

Прямое вычисление приводит к следующему результату:

$$M_{fi}^{(0)} = -8\pi (Ze)^2 (\mathbf{e}'^* \mathbf{e}) (\omega'^* \omega), \quad (141,8)$$

$$M_{fi}^{(1)} = -16\pi i M \mu_{\text{ан}}^2 \omega (\omega'^* \sigma \omega) [[\mathbf{n}' \mathbf{e}'^*] [\mathbf{n} \mathbf{e}]] - \\ - 4\pi i Ze \mu_{\text{ан}} \omega (\omega'^* \sigma \omega) \{ \mathbf{n} ([\mathbf{n} \mathbf{e}] \mathbf{e}'^*) + [\mathbf{n} \mathbf{e}] (\mathbf{n} \mathbf{e}'^*) - \\ - \mathbf{n}' ([\mathbf{n}' \mathbf{e}'^*] \mathbf{e}) - [\mathbf{n}' \mathbf{e}'^*] (\mathbf{n} \mathbf{e}) - 2[\mathbf{e}'^* \mathbf{e}] \}, \quad (141,9)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{k}/\omega$, $\mathbf{n}' = \mathbf{k}'/\omega'$.

Сечение рассеяния

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi^2} |M_{fi}|^2 \frac{\omega'^2}{M^2 \omega^2} d\omega' \quad (141,10)$$

(см. (64,19)). Для рассеяния на заряженной частице отличны от нуля как $M_{fi}^{(1)}$, так и $M_{fi}^{(0)}$. Принятая точность допускает при этом сохранение в квадрате $|M_{fi}|^2$ членов $|M_{fi}^{(0)}|^2$ и $\text{Re}(M_{fi}^{(0)} M_{fi}^{(1)*})$. Первый дает томсоновское сечение. Второй же обращается в нуль при усреднении по поляризациям фотонов и адронов. Поэтому при рассеянии на заряженном адроне рассматриваемые поправки проявляются только в поляризационных эффектах.

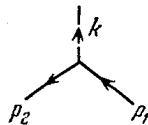
Для рассеяния же на электрически нейтральном адроне $M_{fi}^{(0)} = 0$ и сечение определяется квадратом $|M_{fi}^{(1)}|^2$. После усреднения по поляризациям начальных и суммирования по поляризациям конечных частиц оно оказывается равным (в обычных единицах)

$$d\sigma = \frac{2\mu^4 \omega^2}{\hbar^2 c^4} (2 + \sin^2 \theta) d\theta, \quad (141,11)$$

где θ — угол рассеяния фотона, а аномальный магнитный момент совпадает с полным моментом μ . Отметим, что по своей угловой зависимости это сечение соответствует случаю антисимметрического рассеяния (см. задачу 2 к § 60).

§ 142. Мультипольные моменты адронов

Рассмотрим теперь ток перехода, соответствующий такой же, как (138,2), диаграмме



(142,1)

в которой, однако, линии p_1 и p_2 отвечают различным частицам (массы M_1 и M_2); фотонную линию $k = p_1 - p_2$ будет удобнее представлять здесь исходящей из вершины. При этом фотон мо-

жет быть теперь как виртуальным, так и реальным: должно быть лишь $k^2 < (M_1 - M_2)^2$, так что значение $k^2 = 0$ допустимо. Таким образом, применения рассматриваемой диаграммы включают в себя, в частности, процессы испускания фотона при превращениях частиц, в том числе ядер (в последнем случае начальной и конечной частицами является ядро в различных состояниях).

В связи с поставленным вопросом наиболее интересен случай, когда длина волны фотона велика по сравнению с характерными «размерами» частицы (т. е. размерами, входящими в ее формфакторы; для ядра они совпадают, конечно, с его «радиусом»). Тогда ток перехода может быть разложен по степеням k^1 .

Отметим прежде всего, что должно быть

$$J_{fi} = 0 \quad \text{при} \quad k = 0. \quad (142,2)$$

Действительно, пределу $k \rightarrow 0$ отвечает постоянный в пространстве и времени потенциал. Но такой потенциал не имеет физического значения и не может являться причиной каких-либо реальных процессов. К этому же выводу можно подойти и с более формальной точки зрения: рассмотренные в § 138 токи были отличны от нуля при $k = 0$ за счет членов, пропорциональных 4-вектору $P = p_1 + p_2$; но при $M_1 \neq M_2$ произведение $(Pk) \neq 0$, так что такие члены запрещены условием поперечности тока.

