

(и аналогично для  $\partial/\partial p'_i$ ) и введя дифференциальные операторы

$$\hat{d}_{1\mu} = \frac{p_{1\mu}}{(p_1 k)} k^\nu \frac{\partial}{\partial p_1^\nu} - \frac{\partial}{\partial p_1^\mu} \quad (140,11)$$

(и аналогично  $\hat{d}'_{1\mu}$ ). Тогда

$$M_{fi}^{(0)} = Z_1 e \sqrt{4\pi} e_\mu^* (\hat{d}_1^\mu + \hat{d}'_1{}^\mu) M_{fi}^{(y\text{np})}. \quad (140,12)$$

Сечение определяется квадратом  $|M_{fi}|^2$ ; с требуемой точностью

$$|M_{fi}|^2 = |M_{fi}^{(-1)}|^2 + 2 \operatorname{Re} (M_{fi}^{(-1)} M_{fi}^{(0)*}). \quad (140,13)$$

Второй член дает искомую поправку к сечению излучения. Просуммировав по поляризациям фотона, получим для этой поправки следующее выражение:

$$-4\pi (Z_1 e)^2 \left( \frac{p'}{(p'k)} - \frac{p}{(pk)} \right)^\mu (\hat{d}'_1 + \hat{d}_1)_\mu |M_{fi}^{(y\text{np})}|^2. \quad (140,14)$$

Таким образом, поправка к сечению излучения выражается через сечение упругого процесса и его производную по  $s$ .

Если заряженный адрон имеет спин  $1/2$ , то вся принципиальная сторона вычислений остается прежней. Меняется лишь конкретный вид вершин и пропагаторов. При этом оказывается, что после усреднения по поляризациям адронов и фотона остается справедливой формула (140,14) (Т. Н. Burnett, N. M. Kroll, 1968).

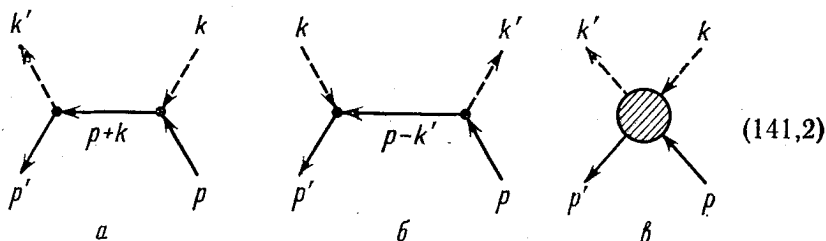
### § 141. Низкоэнергетическая теорема для рассеяния фотона на адроне

В пределе малых частот сечение рассеяния фотона на всякой неподвижной заряженной частице стремится к своему классическому значению, даваемому формулой Томсона. Этому пределу соответствует не зависящая от частоты фотона  $\omega$  амплитуда, которую обозначим  $M_{fi}^{(0)}$ . Оказывается, однако, что и для рассеяния фотона (как и для рассмотренного в предыдущем параграфе тормозного излучения) не зависит от деталей электромагнитной структуры адрона не только этот первый, но и следующий член разложения амплитуды по степеням  $\omega$ :

$$M_{fi} = M_{fi}^{(0)} + M_{fi}^{(1)}, \quad (141,1)$$

где  $M^{(1)} \sim \omega$  (F. E. Low, 1954; M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, 1954).

Рассматриваемый процесс изображается диаграммами трех видов:



из которых первые две снова характеризуются наличием одночастичного промежуточного состояния и потому обладают полюсной особенностью.

Аргументация и принципиальная сторона вычислений остаются теми же, что и в § 140. Достаточно фактически вычислить лишь вклад от полюсных частей диаграмм (141,2, а — б), причем электромагнитные вершины в них выражаются через статические формфакторы (заряд  $Ze$  и аномальный магнитный момент  $\mu_{ан}$ ) согласно (140,15).

