диаграммой



(139,2)

Испусканию виртуального фотона электроном отвечает обычный вершинный оператор γ; поглощению его адроном — оператор Γ.

Рассмотрим наиболее интересный случай адрона со спином $^1/_2$ (например, рассеяние электрона протоном или нейтроном). Диаграмме (139,2) соответствует амплитуда рассеяния

$$M_{fi} = -4\pi e^2 \frac{1}{q^2} \left(\bar{u}'_e \gamma^\mu u_e\right) \left(\bar{u}'_h \Gamma_\mu u_h\right) \tag{139,3}$$

(в этой главе заряд электрона есть $-e$!). Вычисление сечения по этой амплитуде не представляет принципиальных отличий от произведенных в § 81 вычислений; при этом оператор Γ удобно писать в виде первого из выражений (138,7).