Запишем условие поперечности тока $J_{fi} = (\rho_{fi}, \mathbf{J}_{fi})$ в трехмерном виде:

$$\mathbf{k} \mathbf{J}_{fi} = \omega \rho_{fi}. \quad (142,3)$$

Этому условию можно удовлетворить двумя способами:

$$\mathbf{J}_{fi} = \omega \mathbf{v}(\mathbf{k}, \omega), \quad \rho_{fi} = k \mathbf{v}(\mathbf{k}, \omega) \quad (142,4)$$

или

$$\mathbf{J}_{fi} = [\mathbf{k} \mathbf{a}(\mathbf{k}, \omega)], \quad \rho_{fi} = 0. \quad (142,5)$$

Здесь \mathbf{v} — некоторый полярный, а \mathbf{a} — аксиальный векторы. В первом случае говорят о токе электрического, а во втором — магнитного типа. Согласно (142,2) \mathbf{v} и \mathbf{a} при $\mathbf{k}, \omega \rightarrow 0$ остаются конечными или обращаются в нуль.

Пусть энергия фотона $\omega \ll M_1$. Тогда можно пренебречь эффектом отдачи и считать покоящейся (в системе покоя частицы M_1) также и конечную частицу M_2 ; при этом ω становится заданной величиной: $\omega = M_1 - M_2$. Состояния покоящихся частиц M_1 и M_2 характеризуются трехмерными спинорами ω_1 и ω_2 рангов $2s_1$ и $2s_2$, где s_1 и s_2 — спины частиц. Ток перехода должен

4) Ниже мы следуем методике, предложенной В. Б. Берестецким (1948).

быть билинейной комбинацией ω_1 и ω_2^* . Из произведений компонент этих спиноров можно составить неприводимые тензоры рангов $l = s_1 + s_2, \dots, |s_1 - s_2|$ (при заданном l это будет истинный или псевдотензор в зависимости от внутренних четностей частиц M_1 и M_2). Кроме этих тензоров в нашем распоряжении имеется только вектор \mathbf{k} . Чтобы построить первый член разложения тока по степеням \mathbf{k} , надо с помощью этих величин составить вектор как можно более низкой степени по \mathbf{k} . Мы достигнем этой цели, взяв тензор наименьшего ранга и умножив его скалярно $l-1$ раз на вектор \mathbf{k} . Это и будет полярный вектор \mathbf{v} или аксиальный вектор \mathbf{a} .

Пусть Q_{lm} — сферические компоненты тензора, составленного из волновых амплитуд частиц. Сферические же компоненты тензора ранга $l-1$, составленного из компонент \mathbf{k} , равны $|\mathbf{k}|^{l-1} Y_{l-1, m}(\mathbf{n})$, где $\mathbf{n} = \mathbf{k}/\omega$. По общему правилу сложения сферических тензоров (см. III (107,3)) сферические компоненты вектора \mathbf{v} можно написать в виде

$$\begin{aligned} v_\lambda = & (-1)^{\lambda+1} i^l \frac{\sqrt{4\pi}}{(2l-1)!!} \sqrt{\frac{2l+1}{l}} |\mathbf{k}|^{l-1} \times \\ & \times \sum_m \begin{pmatrix} l-1 & 1 & l \\ \lambda+m & -\lambda & -m \end{pmatrix} Q_{l, -m} Y_{l-1, \lambda+m}(\mathbf{n}), \end{aligned}$$

где λ пробегает значения $0, \pm 1$ (о выборе общего множителя см. ниже). Используя формулы (7,16), можно выразить \mathbf{v} через шаровые векторы:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} = & i^l \frac{\sqrt{4\pi} |\mathbf{k}|^{l-1}}{(2l-1)!! \sqrt{l(2l+1)}} \sum_m (-1)^{l-m} Q_{l, -m} \times \\ & \times [\sqrt{l+1} \mathbf{Y}_{lm}^{(s)}(\mathbf{n}) + \sqrt{l} \mathbf{Y}_{lm}^{(n)}(\mathbf{n})]. \quad (142,6) \end{aligned}$$