Однако, в отличие от случая тормозного излучения, интересующие нас теперь поправки к сечению комптон-эффекта существуют лишь для частиц со спином. Дело в том, что в случае тормозного излучения кроме поправок, связанных со спином, имеются также поправки, связанные с энергетической зависимостью амплитуды «упругого» процесса. Но в данном случае роль последней играют формфакторы, которые для «физических концов» сводятся к постоянным и от энергии не зависят. Поэтому для рассеяния фотона поправки возникают только за счет магнитного момента, отсутствующего у частиц без спина. Ниже мы рассмотрим рассеяние фотона на адроне со спином  $1/2$ .

Понимая под  $M_{fi}$  вклад в амплитуду рассеяния от полюсных диаграмм, имеем (ср. (86,3—4))

$$M_{fi} = -4\pi (Ze)^2 e'_\mu e_\nu (\bar{u}' Q^{\mu\nu} u), \quad (141,3)$$

где

$$Q^{\mu\nu} = (\gamma^\mu + S^{\mu}) \frac{\gamma^p + \gamma^k + M}{s - M^2} (\gamma^\nu - S^\nu) + (\gamma^\nu - S^\nu) \frac{\gamma^p - \gamma^{k'} + M}{u - M^2} (\gamma^\mu + S^\mu), \quad (141,4)$$

$$s = (p + k)^2 = (p' + k')^2, \quad u = (p - k')^2 = (p' - k)^2$$

и для краткости введены обозначения

$$\mu_{ан} \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda = ZeS^\mu, \quad \mu_{ан} \sigma^{\mu\lambda} k'_\lambda = ZeS'^\mu. \quad (141,5)$$

Переставляя операторы  $\gamma\rho + M$  и учитывая уравнения

$$\bar{u}'(\gamma\rho' - M) = (\gamma\rho - M)u = 0,$$

можно преобразовать выражение (141,4) к виду

$$\begin{aligned} Q^{\mu\nu} = & \left[ (\gamma^\mu + S^{\mu\nu}) \frac{(\gamma k) \gamma^\nu + 2p^\nu}{2(pk)} + \frac{\gamma^\nu (\gamma k) - 2p^{\nu\nu}}{2(p'k)} (\gamma^\mu + S^{\mu\nu}) \right] - \\ & - \left[ \frac{\gamma^\mu (\gamma k') + 2p^{\mu\nu}}{2(p'k')} S^\nu + S^\nu \frac{(\gamma k') \gamma^\mu - 2p^\mu}{2(pk')} \right] - \\ & - \left[ S^{\mu\nu} \frac{\gamma\rho + \gamma k + M}{2(pk)} S^\nu - S^\nu \frac{\gamma\rho - \gamma k' + M}{2(pk')} S^{\mu\nu} \right]. \quad (141,6) \end{aligned}$$

Такая форма записи (и аналогичная с переставленными  $k$  и  $k'$ ) делает очевидной калибровочную инвариантность выражения (141,3), условием которой являются равенства

$$k'_\mu (\bar{u}' Q^{\mu\nu} u) = (\bar{u}' Q^{\mu\nu} u) k_\nu = 0, \quad (141,7)$$

(при проверке надо помнить, что  $(\gamma k)(\gamma k) = 0$ ,  $kS = k'S' = 0$ ).

Поскольку полюсная часть амплитуды рассеяния оказывается, таким образом, калибровочно-инвариантной уже сама по себе, должна быть инвариантной сама по себе также и регулярная часть амплитуды, включающая в себя и вклад диаграммы (141, 2, в). Отсюда в свою очередь следует, что разложение этой части по степеням  $k$  и  $k'$  должно начинаться с квадратичных членов (ср. аналогичное замечание в связи с условием (127,5)). Другими словами, регулярная часть амплитуды содержит лишь члены, начиная с пропорциональных  $\omega\omega' \sim \omega^2$ , т. е. не дает никакого вклада в интересующие нас члены, пропорциональные  $\omega^0$  и  $\omega^1$ . Все последние содержатся, следовательно, в выражении (141,3).

