

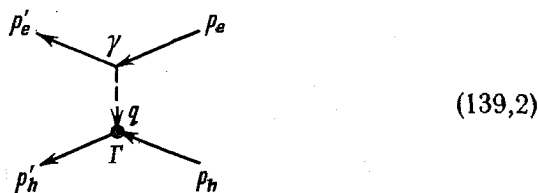
Естественно считать, что особые точки адронных электромагнитных формфакторов, как и электронных, лежат при вещественных положительных значениях аргумента $t = q^2 = -q^2$. Это позволяет сделать определенные заключения об асимптотическом поведении распределения $\rho(r)$ (и $\mu(r)$) при $r \rightarrow \infty$. Именно, такое же преобразование интеграла (138,9), которое было применено в § 114 для перехода от (114,3) к (114,4), приведет к результату, что при больших r будет $\rho(r) \propto e^{-\kappa_0 r}$, где κ_0^2 — абсцисса первой особой точки формфактора $F(q^2)$ (ср. также примеч. на с. 567). Если ближайшая особенность дается порогом образования виртуальным фотоном пары адронов (массы M_0 каждый), то $\kappa_0 = 2M_0$.

§ 139. Рассеяние электронов адронами

Применим полученные в предыдущем параграфе формулы к упругому рассеянию электрона на адроне. Обозначим начальный и конечный 4-импульсы адрона p_h и p'_h , а 4-импульсы электрона p_e и p'_e ; при этом

$$p_e + p_h = p'_e + p'_h. \tag{139,1}$$

Рассматриваемый процесс изображается диаграммой



Испусканию виртуального фотона электроном отвечает обычный вершинный оператор γ ; поглощению его адроном — оператор Γ .

Рассмотрим наиболее интересный случай адрона со спином $1/2$ (например, рассеяние электрона протоном или нейтроном).

Диаграмме (139,2) соответствует амплитуда рассеяния

$$M_{fi} = -4\pi e^2 \frac{1}{q^2} (\bar{u}'_e \gamma^\mu u_e) (\bar{u}'_h \Gamma_\mu u_h) \tag{139,3}$$

(в этой главе заряд электрона есть $-e!$). Вычисление сечения по этой амплитуде не представляет принципиальных отличий от произведенных в § 81 вычислений; при этом оператор Γ удобно писать в виде первого из выражений (138,7).

Для рассеяния неполяризованных частиц получается следующий результат:

$$d\sigma = \frac{\pi\alpha^2 dt}{[s - (M + m)^2][s - (M - m)^2]t^2(1 - t/4M^2)} \times \\ \times \left\{ F_e^2 [(s - u)^2 + (4M^2 - t)t] - \frac{t}{4M^2} F_m^2 [(s - u)^2 - (4M^2 - t)(4m^2 + t)] \right\}. \quad (139,4)$$

Здесь M — масса адрона, m — масса электрона,

$$s = (p_e + p_h)^2, \quad t = q^2 = (p_e - p'_e)^2, \quad u = (p_e - p'_h)^2, \\ s + t + u = 2m^2 + 2M^2.$$

Рассмотрим некоторые предельные случаи.

Для рассеяния электронов на тяжелом ядре представляет интерес случай, когда передача импульса электроном ядру $|q|$ мала по сравнению с массой ядра, но не мала по сравнению с $1/R$ (R — радиус ядра), так что ядро нельзя рассматривать как точечное. В таком случае система центра инерции приближенно совпадает с системой покоя ядра, отдачей ядра можно пренебречь и энергия электрона не меняется. При этом

$$-t = q^2 \ll M^2, \quad \pi |dt| = p_e^2 d\alpha'_e, \quad s - M^2 \approx M^2 - u \approx 2M\epsilon_e$$

и формула (139,4) принимает вид

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 d\alpha'_e}{q^4} (4\epsilon_e^2 - q^2) F_e^2(-q^2). \quad (139,5)$$

В этом приближении в сечении остается лишь член с электрическим формфактором и (139,5) соответствует формуле (80,5), справедливой для рассеяния электрона на статическом распределении зарядов.

При рассеянии электрона на неподвижном нейтроне в том же предельном случае $\epsilon_e \ll M$ (M — масса нейтрона) формфакторы можно заменить их значениями при $q = 0$, поскольку, как уже отмечалось, для отдельного нуклона характерный «радиус» распределения зарядов сравним с $1/M$ ¹⁾. В силу электрической нейтральности нейтрона $F_e(0) = 0$, и сечение принимает вид

$$d\sigma = \alpha\mu^2 \left[\frac{4(\epsilon_e^2 - m^2)}{q^2} + 1 \right] d\alpha'_e = \alpha\mu^2 \left(\frac{1}{\sin^2(\vartheta/2)} + 1 \right) d\alpha'_e, \quad (139,6)$$

где $\mu = \frac{e}{2M} F_m(0)$ — магнитный момент нейтрона, ϑ — угол рассеяния. Эта формула отвечает рассеянию электрона на неподвижном точечном магнитном моменте.