Подставив в (142,4), найдем El -ток перехода:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{fi} = & i^l \frac{\sqrt{4\pi} \omega |\mathbf{k}|^{l-1}}{(2l-1)!! \sqrt{l(2l+1)}} \sum_m (-1)^{l-m} Q_{l, -m}^{(s)} \times \\ & \times [\sqrt{l+1} \mathbf{Y}_{lm}^{(s)}(\mathbf{n}) + \sqrt{l} \mathbf{Y}_{lm}^{(n)}(\mathbf{n})], \quad (142,7) \end{aligned}$$

$$\rho_{fi} = i^l \frac{\sqrt{4\pi} |\mathbf{k}|^l}{(2l-1)!! \sqrt{2l+1}} \sum_m (-1)^{l-m} Q_{l, -m}^{(s)} Y_{lm}(\mathbf{n}) \quad (142,8)$$

(мы различаем везде $|\mathbf{k}|$ и ω , имея в виду возможные применения как к реальным, так и к виртуальным фотонам, для которых эти величины не совпадают).

В (142,7—8) подразумевается, что сферический тензор Q_{lm} (обозначенный здесь $Q_{lm}^{(s)}$) — истинный тензор. Если же это

псевдотензор (в таком случае обозначим его $Q_{lm}^{(M)}$), то формула (142,6) определит псевдовектор \mathbf{a} . Подстановка в (142,5) дает тогда Ml -ток перехода:

$$\mathbf{J}_{fi} = i^l \frac{\sqrt{4\pi}}{(2l-1)!!} \sqrt{\frac{l+1}{l(2l+1)}} |\mathbf{k}|^l \sum_m (-1)^{l-m} Q_{l,-m}^{(M)} \mathbf{Y}_{lm}^{(M)}(\mathbf{n}), \quad (142,9)$$

$$\rho_{fi} = 0.$$

Величины $Q_{lm}^{(S)}$ и $Q_{lm}^{(M)}$ представляют собой адронные электрические и магнитные мультипольные моменты перехода. Их роль в электродинамике адронов вполне аналогична роли соответствующих величин в электродинамике электронов. В то время, однако, как для электронных систем эти моменты могут быть, в принципе, вычислены по волновым функциям (как матричные элементы соответствующих операторов), в электродинамике адронов они выступают как феноменологические величины, значения которых находятся из опыта.

Нормировка этих величин в (142,7—9) выбрана в соответствии с их определением в § 46. В этом можно убедиться, рассматривая токи (142,7—9) как компоненты Фурье тока перехода в координатном представлении. Так, разложив множитель $e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ в интеграле

$$\rho_{fi}(\mathbf{k}) = \int \rho_{fi}(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3x \quad (142,10)$$

с помощью формулы (46,3), получим

$$\rho_{fi}(\mathbf{k}) = 4\pi i^l \sum_{l,m} Y_{lm}(\mathbf{n}) \int \rho_{fi}(\mathbf{r}) Y_{lm}^* \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) g_l(|\mathbf{k}|r) d^3x.$$

Оставив здесь член с наименьшим l , для которого интеграл отличен от нуля, и заменив функцию $g_l(|\mathbf{k}|r)$ при $|\mathbf{k}|r \ll 1$ ее первым членом разложения (46,5), мы вернемся к формуле (142,9), причем

$$Q_{lm}^{(S)} = \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \int r^l \rho_{fi}(\mathbf{r}) Y_{lm} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right) d^3x \quad (142,11)$$

в соответствии с определением (46,7).

Покажем также, что при применении к испусканию реального фотона полученные формулы приводят к уже известным нам результатам.

Амплитуда перехода с испусканием фотона с импульсом $\mathbf{k} = \omega\mathbf{n}$ и поляризацией $\mathbf{e} = (0, \mathbf{e})$:

$$M_{fi} = -e \sqrt{4\pi} \mathbf{e}^* \mathbf{J}_{fi}. \quad (142,12)$$

Если в начальном и конечном состояниях ядро обладает определенным значением проекции момента (M_i и M_f), то в сумме

по m в (142,7—9) остается лишь по одному члену: $m = M_i - M_f$. Поскольку согласно (16,23) произведения $Y_{lm}^{(s)} e^{(\lambda)*}$ или $Y_{lm}^{(m)} e^{(\lambda)*}$ ($\lambda = \pm 1$ — спиральность фотона, $e^{(\lambda)} \perp \mathbf{n}$) пропорциональны $D_{\lambda m}^k$, мы возвращаемся к формулам, рассмотренным в § 48.

