

Множитель 2 учитывает два электрона в K -оболочке атома. Сечение $d\sigma$ вычисляется как

$$d\sigma = 2\pi\delta(\varepsilon + \omega - \varepsilon') |M_{fi}|^2 \frac{d^3p'}{2|\mathbf{p}'|2\varepsilon'(2\pi)^3}$$

(ср. примеч. на с. 713).

Для Ml -переходов ток J_{fi} надо взять из (142,9). Интегрирование $d\omega_{\text{конв}}$ по $d\varepsilon'$ устраняет δ -функцию, а интегрирование по do' обращает квадрат $|Y_{lm}^{(m)}|^2$ в 1. В результате вероятность конверсии окажется выраженной через квадрат $|Q_{l,-m}^{(m)}|^2$. Но через эту же величину выражается согласно (46,9) вероятность ω_γ спонтанного излучения фотона при том же ядерном переходе. Окончательно получается

$$\frac{\omega_{\text{конв}}}{\omega_\gamma} = 2\alpha (Z\alpha)^3 \frac{m}{\omega} \left(1 + \frac{2m}{\omega}\right)^{l+1/2}$$

(это отношение называют коэффициентом конверсии).

2. То же для ядерного El -перехода.

Решение. Тем же способом с током перехода из (142,7—8) получается

$$\frac{\omega_{\text{конв}}}{\omega_\gamma} = 2\alpha (Z\alpha)^3 \left(1 + \frac{4l}{l+1} \frac{m^2}{\omega^2}\right) \left(1 + \frac{2m}{\omega}\right)^{l-1/2} \frac{m}{\omega}.$$

3. То же для монополярного перехода ядра.

Решение. С током перехода из (142,14) получается

$$\omega_{\text{конв}} = 4\alpha^2 (Z\alpha)^3 m^3 \omega^2 \left(1 + \frac{2m}{\omega}\right)^{3/2} |Q_0|^2.$$

Поскольку монополярное испускание фотона невозможно, исключить отсюда $|Q_0|^2$ нельзя.

§ 143. Неупругое рассеяние электронов адронами

В § 139 было рассмотрено упругое рассеяние электронов адронами. Аналогичным образом может быть поставлена задача о неупругом рассеянии. Отличие состоит в том, что конечное адронное состояние будет теперь отвечать другому адрону или же совокупности адронов. Закон сохранения импульса (139,1) останется в силе, если под p'_h подразумевать 4-импульс конечного адрона или суммарный 4-импульс всей образовавшейся в процессе рассеяния совокупности адронов. Таким образом, теперь $p_h'^2 \neq p_h^2 = M^2$, где M — масса начального адрона.

С этим отличием процесс неупругого рассеяния описывается той же диаграммой (139,2). Нижнюю вершину этой диаграммы мы обозначим J_{fi} , как это делалось в § 138. Однако в отличие от (138,3) или (138,6) мы не будем выражать ток перехода через вершинный оператор и амплитуды состояний, чтобы не фиксировать заранее характер конечного адронного состояния.

Теперь можно записать амплитуду рассеяния в аналогичном (139,3) виде:

$$M_{fi} = - \frac{4\pi e^2}{(p_e - p'_e)^2} (\bar{u}'_e \gamma_\mu u_e) J_{fi}^\mu \quad (143,1)$$

(такая амплитуда уже использовалась в задаче 1 к § 142, где рассматривалась передача энергии электрону; аналогичную структуру имеет амплитуда в задаче о возбуждении ядер электронами).

Будем считать энергию начального электрона достаточно большой, чтобы в конечном состоянии могло образоваться большое число адронов. Мы будем интересоваться так называемым *инклюзивным* сечением, отвечающим тому, что в конечном состоянии фиксируется только импульс электрона, а по всем адронным состояниям произведено суммирование. Такое дифференциальное сечение запишем, в соответствии с формулами § 64, в виде

$$d\sigma = \frac{d^3 p'_e}{4I (2\pi)^3 2\varepsilon'_e} \sum_f (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_h + p'_f - p_e - p'_e) |M_{fi}|^2. \quad (143,2)$$

Инклюзивное сечение может зависеть лишь от трех кинематических инвариантов, которые могут быть определены путем измерений, производимых только над электронами. Таких инвариантов существует три:

$$t = q^2 \equiv (p_e - p'_e)^2, \quad s = (p_e + p_h)^2 \quad (143,3)$$

и $p_h'^2$. Необходимость учета третьего инварианта связана с тем, что в отличие от упругого рассеяния $p_h'^2$ — «масса» конечного адронного состояния — теперь не задана. Вместо $p_h'^2$ удобно, однако, пользоваться инвариантом

$$v = qp_h. \quad (143,4)$$

Связь между v и $p_h'^2$ следует из равенства $p_h' = p_h + q$:

$$p_h'^2 = M^2 + t + 2v. \quad (143,5)$$

Если начальный адрон стабилен (например, протон), то энергия покоя конечного состояния больше чем M , т. е. $p_h'^2 \geq M^2$, и из (143,5) следует (ввиду того, что $t < 0$):

$$v \geq |t|/2 \quad (143,6)$$

(знак равенства отвечает упругому рассеянию).