¹⁾ Эмпирическое значение среднеквадратичного «радиуса» нуклона $\approx 3,5/M \approx 1/2m_\pi$ (m_π — масса пиона).

Наконец, напишем формулу для сечения рассеяния ультрарелятивистского электрона на нуклоне при $|\mathbf{q}| \gg m$. Под q^2 мы по-прежнему понимаем квадрат передачи импульса в системе центра инерции, так что инвариант $t = -q^2$. В системе же покоя начального нуклона (лабораторная система) имеем

$$-t \approx 2(p_e p'_e) = 2\varepsilon_e \varepsilon'_e (1 - \cos \vartheta),$$

где $\varepsilon_e, \varepsilon'_e$ — начальная и конечная энергия электрона, а ϑ — угол рассеяния в этой системе. В ультрарелятивистском случае ε'_e связана с ϑ той же формулой, что и при рассеянии фотона (ср. (86,8)):

$$\frac{1}{\varepsilon'_e} - \frac{1}{\varepsilon_e} = \frac{1}{M} (1 - \cos \vartheta).$$

Поэтому имеем

$$-t = \frac{4\varepsilon_e^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}{1 + \frac{2\varepsilon_e}{M} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}, \quad (139,7)$$

$$\pi d |t| = \frac{\varepsilon_e^2 d\vartheta'}{\left(1 + \frac{2\varepsilon_e}{M} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}\right)^2}, \quad (139,8)$$

где $d\vartheta' = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$. В формуле (139,4) можно везде опустить массу электрона m ; выразив все величины через t и $s - M^2 = 2M\varepsilon_e$, получим

$$d\sigma = \frac{\pi \alpha^2 d |t|}{\varepsilon_e^2 t^2} \left\{ F_e^2(t) \left[\frac{(4M\varepsilon_e + t)^2}{4M^2 - t} + t \right] - \frac{t}{4M^2} F_m^2(t) \left[\frac{(4M\varepsilon_e + t)^2}{4M^2 - t} - t \right] \right\}, \quad (139,9)$$

или, используя (139,7—8),

$$d\sigma = d\vartheta'_e \frac{\alpha^2}{4\varepsilon_e^2} \frac{\cos^2 \frac{\vartheta}{2}}{\sin^4 \frac{\vartheta}{2}} \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon_e}{M} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}} \left\{ \frac{F_e^2 - \frac{t}{4M^2} F_m^2}{1 - \frac{t}{4M^2}} - \frac{t}{2M^2} F_m^2 \tan^2 \frac{\vartheta}{2} \right\} \quad (139,10)$$

(*M. Rosenbluth*, 1950).

Обратим внимание на то, что формфакторы F_e и F_m дают независимые вклады в сечение, интерференционные члены отсутствуют. Это оправдывает целесообразность сделанного выбора формфакторов.

Задача

Найти сечение рассеяния электрона на адроне со спином 0.
Решение. Используя (138,5), имеем вместо (139,3)

$$M_{fi} = -\frac{4\pi e^2}{q^2} (\bar{u}'_e (\gamma P_h) u_e) F(q^2).$$

Для сечения получаем

$$d\sigma = \frac{\pi \alpha^2 dt [(s-u)^2 + (4M^2-t)t]}{[s-(M+m)^2][s-(M-m)^2] t^2} F^2(t)$$

(обозначения те же, что и в (139,4)). При $|t| \gg m^2$

$$d\sigma = d\sigma'_e \frac{\alpha^2}{4\varepsilon_e^2} \frac{\cos^2 \frac{\Phi}{2}}{\sin^4 \frac{\Phi}{2}} \frac{F^2(t)}{1 + \frac{2\varepsilon_e}{M} \sin^2 \frac{\Phi}{2}}$$

(обозначения те же, что и в (139,10)).

§ 140. Низкоэнергетическая теорема для тормозного излучения

В § 98 был исследован процесс испускания фотона при столкновении частиц в пределе, когда частота фотона стремится к нулю. Оказалось, что амплитуда процесса обратно пропорциональна ω и простым образом выражается через амплитуду того же столкновения без испускания мягкого фотона (об этой последней мы будем снова говорить условно как об амплитуде «упругого» рассеяния и обозначать ее как $M_{fi}^{(ynp)}$). В следующем по ω приближении будет

$$M_{fi} = M_{fi}^{(-1)} + M_{fi}^{(0)}, \quad (140,1)$$

где к главному члену ($\propto \omega^{-1}$) добавляется не зависящий от ω ($\propto \omega^0$) поправочный член. Мы увидим, что и этот поправочный (как и главный) член может быть выражен через $M_{fi}^{(ynp)}$, причем независимо от деталей электромагнитной структуры адрона. Это утверждение называют *низкоэнергетической теоремой* для тормозного излучения (F. E. Low, 1958).

Мы видели в § 98, что основной вклад в амплитуду испускания мягкого фотона (отвечающий первому члену в (140,1)) возникает от диаграмм, в которых фотон излучается непосредственно начальной или конечной частицей. Это — диаграммы