Дифференциальная вероятность излучения¹⁾

$$dw = 2\pi\delta[\omega - (E_i - E_f)] |M_{fi}|^2 \frac{d^3k}{2\omega(2\pi)^3} \quad (142,13)$$

(E_i, E_f — начальная и конечная энергия ядра). Полная вероятность получится суммированием по поляризациям и интегрированием по d^3k . Подставив (142,7) или (142,9) в (142,12) и затем в (142,13) и произведя указанные действия, мы вернемся к формуле (46,9) (или (47,2)).

Формулы (142,7—9) включают в себя все случаи, которые могут иметь место для испускания реального фотона. Для виртуальных же фотонов возможен еще и другой случай, не описываемый этими формулами (*R. H. Fowler, 1930*).

Если спины и четности начального и конечного состояний ядра одинаковы, то из их волновых амплитуд можно составить скаляр Q_0 , а с его помощью — ток перехода вида

$$\rho_{fi} = Q_0 k^2, \quad \mathbf{J}_{fi} = Q_0 \omega \mathbf{k}. \quad (142,14)$$

Величину Q_0 называют *монопольным* ($E0$) моментом перехода. Для испускания реального фотона соответствующая амплитуда перехода обращается в нуль (так как $\mathbf{e}^* \mathbf{k} = 0$). Монопольный ток, однако, может быть источником переходов, связанных с испусканием виртуального фотона. Более того, он является единственным таким источником при $s_1 = s_2 = 0$, когда все мультипольные моменты равны нулю.

По своей зависимости от ω и \mathbf{k} монопольный ток (142,14) аналогичен электрическому квадрупольному. Соответственно и момент Q_0 представляет собой величину того же порядка, что и квадрупольный момент. К этому заключению можно прийти также и путем истолкования (142,14) как компоненты Фурье тока в координатном представлении. Разложив в (142,10) множитель $e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ по степеням $\mathbf{k}\mathbf{r}$ и положив функцию $\rho_{fi}(\mathbf{r})$ сферически-симметричной, получим

$$\rho_{fi}(\mathbf{k}) = -\frac{1}{6} k^2 \int \rho_{fi}(r) r^2 d^3x.$$

¹⁾ Множитель $2\pi\delta$ в этой формуле вместо $(2\pi)^4 \delta^{(4)}$ в (64,11) связан с тем, что при пренебрежении отдачей ядра импульс не сохраняется, так что остается лишь сохранение энергии.

Сравнив с (142,14), найдем

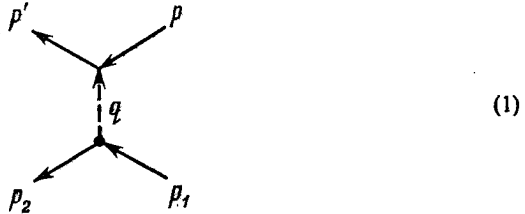
$$Q_0 = -\frac{1}{6} \int \rho_{fi}(r) r^2 d^3x. \quad (142,15)$$

Сходство этой величины с квадрупольным моментом очевидно.

Задачи

1. Найти вероятность ионизации атома из K -оболочки за счет энергии возбуждения ядра ω (так называемая внутренняя конверсия γ -излучения) при ядерном $M1$ -переходе в пренебрежении энергией связи электрона в атоме и влиянием поля ядра на его волновые функции¹⁾.