Кинематические инварианты можно выразить через энергии электрона в начальном и конечном состояниях ϵ_e и ϵ'_e и угол рассеяния θ . Ниже будем считать электрон ультрарелятивистским ($\epsilon_e \gg m$, $\epsilon'_e \gg m$) и пренебрегать его массой. Тогда в системе покоя начального адрона (лабораторная система) получим

$$t = -4\epsilon_e \epsilon'_e \sin^2(\theta/2), \quad v = M(\epsilon_e - \epsilon'_e), \quad s - M^2 = 2M\epsilon_e. \quad (143,7)$$

Подставив (143,1) в (143,2) и выполнив обычным образом суммирование по поляризациям электронов, получим сечение рассеяния неполяризованных электронов. Запишем его в виде

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{(q^2)^2} \frac{d^3 p'_e}{(2\pi)^3 8M\epsilon_e \epsilon'_e} \omega_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (143,8)$$

или

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{(q^2)^2} \frac{dt dv}{4(p_h p_e)^2} \omega_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (143,9)$$

где

$$\omega_{\mu\nu} = 4p_{e\mu} p'_{e\nu} - 2(p_{e\mu} q_\nu + p_{e\nu} q_\mu) + q^2 g_{\mu\nu}, \quad (143,10)$$

$$W^{\mu\nu} = \sum_f (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p'_h - p_h - q) J_{fi}^\mu J_{fi}^{\nu*}. \quad (143,11)$$

Тензор $W^{\mu\nu}$, конечно, существенно зависит от свойств адронных токов, и мы можем в общем случае только поставить задачу о его феноменологической структуре, аналогичную задаче о формфакторах адронов. Прежде всего, воспользуемся тем, что тензорная структура $W^{\mu\nu}$ должна определяться только 4-векторами, имеющими отношение к нижней вершине диаграммы (139,2), т. е. p_h и q . Из них (а также метрического тензора $g_{\mu\nu}$) можно составить всего пять независимых тензоров. Требование инвариантности относительно обращения времени сводится к требованию симметричности тензора; таких тензоров можно построить четыре. Наконец, условие сохранения тока, т. е.

$$W^{\mu\nu} q_\nu = 0, \quad W^{\mu\nu} q_\mu = 0,$$

сводит число независимых тензоров к двум. Их можно выбрать в виде

$$\tau_{\mu\nu}^{(1)} = \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}, \quad \tau_{\mu\nu}^{(2)} = \left(p_{h\mu} - \frac{v}{t} q_\mu\right) \left(p_{h\nu} - \frac{v}{t} q_\nu\right) \quad (143,12)$$

и записать $W_{\mu\nu}$ как

$$W_{\mu\nu} = 4\pi M W_1 \tau_{\mu\nu}^{(1)} + \frac{4\pi}{M} W_2 \tau_{\mu\nu}^{(2)}. \quad (143,13)$$

Подставив в (143,8) выражения (143,10) и (143,13), представим сечение в виде

$$d\sigma = \left(W_2 + 2W_1 \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right) d\epsilon'_e d\sigma_{\text{упр}}, \quad (143,14)$$

где

$$d\sigma_{\text{упр}} = \frac{\alpha^2}{4\epsilon_e^2} \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)} d\sigma'$$

— сечение рассеяния ультрарелятивистского электрона в кулоновом поле (ср. (80,7)).

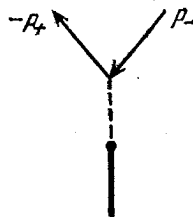
Мы видим, что сечение определяется двумя структурными функциями, зависящими от двух инвариантов t и ν . Если при больших энергиях физика адронов не содержит характерных величин размерности массы (*гипотеза масштабной инвариантности*), то можно ожидать, что структурные функции будут зависеть при больших энергиях от единственного безразмерного параметра t/ν . Тогда функции W_1 , W_2 должны иметь вид функций одной переменной:

$$W_1 = \frac{M}{\nu} F_1\left(\frac{t}{\nu}\right), \quad W_2 = \frac{M}{\nu} F_2\left(\frac{t}{\nu}\right) \quad (143,15)$$

(заметим, что отношение M/ν не зависит от M).

§ 144. Превращение электрон-позитронной пары в адроны

Рассмотрим теперь процесс превращения электрон-позитронной пары в адроны. Обозначим 4-импульсы электрона и позитрона p_- и p_+ , а 4-импульс (суммарный) совокупности образующихся адронов p_n ; при этом $p_- + p_+ = p_n$. Процесс изображается диаграммой



(144,1)

Нижней вершине этой диаграммы отвечает ток перехода из вакуума в некоторое адронное состояние $|n\rangle$, который обозначим, как это делалось в § 104, $\langle n|J|0\rangle$.

Диаграмме (144,1) соответствует амплитуда рассеяния

$$M_n = -\frac{4\pi\alpha}{q^2} \bar{u}(-p_+) \gamma_\mu u(p_-) \langle n|J^\mu|0\rangle. \quad (144,2)$$

Мы будем интересоваться полным сечением аннигиляции в адроны σ_n , т. е. просуммируем по всем конечным состояниям $|n\rangle$.