Для их фактического вычисления выбираем лабораторную систему отсчета, в которой покоится начальный адрон. Для фотонов же выбираем трехмерно поперечную калибровку, в которой  $e_0 = e'_0 = 0$ . Тогда  $(pe) = 0$ ,  $(p'e'') \sim |p'| \sim \omega$ , и из (141,6) видно, что первые члены разложения  $M_{fi}$  будут пропорциональны  $\omega^0$ , а члены, содержащие  $\mu_{an}$ , дадут вклад лишь в члены, пропорциональные  $\omega^1$ .

Волновые амплитуды начального и конечного адронов в лабораторной системе отсчета с нужной точностью имеют вид

$$u = \sqrt{2M} \begin{pmatrix} \omega \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{u}' = \sqrt{2M} \left( \omega'^*, -\frac{\omega'^*}{2M} (\mathbf{k} - \mathbf{k}') \sigma \right),$$

где  $\omega, \omega'$  — 3-спиноры.

Прямое вычисление приводит к следующему результату:

$$M_{fi}^{(0)} = -8\pi (Ze)^2 (\mathbf{e}'^* \mathbf{e}) (\omega'^* \omega), \quad (141,8)$$

$$M_{fi}^{(1)} = -16\pi i M \mu_{\text{ан}}^2 \omega (\omega'^* \sigma \omega) [ [\mathbf{n}' \mathbf{e}'^*] [\mathbf{n} \mathbf{e}] ] - \\ - 4\pi i Ze \mu_{\text{ан}} \omega (\omega'^* \sigma \omega) \{ \mathbf{n} ([\mathbf{n} \mathbf{e}] \mathbf{e}'^*) + [\mathbf{n} \mathbf{e}] (\mathbf{n} \mathbf{e}'^*) - \\ - \mathbf{n}' ([\mathbf{n}' \mathbf{e}'^*] \mathbf{e}) - [\mathbf{n}' \mathbf{e}'^*] (\mathbf{n} \mathbf{e}) - 2[\mathbf{e}'^* \mathbf{e}] \}, \quad (141,9)$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{k}/\omega$ ,  $\mathbf{n}' = \mathbf{k}'/\omega'$ .

Сечение рассеяния

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi^2} |M_{fi}|^2 \frac{\omega'^2}{M^2 \omega^2} d\omega' \quad (141,10)$$

(см. (64,19)). Для рассеяния на заряженной частице отличны от нуля как  $M_{fi}^{(1)}$ , так и  $M_{fi}^{(0)}$ . Принятая точность допускает при этом сохранение в квадрате  $|M_{fi}|^2$  членов  $|M_{fi}^{(0)}|^2$  и  $\text{Re}(M_{fi}^{(0)} M_{fi}^{(1)*})$ . Первый дает томсоновское сечение. Второй же обращается в нуль при усреднении по поляризациям фотонов и адронов. Поэтому при рассеянии на заряженном адроне рассматриваемые поправки проявляются только в поляризационных эффектах.

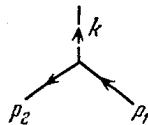
Для рассеяния же на электрически нейтральном адроне  $M_{fi}^{(0)} = 0$  и сечение определяется квадратом  $|M_{fi}^{(1)}|^2$ . После усреднения по поляризациям начальных и суммирования по поляризациям конечных частиц оно оказывается равным (в обычных единицах)

$$d\sigma = \frac{2\mu^4 \omega^2}{\hbar^2 c^4} (2 + \sin^2 \theta) d\theta, \quad (141,11)$$

где  $\theta$  — угол рассеяния фотона, а аномальный магнитный момент совпадает с полным моментом  $\mu$ . Отметим, что по своей угловой зависимости это сечение соответствует случаю антисимметрического рассеяния (см. задачу 2 к § 60).

## § 142. Мультипольные моменты адронов

Рассмотрим теперь ток перехода, соответствующий такой же, как (138,2), диаграмме



(142,1)

в которой, однако, линии  $p_1$  и  $p_2$  отвечают различным частицам (массы  $M_1$  и  $M_2$ ); фотонную линию  $k = p_1 - p_2$  будет удобнее представлять здесь исходящей из вершины. При этом фотон мо-