Решение. Процесс описывается диаграммой



где p_1 и p_2 относятся к неподвижному ядру в различных состояниях, а $p = (m, 0)$ и $p' = (m + \omega, p')$ — 4-импульсы начального и конечного электронов. Этой диаграмме отвечает амплитуда

$$M_{fi} = -e^2 \frac{4\pi}{q^2} \bar{u}(p') (\gamma J_{fi}) u(p),$$

где J_{fi} — ток перехода ядра. После суммирования по конечным и усреднения по начальным поляризациям электрона получим

$$\frac{1}{2} \sum_{\text{поля}} |M_{fi}|^2 = e^4 \frac{16\pi^2}{(q^2)^2} \{q^2 (J_{fi} J_{fi}^*) + 4 (J_{fi} p) (J_{fi}^* p)\}$$

(использовано, что $J_{fi} q = 0$ и поэтому $J_{fi} p = J_{fi} p'$). Вероятность конверсии вычисляется как

$$dw_{\text{конв}} = 2 |\psi_i(0)|^2 \left(\frac{|p|}{m} d\sigma \right)_{p \rightarrow 0},$$

где $d\sigma$ — сечение рассеяния, изображенного диаграммой (1) с $p = (e, p)$, а ψ_i — волновая функция атомного электрона; для K -электрона

$$|\psi_i(0)|^2 = (Z\alpha m)^3 / \pi.$$

¹⁾ Это приближение требует малости заряда ядра и достаточно больших энергий возбуждения ω (в то же время $1/\omega$ предполагается большим по сравнению с размерами ядра). Фактически такое приближение малоудовлетворительно, и более точное вычисление требует учета кулонова поля ядра.

Множитель 2 учитывает два электрона в K -оболочке атома. Сечение $d\sigma$ вычисляется как

$$d\sigma = 2\pi\delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon') |M_{fi}|^2 \frac{d^3p'}{2|\mathbf{p}'|2\varepsilon'(2\pi)^3}$$

(ср. примеч. на с. 713).

Для Ml -переходов ток J_{fi} надо взять из (142,9). Интегрирование $d\omega_{\text{конв}}$ по $d\varepsilon'$ устраняет δ -функцию, а интегрирование по do' обращает квадрат $|Y_{lm}^{(m)}|^2$ в 1. В результате вероятность конверсии окажется выраженной через квадрат $|Q_{l,-m}^{(m)}|^2$. Но через эту же величину выражается согласно (46,9) вероятность ω_{γ} спонтанного излучения фотона при том же ядерном переходе. Окончательно получается

$$\frac{\omega_{\text{конв}}}{\omega_{\gamma}} = 2\alpha (Z\alpha)^3 \frac{m}{\omega} \left(1 + \frac{2m}{\omega}\right)^{l+1/2}$$

(это отношение называют коэффициентом конверсии).

2. То же для ядерного El -перехода.

Решение. Тем же способом с током перехода из (142,7—8) получается

$$\frac{\omega_{\text{конв}}}{\omega_{\gamma}} = 2\alpha (Z\alpha)^3 \left(1 + \frac{4l}{l+1} \frac{m^2}{\omega^2}\right) \left(1 + \frac{2m}{\omega}\right)^{l-1/2} \frac{m}{\omega}.$$

3. То же для монополярного перехода ядра.

Решение. С током перехода из (142,14) получается

$$\omega_{\text{конв}} = 4\alpha^2 (Z\alpha)^3 m^3 \omega^2 \left(1 + \frac{2m}{\omega}\right)^{3/2} |Q_0|^2.$$

Поскольку монополярное испускание фотона невозможно, исключить отсюда $|Q_0|^2$ нельзя.

§ 143. Неупругое рассеяние электронов адронами

В § 139 было рассмотрено упругое рассеяние электронов адронами. Аналогичным образом может быть поставлена задача о неупругом рассеянии. Отличие состоит в том, что конечное адронное состояние будет теперь отвечать другому адрону или же совокупности адронов. Закон сохранения импульса (139,1) останется в силе, если под p'_h подразумевать 4-импульс конечного адрона или суммарный 4-импульс всей образовавшейся в процессе рассеяния совокупности адронов. Таким образом, теперь $p_h'^2 \neq p_h^2 = M^2$, где M — масса начального адрона.

С этим отличием процесс неупругого рассеяния описывается той же диаграммой (139,2). Нижнюю вершину этой диаграммы мы обозначим J_{fi} , как это делалось в § 138. Однако в отличие от (138,3) или (138,6) мы не будем выражать ток перехода через вершинный оператор и амплитуды состояний, чтобы не фиксировать заранее характер конечного адронного состояния.